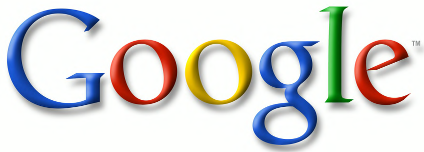












A. Coypel pinx.

Tardieu filius Sculp. 1744.

HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE
ROYALE
DES SCIENCES.

ANNÉE M. DCCXLI.

Avec les Mémoires de Mathématique & de Physique, pour la même Année.

Tirés des Registres de cette Académie.



A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.

M. DCCXLIV.

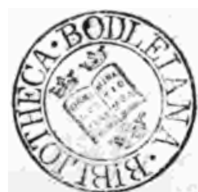

BODLEIANA · BIBLIOTHECA



TABLE POUR L'HISTOIRE.

PHYSIQUE GENERALE.

ANATOMIE.

*

CHYMIE.

BOTANIQUE.

ARITHMETIQUE.

TABLE.

ALGEBRE.

GEOMETRIE.

ASTRONOMIE.

Diverses Observations Astronomiques.

GE'OGRAPHIE ET HYDROGRAPHIE.

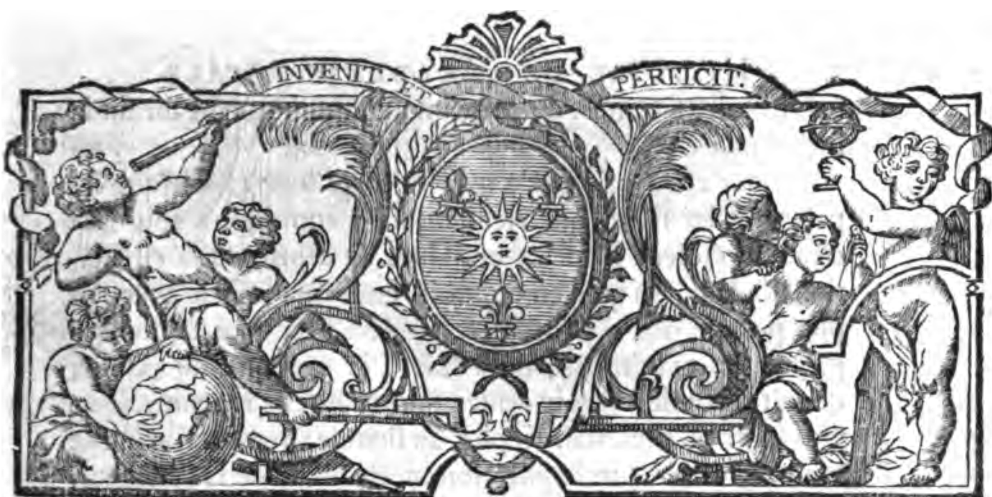
ME'CHANIQUE.





TABLE POUR LES MÉMOIRES.





HISTOIRE
DE
L'ACADÉMIE ROYALE
DES SCIENCES.

Année M. DCCXLI.

PHYSIQUE GÉNÉRALE.

SUR LES TOURBILLONS CARTÉSIENS.



M. l'Abbé de Moliéres, & M. l'Abbé Nollet ont fait cette année diverſes expériences ſur les forces & les directions d'un ou de pluſieurs fluides renfermés dans une même ſphère qui tourne ſur ſon axe, relativement au ſyſtème des Tourbillons. V. les M. p. 148.

Avant que de parler des expériences de M. l'Abbé Nollet, qui ſont le principal ſujet de cet extrait, nous allons donner

une hiſtoire ſuccincte de ce qu'on avoit tenté avant lui ſur la même matière.

Képler avoit pris garde que les corps légers, tels que les pailles & les fétus, qui viennent à rencontrer un tournant d'eau, y étoient bien tôt entraînés au centre de la circulation; & la raiſon qu'il en donnoit, étoit que l'eau ſe trouvant plus peſante que ces corps, & tendant avec plus de force à gagner les extrémités, ou à ſuivre la tangente du cercle, devoit repouſſer vers le centre tout ce qu'elle rencontroit de plus léger qu'elle. Mais Képler, au lieu de tirer de-là, comme a fait Deſcartes, une explication méchanique de la Peſanteur, employa ce même raiſonnement à rejetter tout méchaniſme de ce phénomène. Il aima mieux l'attribuer à une cauſe intrinsèque, à une *vertu naturelle attractive*, tant par rapport à la terre, qu'aux autres ſyſtèmes ou aſſemblages de matière de l'univers; & cela, diſoit-il, parce que les corps terreſtres ſont certainement plus peſans que l'éther qui les environne, & qui circuleroit autour d'elle: raiſonnement qui pèche & qui porte à faux par bien des endroits, puiſqu'on y ſubſtitue l'effet à la cauſe, & qu'on y regarde déja comme peſans des corps qui ne doivent le devenir que par le mouvement ou par l'impulſion des uns ſur les autres. D'ailleurs, l'eau des tournans ne circule preſque jamais dans des cercles, elle décrit plûtôt des ſpirales qui vont aboutir à un centre, où il y a même quelquefois un enfoncement, lorſqu'elle s'engouffre dans quelque cavité. Ainſi il n'eſt pas étonnant dans tous ces cas, que les corps légers qui ſurnagent, ſoient entraînés vers le centre du tournant, & ils y ſont en effet plûtôt entraînés que chaſſés par voie d'impulſion, & par la force centrifuge de l'eau. Il n'eſt pas vrai encore que des corps plongés dans un fluide circulant, ne doivent céder à ſa réaction vers le centre que par leur légèreté, ils le doivent auſſi par le moins de mouvement qu'on leur ſuppoſe, & par le repos mutuel de leurs parties entr'elles.

Quant à l'uſage que Deſcartes a fait du principe rejetté par Képler, il eſt trop connu, & il a été trop ſouvent

expliqué dans cette hiſtoire, pour nous y arrêter. Il n'eſt queſtion ici que d'une expérience que Deſcartes avoit indiquée, mais qu'il n'a point faite, ſçavoir, de la rotation d'un globe plein d'eau, dans lequel nageroient pluſieurs petits corps ſolides, ou même fluides, & tels que quelques bulles d'huile ou d'air. C'eſt, dit M. l'Abbé Nollet, un juge que ce Philoſophe s'étoit nommé lui-même. S'il l'a trouvé dans ces derniers temps, ceux qui le lui ont procuré ne ſeront pas accuſés d'avoir corrompu ce juge en ſa faveur.

Dès la troiſième année de l'établiſſement de cette Académie, c'eſt-à-dire, en 1669, la grande queſtion de la Peſanteur des corps y fut agitée ; & l'Attraction mutuelle des uns vers les autres, telle que quelques Philoſophes la conçoivent aujourd'hui, n'y manqua pas de partiſans. M. de Roberval toûjours antagoniſte de Deſcartes, après avoir expoſé modeſtement les raiſons qu'il avoit de douter que nous fuſſions jamais en état de connoître la cauſe de ce phénomène, à l'égard duquel, ajoûtoit-il, nous ne ſommes peut-être que comme des aveugles à l'égard des couleurs, ſe détermina en faveur d'une force interne & innée dans les corps, qui en réunit les parties & les détermine à s'aſſembler autour d'un centre commun. M. Frénicle s'éloigna peu de ce ſentiment, & il admit l'Attraction comme une *vertu conſervatrice* que l'Aûteur de la Nature avoit imprimée à tous les êtres corporels. Mais M.rs Buot, Perrault & Huguens s'opposèrent fortement à toutes ces vertus attractives, innées & conſervatrices ; ils ne voulurent admettre que les impulſions, quelle qu'en fût la cauſe, pour principe de la deſcente des graves vers le centre de la Terre ; & ils proposèrent diverſes expériences pour en démontrer la poſſibilité. M. Huguens qui a toûjours cru qu'il falloit raiſonner de tous les effets naturels d'après des cauſes méchaniques & intelligibles, *ou bien renoncer à toute eſpérance de jamais rien comprendre dans la Phyſique,* fut un de ceux qui inſiſtèrent le plus en faveur de la théorie des Tourbillons, & l'on peut dire qu'il ſe la rendit propre par tout ce qu'il y ajoûta de nouvelles vûes pour

l'éclaircir & pour la rectifier. Il fit voir dès-lors à l'Académie une expérience mieux assortie à ce système que les tournans d'eau dont nous venons de parler, quoiqu'encore bien imparfaite. Il ajusta sur un pivot un vaisseau cylindrique à fond plat, rempli d'eau jusqu'à une certaine hauteur; il jetta dans cette eau plusieurs petits brins de cire d'Espagne concassée, dont la pesanteur spécifique est tant soit peu plus grande que celle de l'eau, & après avoir fait tourner quelque temps le vaisseau sur son axe, il l'arrêta subitement pour laisser à l'eau seule le mouvement acquis par la rotation, & l'on vit tous les brins de cire se rassembler en peloton autour du centre.

Nous ne nous étendrons pas sur cette expérience, qui est rapportée dans la plûpart des Traités de Physique, & qui a vrai-semblablement enfanté toutes celles qui sont venues depuis. M. Huguens lui-même ne fut pas long-temps à s'appercevoir de ce qu'elle avoit de défectueux, sur-tout dans l'application qu'on en fait aux Tourbillons de Descartes. Il remarqua que la rotation ne s'y faisant pas sur un centre unique, mais, pour ainsi dire, sur une infinité de centres rangés en ligne droite ou sur l'axe de rotation, soit du cylindre, soit du Tourbillon quelconque, il falloit nécessairement que la matière chassée par le fluide vers cet axe, s'y rangeât autour en petit cylindre ou en fuseau, & par conséquent que si cette méchanique avoit lieu, il faudroit que la matière qui forme le Soleil & les Planètes se fût rangée de même sur les axes de leurs Tourbillons. C'est ce qui l'obligea, comme on vit depuis dans son Traité de la Pesanteur, à imaginer que la matière éthérée dont l'effort centrifuge cause la Pesanteur, tournoit en tous sens, & sur une infinité de grands cercles, autour du point central de chaque Tourbillon. Par ce moyen la matière du Soleil ou de la Planète étant également chassée de toutes parts vers ce point, elle sera contrainte de s'y assembler sphériquement. Mais M. Huguens n'en fit point l'expérience, qui seroit en effet d'une exécution très-difficile, par cette multiplicité d'axes sur lesquels il faudroit faire tourner le fluide autour d'un même centre.

Cependant M. Saurin peu ſatisfait de ce mouvement en tous ſens de la matière éthérée de M. Huguens, & plus étroitement attaché aux Tourbillons de Deſcartes, donna en 1703, au Journal des Sçavans, un Mémoire dans lequel il fait voir que ſpéculativement parlant, un fluide qui circule autour d'un ſeul axe, & dans un globe creux d'où il ne peut s'échapper, devoit ſans ceſſe être repouſſé perpendiculairement par les parois intérieures, & réagir vers le centre. Il étendit & orna cette idée dans un Mémoire qu'il lut à une aſſemblée publique de l'Académie, & qu'on peut voir dans le volume de 1709. La réponſe qu'il fait aux difficultés de M. Huguens ſur cette matière, porte encore ſur quelques-unes de celles de M. Newton.

Il faut compter parmi les expériences qui ont été entrepriſes en faveur des Tourbillons céleſtes, celles que fit M. Saulmon en 1712 & 1714*, quoiqu'il n'eût pour but que de conſtater les différentes vîteſſes des couches du fluide, conformément à la règle de Képler, ſur les temps périodiques des révolutions des Planètes autour du Soleil. Il ſe ſervoit d'un grand baquet cylindrique, comme avoit fait M. Huguens, avec cette différence, que ne s'agiſſant pas ici directement d'expliquer la cauſe de la Peſanteur, mais ſeulement les différentes vîteſſes des corps qui nagent à peu-près dans le même plan d'un grand cercle de la ſphère, ou entre les limites aſſez étroites d'une même zone, les inductions qu'on en pouvoit tirer à cet égard, devoient être beaucoup plus légitimes que celles qu'on en avoit tirées par rapport à la Peſanteur. M. Saulmon y déterminoit l'eau à tourner par le moyen d'une canne, le vaiſſeau demeurant immobile, parce que, comme il l'avoit obſervé, lorſqu'on fait tourner le vaiſſeau ſur un pivot, toutes les parties de l'eau, & les corps plongés dedans, achèvent leurs révolutions en des temps à peu près égaux. Mais malgré toutes les précautions de M. Saulmon, l'expérience demeura inſuffiſante, elle ne put repréſenter les mouvemens des Planètes dans le Zodiaque, & elle y fut même quelquefois contraire.

* V. l'Hiſt. & les Mém. de ces années.

On en eſt venu bien tard à l'expérience du Tourbillon ſphérique par le moyen d'un fluide renfermé dans un globe de verre creux, & tournant ſur ſon axe. C'étoit pourtant la ſeule déciſive ſur les Tourbillons de Deſcartes, ſi quelque expérience le pouvoit être dans une matière où il eſt ſi difficile à l'art d'imiter la Nature; car nous ne parlerons pas de quelques expériences qui avoient été faites ſur les Tourbillons conſidérés ſous d'autres aſpects que celui de la Peſanteur. M. Bulffinger ci-devant Profeſſeur de Phyſique de l'Académie Impériale de Péterſbourg, & aujourd'hui Conſeiller Privé de S. A. S. M. le Duc de Wirtemberg à Stutgard, eſt le premier que je ſçache, qui nous ait donné quelque choſe d'exact ſur la matière dont il s'agit. Ses expériences accompagnées de réflexions ſçavantes & judicieuſes, ſe trouvent dans le premier tome des Mémoires de l'Académie de Péterſbourg, & il en réſulte que les corpuſcules de matière, ou les bulles d'un autre fluide quelconque, plongés dans celui qui remplit le globe tournant, ſe rangent autour de ſon axe, non en noyau ſphérique, mais cylindrique, ſelon la penſée de M. Huguens : ce qui donne occaſion à M. Bulffinger de faire quelques remarques ſur la démonſtration de M. Saurin, qu'il ne croit pas applicable aux Tourbillons effectifs, & tels qu'ils peuvent exiſter dans la Nature.

Reſte l'expérience qu'exigeoit l'hypothèſe de M. Huguens, d'un fluide tournant en tous ſens dans de grands cercles de la ſphère. En tous ſens, il n'eſt pas permis d'en eſpérer l'exécution; mais on peut en faire l'eſſai en y employant d'abord deux mouvemens dont les directions ſe coupent à angles droits.

M. Bulffinger qui nous a encore donné la deſcription d'une ſemblable machine, dans l'excellente pièce qui remporta le Prix propoſé par l'Académie en 1728, ſur la cauſe phyſique de la Peſanteur, dit en avoir vû le jeu en petit, & ſur le modèle que lui en avoit fourni un de ſes amis; mais elle n'étoit pas encore achevée en grand, lorſqu'il fut obligé de nous envoyer ſa diſſertation. Cependant il en a détaillé & démontré

les effets d'après des principes de Méchanique & d'Hydroſtatique, qui lui perſuadent qu'étant bien exécutée, elle repréſentera le phénomène de la Peſanteur dans l'hypothèſe des Tourbillons; c'eſt-à-dire, que les particules de matière plongées dans le fluide ſoûmis à cette double rotation, s'aſſembleront autour de ſon centre, & y formeront un noyau ſphérique. C'eſt auſſi par l'hypothèſe des Tourbillons que M. Bulffinger explique la Peſanteur, & il croit qu'on ne doit abandonner une idée ſi naturelle qu'à la dernière extrémité.

Enfin, M. l'Abbé de Moliéres ayant entrepris de rétablir les Tourbillons de Deſcartes, en tant que formés par la révolution d'un fluide autour d'un ſeul axe, & après avoir publié divers ouvrages ſur ce ſujet, voulut l'année dernière & dans celle-ci, en faire voir la poſſibilité & les effets, par rapport à la Peſanteur, dans un globe rempli d'eau, & tournant verticalement ſur un axe horizontal. Il avoit lû auparavant un Mémoire où il attaquoit les difficultés de Mrs Huguens & Bulffinger contre le Tourbillon réſultant d'un ſeul mouvement autour de l'axe. Toutes les expériences qui en faiſoient naître un noyau cylindrique lui devenoient ſuſpectes, ou lui paroiſſoient mal exécutées, & les loix du mouvement qui lui étoient communes avec ces deux Géomètres, devoient, ſelon lui, donner en cette occaſion des réſultats tout contraires aux concluſions de ces Auteurs.

M. l'Abbé de Moliéres prit donc un globe de verre creux rempli d'eau, où il enferma une bulle d'air, ſeulement d'une ou deux lignes de diamètre; car la petiteſſe de cette bulle, & le rapport de ſon diamètre à celui du ballon ou du Tourbillon factice entroient dans ſa théorie; & ayant fait tourner le globe de la manière que nous venons de dire, par le moyen du tour ſur lequel on a coûtume de l'ajuſter, on vit en effet quelquefois la petite bulle, ou quelqu'autre portion d'air encore plus petite, que la première agitation de l'eau avoit détachée de celle-ci, ſe retirer vers le centre. Cependant, comme l'air n'eſt jamais ſans quelqu'adhéſion aux corps

où il s'applique, la petite bulle qu'on vouloit faire aller au centre, s'arrêtoit souvent aux parois intérieures du globe, & sur-tout vers ses poles, aux extrémités de l'axe de rotation, où la force centrifuge du fluide qui devoit la repousser au centre, étoit moins grande. Pour l'arracher du verre, il falloit quelquefois & pour un moment, incliner un peu cet axe, qui auroit dû être toûjours exactement horizontal ; après quoi la bulle d'air s'arrêtoit à la vérité quelquefois au centre du globe, ou vers le milieu de l'axe, mais encore & aussi souvent, à un autre de ses points quelconques, & elle remontoit au pole opposé, si l'on ne rétablissoit pas promptement la position horizontale; position dont on ne pouvoit guère s'assûrer parfaitement. Cependant M. l'Abbé de Moliéres prenoit pour preuve de son systême, tous les cas où la bulle d'air paroissoit avoir été chassée vers le centre par la rotation du fluide, & n'attribuoit tous les cas contraires qu'à l'imperfection des instrumens, & aux difficultés inséparables de l'expérience. Mais l'Académie sous les yeux de qui cette expérience fut faite & répétée, n'en jugea pas de même. La plus grande partie de ceux qui en furent témoins, trouvèrent que la bulle d'air paroissoit indifférente à se porter vers quelque point que ce fût de l'axe, & que si elle affectoit de se fixer à l'un des poles, ce n'étoit que par les raisons que nous venons d'en donner; en un mot, que l'expérience n'indiquoit dans le fluide circulant qu'une force *axifuge*, qui ne pouvoit par conséquent imprimer par sa réaction, une tendance centrale aux corps plus légers qu'on y avoit plongés.

M. l'Abbé Nollet, qu'on sçait être très-exercé dans la Physique expérimentale, se déclara non seulement contre l'expérience de M. l'Abbé de Moliéres, & contre les inductions que M. l'Abbé de Moliéres en tiroit, mais aussi contre les principes sur lesquels il les avoit fondées. Il fit voir à l'Académie la même expérience sous d'autres faces, & il y lut quelque temps après le Mémoire qu'il donne aujourd'hui. M. l'Abbé de Moliéres repliqua, comme par provision, & en attendant qu'il pût traiter la matière plus à fond.

fond. Il soûtint que les expériences & les observations que M. l'Abbé Nollet & lui avoient faites, démontroient à l'œil, qu'outre la force axifuge incidente, & qui ne procédoit que du poids des parties de l'eau, il y avoit dans le Tourbillon sphérique une force centrifuge ou plûtôt centrale qui en résultoit; que c'étoit cette force qui contraignoit la bulle d'air d'aller au centre du globe, & d'y séjourner malgré la tendance qu'elle a vers le pole, lorsque l'axe du Tourbillon n'est pas exactement horizontal; & qu'à plus forte raison se maintiendroit-elle au centre, si l'on pouvoit toûjours conserver à l'axe sa situation horizontale, & ôter à la bulle son adhésion, & à l'eau, qui tient lieu ici de matière éthérée, sa pesanteur. Il seroit à desirer en effet qu'on pût y employer des matières exemptes de toute pesanteur spécifique, & qui n'eussent de tendance quelconque que ce qu'elles doivent en recevoir du méchanisme proposé. Il faudroit presque opérer sur un petit monde séparé du grand, & pouvoir y répandre le mouvement & la vie.

On voit assez par tout ce que nous venons de dire, quel a été le but du Mémoire de M. l'Abbé Nollet, & quel en peut être le résultat. Il a examiné les effets rapportés ci-dessus, séparément, dans chaque cas, & dans le concours de toutes les circonstances qui contribuent à les produire, & il en a donné raison d'après l'expérience & par le raisonnement; il a suivi la petite bulle d'air de M. l'Abbé de Moliéres dans toutes les positions qu'elle prend sur l'axe du Tourbillon; il a montré sur-tout que la position centrale de cette bulle ne sçauroit jamais être dûe à la force centrifuge & réactive du fluide circulant où elle nage, & qu'en quelque parallèle ou tranche verticale qu'elle se trouve, elle doit y rester, lorsque l'axe est exactement horizontal; parce que toutes les tranches d'eau contigues ayant à pareille distance de l'axe des forces centrifuges égales, on ne voit aucune cause qui puisse déterminer la bulle d'air à passer d'une tranche ou d'un parallèle à l'autre. Et à l'égard de l'objection fondée sur le poids de l'eau, ou de sa tendance

vers le centre de la Terre, bien différent de celui du globe qui renferme cette eau, il y répond, en ce que lorsqu'on fait tourner le globe sur son axe, toutes les parties de l'eau sont en équilibre entr'elles, & que leur pesanteur ne change rien à leur mouvement de rotation.

Comme il ne s'est pas borné à la seule expérience de M. l'Abbé de Moliéres, il a fait entrer dans le globe avec l'eau plusieurs autres matières solides ou liquides, par exemple, de l'huile de Térébenthine colorée, & en assez grande quantité pour pouvoir occuper & couvrir toute la place de l'axe de rotation. Le mouvement rapide de l'eau divise bien tôt cette huile en une infinité de petites bulles, qui, cédant à la force axifuge du fluide qui les emporte, viennent se ranger autour de l'axe. C'est ordinairement en cylindre, quelquefois en conoïde, en fuseau, & assez souvent sous une forme de bobine ou de cylindroïde évasé à ses extrémités; mais ce n'est jamais en forme de noyau sphérique, ni en rien qui approche d'une sphère. Ces expériences ont été faites en présence de l'Académie, & devant des Commissaires nommés par elle, & que M. l'Abbé Nollet avoit eu la délicatesse de demander.

Enfin il a voulu faire l'expérience du globe tournant en même temps sur deux axes qui se coupent à angles droits, & le succès en a été très-différent de celui qu'en attendoit M. Bulffinger.

Tout cela est exposé en détail & fort clairement dans le Mémoire de M. l'Abbé Nollet.

Cependant nous devons avertir que M. l'Abbé de Moliéres étoit bien éloigné de se rendre à toutes ces preuves expérimentales contre les Tourbillons. Il prétendoit toûjours qu'elles tourneroient en leur faveur étant mieux approfondies, & dégagées des circonstances étrangères qui en changent l'effet à nos yeux ; mais sa mort arrivée l'année suivante 1742, avant l'impression de ces Mémoires, a terminé la dispute.

NOus renvoyons entièrement aux Mémoires

Les Obſervations Météorologiques de M. Maraldi, pour la préſente année 1741. V. les M. p. 495.

Les Obſervations Botanico-Météorologiques de M. du Hamel. p. 149.

Les Obſervations ſur l'étendue & la hauteur de l'Inondation du mois de Décembre 1740, avec un Plan de la ville de Paris, relatif à cette inondation; par M. Buache. p. 335.

DIVERSES OBSERVATIONS DE PHYSIQUE ET D'HISTOIRE NATURELLE.

I.

Sur le rapport des différens degrés de fluidité des Liquides.

LES qualités ſenſibles des corps ne ſont pas ſeulement difficiles à connoître en elles-mêmes & dans ce qu'elles ont de méchanique, indépendamment de nos ſens, elles ſont encore un ſujet de recherche très-difficile par rapport à leurs intenſités, ou à l'évaluation de leur quantité & de leur force plus ou moins grande. C'eſt ainſi que la quantité ou l'intenſité du Son & de la Lumière, ont fait de tout temps des problèmes de Phyſique auſſi curieux que mal-aiſés à réſoudre. La dureté & la molleſſe, la ſolidité & la fluidité, qualités convertibles, comme la grandeur & la petiteſſe, & preſque toûjours relatives à la réſiſtance que nous éprouvons en voulant diviſer les corps, ne ſont ni plus faciles à déterminer, ni moins dignes de la curioſité du Phyſicien. Elles ſemblent même avoir un rapport plus immédiat à nos beſoins que les autres, par les lumières que leur meſure exacte

peut fournir sur le différent degré d'activité de diverses substances employées dans la Médecine.

C'est dans ce point de vûe que M. le Monnier Médecin, fils & frère d'Académicien dans cette Compagnie, & digne émule de ses parens, a cherché une méthode pour déterminer les différens degrés de fluidité des Liqueurs, & qu'il a présenté à l'Académie le Mémoire dont nous allons rendre compte.

M. le Monnier définit le Fluide, un corps dont les parties sont si peu liées entr'elles, qu'elles cèdent à la moindre force qui tend à les désunir, & se mettent aussi-tôt en mouvement au milieu les unes des autres. Il avertit cependant que cette définition ne doit pas être prise à la rigueur, puisque l'expérience nous apprend, que quelque peu de liaison qu'il y ait entre les parties d'un fluide, il leur en reste toûjours assez pour se faire appercevoir, & pour apporter une résistance sensible à leur séparation.

Le défaut d'adhérence ou de ténacité entre les parties d'un fluide faisant le caractère essentiel de la fluidité, & le fluide parfait ne pouvant être que celui où l'adhérence & la ténacité seroient nulles, on voit clairement qu'une liqueur sera d'autant plus fluide, que l'adhérence entre ses parties sera plus petite.

M. le Monnier s'abstient sagement d'entrer dans la discussion épineuse de ce qui produit cette adhérence de parties, soit pression de la part d'un fluide ambiant plus subtil, soit attraction quelconque; il ne s'agit ici que d'en déterminer la quantité. Ce sera la mesure qu'on cherche.

Newton s'est servi d'un Pendule, qu'il a fait osciller dans différens fluides, pour déterminer la résistance de différens milieux au mouvement des corps qu'on y a plongés, & il a conclu de ses expériences, que les milieux, ou ce qui est ici la même chose, les fluides, résistent à peu-près en raison de leur densité. Il trouve, par exemple, que selon sa règle la résistance de l'eau est à celle de l'air à peu-près en raison de 850 à 1; mais il a senti que cette règle n'avoit pas lieu

à l'égard des milieux ténaces, qu'il avoue résister plus que d'autres de même densité. Ainsi, ajoûte-t-il, l'huile froide résiste plus que l'huile chaude, celle-ci plus que l'eau commune, & l'eau commune plus que l'esprit de Vin. Il laisse donc entrevoir ici une manière de déterminer les degrés de ténacité des liqueurs, puisque dans celles qui sont également denses ou de même pesanteur spécifique, les résistances du pendule seroient proportionnelles à leur ténacité. Le même Philosophe donne ailleurs une méthode plus positive pour découvrir la résistance qui résulte de la ténacité des parties d'un fluide, sçavoir, en y faisant tomber d'une même hauteur des corps spécifiquement plus pesans les uns que les autres, & en comparant les temps effectifs de leurs chûtes à ceux que donneroit la théorie dégagée de cette circonstance.

M. le Monnier convient de l'excellence de ces méthodes pour découvrir la résistance des milieux; mais il les juge peu praticables pour estimer les différens degrés de ténacité entre les parties intégrantes des liqueurs. Elles en exigent, selon lui, une trop grande quantité, & qui doit être au moins de 5 à 6 pieds cubiques.

Voici la méthode qu'il leur substitue, & qui peut faire connoître le degré de fluidité que l'on cherche, dans telle quantité de liqueur qu'on voudra.

Il a pris une bouteille sphérique de verre d'environ 4 pouces de diamètre; il y a fait souder vis-à-vis du centre deux petits tuyaux de verre d'environ trois lignes de diamètre, & qui communiquent avec le dedans de la bouteille. Il a fait rétrécir à la lampe des Emailleurs l'orifice extérieur d'un de ces tuyaux, jusqu'à ce que son ouverture fût tout au plus d'un 12.me de ligne, l'autre tuyau demeurant tout-à-fait ouvert, pour laisser une entrée libre à l'air, sans quoi la liqueur, qu'on devoit mettre aussi par-là dans la bouteille, n'auroit pu couler par le petit orifice. Il a rempli successivement cette bouteille de différentes liqueurs, & l'ayant située perpendiculairement à l'horizon, par rapport à l'axe indiqué par les deux tuyaux, l'orifice rétréci se trouvant en embas,

il a obſervé avec un Pendule à ſecondes, en combien de temps toute la liqueur s'écouloit par cet orifice.

Chaque goutte de la liqueur qui ſort de la bouteille s'écoule en vertu de ſa peſanteur ſpécifique & du poids de toute la maſſe du fluide ſupérieur qui la preſſe, l'axe ou les deux tuyaux étant ſitués verticalement. Donc ſi les parties intégrantes des liqueurs étoient abſolument dénuées de ténacité ou d'adhérence entr'elles, les temps de l'écoulement entier des quantités égales ſeroient réciproquement proportionnels aux peſanteurs ou gravités ſpécifiques. Mais en même temps que la gravité ſpécifique de la liqueur entraîne ſes gouttes en embas, la ténacité de ſes parties les retient unies à la maſſe qui lui eſt contigue, & aux bords du verre, dont elle tend à ſe détacher, juſqu'à ce qu'enfin la goutte ainſi ſuſpendue, ſoit devenue aſſés groſſe pour que ſa peſanteur l'emporte ſur ſon adhérence, & la détache entièrement de l'orifice qui la retenoit. Où il eſt aiſé de remarquer que les gouttes qui ſont partie des liqueurs plus ténaces, ſont toûjours plus groſſes avant leur chûte, que celles des liqueurs plus fluides. La goutte reſtera donc plus ou moins longtemps ſuſpendue à l'orifice du tuyau rétréci, ſelon que la ténacité de la liqueur dont elle fait partie, & dont elle doit ſe ſéparer, ſera plus ou moins grande.

Donc dans les liqueurs de même gravité ſpécifique, les temps de l'écoulement ſeront en même raiſon que leurs ténacités, & dans celles de gravité ſpécifique & de ténacité différentes, ces temps ſeront en raiſon compoſée, inverſe des gravités, & directe des ténacités. D'où l'on voit que les ténacités ſont directement comme les produits des temps de l'écoulement, par les peſanteurs ſpécifiques, & enfin les degrés de fluidité réciproquement comme ces produits.

D'après cette méthode & les expériences faites en conſéquence, M. le Monnier a dreſſé une Table où ſont exprimés les rapports de différentes liqueurs les plus connues, & qui eſt partagée en 5 colonnes.

La première de ces colonnes contient les noms des

liqueurs conſidérées dans leur différent état de condenſation & de raréfaction ; la ſeconde indique le degré de chaleur correſpondant de ces liqueurs, tel qu'il a été pris ſur le Thermomètre à mercure de M. Deliſle, & réduit à la graduation du Thermomètre de M. de Réaumur ; & la troiſième marque le temps de l'écoulement. On voit dans la quatrième la peſanteur ſpécifique & actuelle de chaque liqueur, comme elle ſe trouve au moment de l'expérience ; l'eau d'Arcueil ſuppoſée d'un poids quelconque exprimé par 1000, en eſt le terme de comparaiſon. La cinquième colonne donne enfin le rapport des fluidités, dont l'eau d'Arcueil eſt encore la commune meſure.

Il paroît par cette Table que la fluidité du vin de Bourgogne, par exemple, eſt un peu moins grande que celle de l'eau, & ne va qu'à environ $996 \frac{1}{29}$; celle de l'huile d'Olive n'eſt que de $45 \frac{22+}{2000}$; celle de l'huile de Noix, de $122 \frac{8+}{1000}$; de l'huile de Lin $149 \frac{6+}{1000}$, &c. L'eſprit de Vin & l'huile de Térébenthine, qui par leur grande facilité à s'évaporer, ſemblent être ſi fluides, n'ont pas cependant des fluidités bien différentes de l'eau commune, celle de l'un n'étant que d'environ 1098, & celle de l'autre de 1009 ; encore ces liqueurs, quand elles ont été miſes en expérience, étoient-elles un peu moins froides que l'eau. Enfin, les liqueurs minérales, telles que le Mercure & l'huile de Vitriol, qu'on ne ſçauroit appeller ni aqueuſes ni huileuſes, ont des degrés de fluidité bien au deſſous de celui de l'eau & de l'huile, le Mercure ne donnant que 134 degrés de fluidité par rapport à l'eau, que nous ſuppoſons en avoir 1000, & l'huile de Vitriol ne paſſant guère 60 de ces mêmes degrés.

Nous ne toucherons que ſuccinctement quelques objections qu'on pourroit faire contre la Méthode de M. le Monnier, & qu'il s'eſt faites lui-même pour la plûpart.

Le tuyau inférieur d'où la liqueur découle par un très-petit orifice, tombe dans le cas des tuyaux capillaires. Or

on sçait que l'adhésion des liqueurs au verre, ou leur ascension dans les tuyaux capillaires de verre, diffère quelquefois considérablement en différentes liqueurs, & apparemment aussi dans la même liqueur, soit par la température actuelle où elle est, soit par celle de l'air qui l'environne. D'où il suit, qu'il restera toûjours dans le tuyau inférieur une certaine quantité plus ou moins grande de liqueur, qui se refusera à l'entier écoulement. Mais il est clair qu'il n'y a qu'à tenir compte de ce reste, par rapport à la masse totale, ou mieux encore, qu'à prendre la fin de l'écoulement à l'endroit du tuyau, où l'on aura éprouvé auparavant que la liqueur dont il s'agit, dans l'état donné, se soûtient par la simple adhésion. Et l'on préviendra même une partie de cet inconvénient en faisant toûjours l'expérience à peu près dans la même température d'air. La température que M. le Monnier a choisie par préférence, est celle de 2 degrés au dessus de la congélation.

Quant aux changemens que la froideur ou la chaleur des liqueurs pourroit causer à la capacité de la bouteille qui les contient, par le rétrécissement, ou par la dilatation du verre, ils ne sçauroient apporter ici d'erreur sensible, pourvû qu'on ne remplisse pas entièrement la bouteille, & que la quantité de liqueur qu'on y met ne soit réglée que par le poids, comme l'a pratiqué M. le Monnier. Mais l'élargissement, ou le rétrécissement que la même cause doit produire en pareils cas, sur le petit trou du tube inférieur par où la liqueur découle, nous paroît de plus grande conséquence, & nous ne voyons pas par quelle voie on pourroit y remédier. Nous remarquerons seulement que cet inconvénient n'a lieu qu'à l'égard de la même liqueur dans ses différens états, & n'influe point sur la plûpart des résultats de la Table, où les liqueurs sont considérées à un même degré de chaleur.

La gravité spécifique & relative de chaque liqueur dans ses différens états, entre nécessairement, comme nous l'avons vû, dans le produit qui constitue le degré de fluidité des liqueurs. Aussi M. le Monnier a-t-il pris grand soin de la bien

bien déterminer. Il s'eſt ſervi pour cela de la balance hydroſtatique décrite dans pluſieurs Auteurs modernes, & à laquelle il a ajuſté, au lieu du poids de verre ſolide qu'on a coûtume de ſuſpendre à l'un de ſes bras, une bulle de verre fort mince, & preſque pleine de mercure. Il a trouvé que la diminution de poids de cette bulle ainſi chargée étoit dans l'eau bouillante, de 128 grains, & dans l'eau froide approchante de la congélation, de 133 grains; d'où il a calculé, conformément au terme de comparaiſon qu'il a choiſi pour toutes les autres liqueurs, que la gravité ſpécifique de l'eau à ce degré de froideur, étoit à celle de l'eau bouillante, comme 1000 eſt à 962. M. Halley avoit conclu d'une ſemblable expérience qu'il fit en 1693, que c'étoit comme 1000 à 963 : différence preſque inſenſible d'avec le réſultat de M. le Monnier, & qui prouve l'extrême attention qu'il a donnée à cette partie de ſa recherche.

Du reſte M. le Monnier ne donne tout ceci que pour un premier eſſai, qui ne lui laiſſe pas ignorer combien la matière qui en fait l'objet, exigeroit encore d'expériences, tant ſur le même plan que ſous de nouveaux points de vûe, pour être portée au degré de certitude que l'on pourroit y deſirer.

II.

Sur l'Evaporation de l'Eau.

Il eſt aſſez ſurprenant que la terre imbibée d'eau, & qui fait en tout une maſſe plus ſolide & plus peſante qu'un pareil volume d'eau pure, fourniſſe une Evaporation plus prompte que l'eau. C'eſt cependant ce qui réſulte de l'expérience qu'on va voir, & qui eſt dûe à M. Bazin déja connu dans le monde ſavant par d'excellentes obſervations de Phyſique & d'Hiſtoire Naturelle. Cette expérience nous a été communiquée par M. de Réaumur, à qui M. Bazin en a fait part dans une lettre qu'il lui a écrite de Straſbourg. Le fait eſt d'autant plus digne de remarque, qu'il contredit une obſervation de M. Hales, l'un des plus habiles obſervateurs de l'Europe; car on trouve en propres termes dans la *Statique*

des végétaux de cet Auteur, que *l'évaporation de la surface de l'eau, est à l'évaporation de la surface de la terre, comme 10 est à 3*, ce qui fait plus du triple.

M. Bazin avoit depuis 2 ans & demi une terrine vernissée presque pleine de terre à potier, qu'il arrosoit constamment tous les jours d'une certaine mesure d'eau, & qui cependant n'en étoit pas plus imbibée que le premier jour, quoiqu'il lui parût que la quantité d'eau qu'il y mettoit chaque jour, fût plus grande que celle qui pouvoit s'en évaporer en 24 heures. Surpris de ce phénomène il voulut s'en assurer plus parfaitement. Il mit à côté de la terrine un vase de la même grandeur, & il y versa pendant six mois de suite la même quantité d'eau qu'il versoit dans le vase où étoit la terre. Il remarqua que ce vase où il n'y avoit que de l'eau, se trouvoit rempli, & avoit besoin d'être vuidé plusieurs fois, tandis que celui où étoit la terre demeuroit toûjours dans le même état; preuve certaine que l'évaporation étoit plus prompte & plus abondante dans celui-ci. M. Bazin fit encore deux fois la même expérience, & y employa même d'autres moyens, & elle eut le même succès.

Nous présumons, quoiqu'il ne l'ait pas énoncé dans sa lettre, qu'il n'aura pas manqué de mettre toûjours les deux vaisseaux à couvert de la pluie, & sur-tout de la rosée; puisque selon le même M. Hales, dont il combattoit le sentiment, la rosée tombe en plus grande quantité & du double sur une surface d'eau, que sur une pareille surface de terre humide, ce qui rendroit l'expérience équivoque.

Si ce que nous venons de dire arrivoit sur une terre qui n'eût pas été imbibée d'eau depuis long temps, on pourroit croire que la chaleur de la fermentation seroit capable d'y produire cette prompte évaporation de l'eau; mais qu'une terre arrosée chaque jour & pendant deux ans & demi, ait constamment produit cet effet, c'est ce qu'il est difficile d'attribuer à la fermentation.

Il seroit à desirer cependant pour plus de sûreté, qu'on eût toûjours tenu dans chacun des deux vaisseaux un Ther-

momètre de ſemblable graduation; car enfin il eſt rare que deux différentes ſubſtances renfermées dans le même lieu aient le même degré de chaleur, & il eſt certain que, toutes choſes d'ailleurs égales, une chaleur différente change conſidérablement l'évaporation de l'eau. Il paroît par les expériences que M. Halley fit ſur ce ſujet, pendant tout le cours de l'année 1693, & qui ſont rapportées dans les Tranſactions philoſophiques, que la différence va quelquefois à plus du quadruple, de l'Hiver à l'Eté de Londres.

On trouve à la fin du volume de nos Mémoires de 1709, un Mémoire de M. Gauteron Médecin de Montpellier & Secrétaire de la Société Royale des Sciences de cette ville, dans lequel il conclut de diverſes expériences qu'il avoit faites la même année, que l'évaporation de certains liquides (& l'eau eſt de ce nombre) eſt plus grande pendant une forte gelée, que lorſque l'air eſt dans un état moyen entre le grand froid & le grand chaud. Nous fimes auſſi quelques expériences en 1716, en travaillant ſur la formation de la glace, qui nous perſuadèrent que l'eau glacée, & à ſurfaces égales en apparence, s'évaporoit quelquefois plus promptement que dans ſon état de liquidité; mais nous remarquames en même temps, que dans un vaiſſeau de même diamètre la ſurface de l'eau glacée n'eſt jamais réellement égale à celle de l'eau tranquille & dans ſon état de liquidité, tant à cauſe des rides & des inégalités dont la ſuperficie de la glace eſt preſque toûjours remplie, que parce que la glace en ſe détachant des parois intérieures du vaſe où elle eſt contenue, & en montant au deſſus de ſon premier niveau, ſans quoi elle feroit crever ce vaſe, préſente de plus en plus de nouvelles ſurfaces à l'air qui l'environne, & ſe trouve expoſée par-là à une plus grande évaporation.

Peut-être y auroit-il quelque choſe de pareil à obſerver ſur la terre imbibée d'eau, & dont la ſurface n'eſt qu'un tiſſu de rugoſités & de petits grains; mais quoi qu'il en ſoit, nous ne ſçavons pas qu'on ait rien donné juſqu'ici de ſi poſitif & de ſi concluant ſur ce ſujet, que les expériences de M. Bazin.

III.

Trombe observée sur le Lac de Genève.

M. Jallabert Professeur de Physique expérimentale à Genève, l'un des plus sçavans & des plus utiles Correspondans de l'Académie, nous a communiqué une observation dont on lui a fait part, sur une espèce de météore qu'on a vû sur le Lac de Genève.

Ce Phénomène qui étoit nouveau pour le pays, fut apperçu à 7 heures du matin sur ce Lac, & à une portée de mousquet de ses bords, dans le mois d'Octobre de cette année. C'étoit une colonne dont la partie supérieure aboutissoit à un nuage assez noir, & dont la partie inférieure qui étoit plus étroite, se terminoit un peu au dessus de l'eau. Il avoit plu & fait beaucoup de vent la veille; mais le vent avoit cessé sur le matin, & le Ciel demeuroit seulement chargé de quelques nuages. Ce météore fut observé pendant deux ou trois minutes, après quoi il se dissipa; mais on apperçut aussi-tôt une vapeur épaisse qui montoit de l'endroit sur lequel il avoit paru, & là même les eaux du Lac bouillonnoient & sembloient faire effort pour s'élever. On voit ordinairement quelque chose de pareil après les Trombes de Mer, ou pendant qu'elles paroissent. Aussi M. Jallabert juge-t-il que celle du Lac de Genève n'étoit pas d'une nature différente; mais il ajoûte une circonstance singulière, & qu'il tient d'un Observateur digne de foi, qui n'étoit qu'à quelque 300 pas de la colonne, c'est que le temps étoit alors fort calme, & que lorsqu'elle se dissipa, il ne s'ensuivit ni vent ni pluie. Avec tout ce que nous sçavons déja sur les Trombes marines, ne seroit-ce pas une preuve de plus, qu'elles ne se forment point par le seul conflict des vents, & qu'elles sont presque toûjours produites par quelqu'éruption de vapeurs soûterraines, ou même de volcans, dont on sçait d'ailleurs que le fond de la mer n'est pas exempt? Les tourbillons d'air & les ouragans qu'on croit communément être

la cauſe de ces ſortes de Phénomènes, pourroient donc bien n'en être que l'effet ou une ſuite accidentelle.

On a remarqué ſur ce même Lac un Flux & Reflux, appellé dans le pays, *Sèches* ou *Laidecc*, & que M. Jallabert croit être un des plus réguliers qu'on y obſerve. Dans de certains temps, & ſur-tout en Été, les eaux de ce Lac croiſſent de 9, 10, 12 pouces & plus, dans l'eſpace de quelques minutes; elles décroiſſent auſſi rapidement, & ces crûes ſe ſuccèdent plus d'une fois en moins d'une heure. Comme ce Flux périodique n'avoit été obſervé juſqu'à préſent qu'à Genève, ou tout au plus deux lieues au delà, & qu'on ne croyoit pas qu'il s'étendît plus loin, on en a attribué la cauſe aux vents qui retardent quelquefois le cours du Rhône, ou à la grande quantité d'eaux qui ſe jettent par cet endroit dans ce fleuve, & qui pourroient refluer vers le Lac. Mais plus M. Jallabert a examiné le fait, plus il s'eſt convaincu que ce n'en eſt point-là la véritable cauſe. Il travaille actuellement à l'approfondir, & il ſera part à l'Académie de ce qu'il aura trouvé ſur ce ſujet.

D'habiles Géographes & des perſonnes du pays aſſurent que l'on ſent quelquefois ſur le Lac de Genève des vents ſoûterrains qui en ſoulèvent les eaux. Si cette circonſtance n'entre point dans la production des Flux & Reflux réglés dont nous venons de parler, elle indique du moins ſous le baſſin de ce Lac, quelques matières bitumineuſes & inflammables, qui pourroient bien y avoir produit, conformément à notre idée, la Trombe décrite ci-deſſus.

Nous ne hazardons nos conjectures que pour faire naître de nouvelles obſervations.

IV.

Enfant beaucoup plus grand que ne comporte ſon âge.

On amena à l'Académie en 1736* un Enfant de 7 ans, de la paroiſſe de Freſnay-le-Buſſard près de Falaiſe en Normandie, qui avoit 4 pieds 8 pouces 4 lignes de hauteur,

* V. l'Hiſt. p. 55.

étant ſans ſouliers. En 1739*, il avoit crû ſeulement de 3 pouces 2 lignes, & il ne ſe trouve avoir cette année 1741, & à l'âge de 12 ans, qu'environ 1 pouce de plus, & en tout 5 pieds & $\frac{1}{2}$ pouce. Ce qui eſt bien éloigné de cet accroiſſement rapide qu'il avoit pris dès les premières années après ſa naiſſance; car il n'avoit rien d'extraordinaire en venant au monde. M. Geoffroy qui s'en eſt informé, & de qui nous tenons ces particularités, croit que le jeune Payſan pourroit bien avoir abuſé de ſon tempérament prématuré.

* V. l'Hiſt. p. 3.

V.

Rouille ſingulière.

On a donné le nom de *Verdet* ou *Verd de gris* à la rouille du Cuivre & du Laiton. Ce n'eſt point une corruption, mais une ſimple diſſolution de parties, puiſqu'on retrouve dans le verdet toutes les parties du Cuivre. La manière ordinaire de ſe procurer du verd de gris, eſt de mettre le Cuivre dans du marc de raiſin. C'eſt ainſi qu'on le pratique en Languedoc, en Provence & en Italie, où le marc de raiſin a beaucoup de force pour pénétrer ce métal, & pour l'empreindre de ſon ſel. Un peu d'eau & la ſeule humidité de l'air ſuffiſent quelquefois pour faire paroître la rouille du Cuivre ou le verd de gris, mais en petite quantité.

Avec ces notions on auroit de la peine à ſe perſuader que le voiſinage du vernis eût pu produire ſur pluſieurs pièces de Cuivre un verd de gris preſqu'auſſi abondant que ſi elles avoient été miſes dans le marc de raiſin : voici le fait.

Un mouvement de Pendule qui avoit été achevé le 8.e Juillet 1736, fut enfermé tout de ſuite dans une boîte de bois vernie en dehors & en dedans d'un vernis à l'imitation de celui de la Chine, & poſée en même temps ſur un ſerre-papiers & ſur un bureau verniſſé de même. En mai 1738 la Pendule ceſſa d'aller, & l'on trouva ſes roues, ſes platines & toutes les pièces de Cuivre ou de Laiton qui la compoſoient, couvertes de verd de gris. Elle fut envoyée à

l'Horloger qui l'avoit faite, & qui la nétoya, la repolit & en travailla de nouveau le mouvement; mais en Juillet 1740 la Pendule s'arrêta encore, & les mêmes pièces se retrouvèrent couvertes de verdet. L'Horloger que l'on vouloit rendre responsable de cet accident, fit remarquer que depuis la première époque où la rouille avoit fait arrêter le mouvement, jusqu'à la seconde, il y avoit quatre mois de plus que depuis le jour où la Pendule fut livrée, jusqu'à la première. D'où il conclut que le vernis étoit l'unique cause de cette rouille, & que l'impression en avoit été d'autant plus prompte, qu'il avoit été plus récemment appliqué & moins sec. Il assure d'ailleurs que le métal de cette Pendule est le même absolument que celui qu'on a coûtume d'employer dans l'Horlogerie.

L'Académie consultée sur ce sujet a jugé provisionnellement que l'Horloger ne devoit pas être responsable de cet accident. Mais il faut qu'il y ait ici quelque circonstance extraordinaire, ou dans le vernis, ou dans le métal, ou dans les deux à la fois; car on a vû d'autres Pendules ainsi renfermées dans du bois vernissé, & auxquelles il n'est rien arrivé de pareil. La chambre où étoit le bureau, & le mur contre lequel il étoit appuyé, y entreront peut-être encore pour quelque chose. Il faudroit souvent des recherches sans fin pour expliquer les moindres phénomènes.

VI.

Histoire Naturelle de la France Equinoctiale.

Quelques Voyageurs ont nommé *France Equinoctiale*, ce que les François possèdent autour de la Rivière & de l'Isle de Caïenne en Amérique, à environ 5 degrés de latitude Nord, pays célèbre par les observations Astronomiques de M. Richer en 1672, & sur-tout par celle de l'accourcissement du Pendule à secondes, d'où la question de la Figure de la Terre prit naissance.

C'est de cette Isle & des environs sur les côtes de la Mer,

& dans le continent de la Guiane, que M. Barrere Docteur & Professeur Royal en Médecine en l'Université de Perpignan, Correspondant de l'Académie, publie aujourd'hui l'Histoire Naturelle, sous le titre d'*Essai sur l'Histoire Naturelle de la France E'quinoctiale*, après en avoir obtenu l'approbation de la Compagnie. C'est un dénombrement des Plantes, des Animaux & des Minéraux qui se trouvent dans le pays, avec leurs noms différens, Latins, François & Indiens, & quelques observations sur leurs usages dans la Médecine & dans les Arts. M. Barrere fut à Caïenne en 1722 par ordre du Roi, & avec les instructions de l'Académie, & il y demeura trois ans, pendant lesquels il fit toutes ces recherches curieuses. Il les rapporta en Europe en bon ordre, & avec des desseins fort bien exécutés, qu'il fit voir à l'Académie d'abord après son retour. Ce qu'il donne aujourd'hui n'est cependant que le plan ou l'abrégé d'un plus grand ouvrage qu'il prépare sur ce sujet.

Nous n'entrerons point dans le détail d'une matière si vaste & si abondante. Nous remarquerons seulement d'après M. Barrere, qu'on trouve presque par-tout dans les montagnes de Caïenne, & bien avant dans la terre ferme d'alentour vers le Sud, des Mines de Fer, qui se montrent même sur la superficie du terrein. C'est cependant une opinion reçue, que le nouveau Monde n'a point de Fer. Comment les Américains ont-ils ignoré un trésor que la Nature leur offroit avec si peu de mystère! Ce n'est pas qu'ils n'ayent bien senti combien ce métal étoit préférable à leurs Mines d'Or & d'Argent, & qu'ils ne se soient montrés à cet égard très-sensés & très-habiles, avec les premiers Européens qui portèrent du Fer chez eux; mais c'est qu'apparemment, & comme nous l'avons remarqué dans une autre occasion, le Fer qui se découvre si manifestement à des yeux Physiciens qui le connoissent déja, est infiniment difficile à imaginer & à découvrir sous les apparences qui nous le cachent, & que la manière de le préparer & de s'en procurer les usages, suppose dans les Peuples qui le possèdent, une anciennete d'origine,

d'origine, ou une longue suite de connoissances que les Américains n'avoient pas.

VII.

Dents de Lamie.

M. Geoffroy nous a fait part d'une lettre qu'on lui a écrite de Marseille, en lui envoyant quatre dents d'une Lamie qui a été prise aux Isles Sainte-Marguerite. La Lamie est un grand Poisson ou Chien de mer, qu'on croit être le *Carcharias* des Anciens, & qu'on voit quelquefois sur les côtes de Languedoc & de Provence, d'Italie & d'Espagne. Les prétendues dents de Serpent qu'on trouve montées en argent chez les orfévres, ne sont autre chose que des dents de Lamie; car entr'autres vertus qu'on leur attribue, quelques Naturalistes se sont figurés, je ne sçais sur quel fondement, qu'étant pendues au col des enfans, elles leur faisoient grand bien quand les dents leur sortoient, &, ce qui est encore plus merveilleux, qu'elles les garantissoient de la peur. Ces dents sont très-dures & très-aigues, de forme triangulaire, tranchantes & découpées des deux côtés, comme une scie; il y en a six rangs à chaque mâchoire, celles du premier rang se montrent hors de la gueule du Poisson, & tendent vers le devant; celles du second sont droites, & celles des autres rangs sont courbées en dedans. La Lamie prise aux Isles Sainte-Marguerite se trouva embarrassée dans la *Thounine*, ou filet à prendre le Thon; elle pesoit près de cent quintaux, & l'on fut obligé de la remorquer avec une Félouque jusqu'à Cannes, qui est à environ deux lieues de là. C'est apparemment une des plus grandes qu'on connoisse, puisque Rondelet, dans son Histoire des Poissons, en parlant de la grandeur ordinaire des Lamies, dit en avoir vû une qui pesoit dix quintaux. On l'éventra, & on lui trouva un Cheval encore tout entier dans l'estomac. C'est ce dont l'auteur de la lettre, qui étoit alors sur les lieux, dit avoir été témoin oculaire. On en fit beaucoup d'huile, & l'on en auroit mangé la chair qui

eſt réputée ſaine & de bon goût, ſans ce Cheval mort qu'on lui avoit trouvé dans le corps, & qui en dégoûta les habitans de Cannes. Cependant cette chair fut vendue à des Etrangers qui n'en ſçavoient rien.

VIII.

Cachalot échoué près de Baïonne.

Voici encore un Poiſſon cétacée, & d'une toute autre grandeur que le précédent. C'eſt une ſorte de Baleine appellée communément *Cachalot*, du nombre de celles qui ont des dents & des naſeaux ou évents, par où elles rejettent une partie de l'eau qui eſt entrée dans leur gueule; car la plûpart des Baleines n'ont point de dents, & pluſieurs manquent de ces naſeaux, quoiqu'elles ayent toutes des poumons & pluſieurs autres parties ſemblables à celles des quadrupèdes terreſtres, ce qui les diſtingue de preſque tous les autres Poiſſons. De longs fanons ou barbes qui pendent de leur mâchoire ſupérieure, leur tiennent lieu de dents, & ſe terminent en une eſpèce de frange aſſez ſemblable aux ſoies de Sanglier; c'eſt la matière qu'on appelle proprement *baleine*, & qui ſert à divers ouvrages de l'art.

Le Cachalot dont il s'agit ici, vint échouer auprès de la barre de Baïonne dans la rivière de l'Adour, le 1.er Avril de cette année. Nous en allons donner la deſcription avec quelques autres détails, d'après les mémoires & le deſſein que M. de la Peyronie nous a remis ſur ce ſujet, & qui lui ont été envoyés à diverſes repriſes, par M. Deſpelette Chirurgien major de l'Hôpital militaire de Baïonne.

Ce deſſein montre le Poiſſon de profil, & poſé horizontalement ſelon ſa longueur, & le Cachalot qu'il repréſente, & qu'on dit être un des plus grands qu'on ait vûs ſur ces côtes, a en ce ſens 49 pieds de longueur, depuis l'extrémité de ſa queue juſqu'au bout de ſon muſeau, ſur environ 12 pieds $\frac{1}{2}$ de largeur ou de hauteur; ſon pourtour qu'on a meſuré à l'endroit le plus large, qui ſe trouve à peu-près vis-à-vis

de l'œil, eſt de 27 pieds. Il a ſur le dos vers les deux tiers de ſa longueur, à prendre depuis la tête, une petite éminence qu'on appelle *taquet,* d'environ un pied de hauteur; ſa tête eſt fort grande & fort large vers le muſeau, dont le bout eſt applati en avant comme un muffle de Taureau; elle partage preſque toute la longueur du corps en deux parties égales. La figure extérieure de l'œil reſſemble aſſez à celle de l'œil humain, il n'eſt que de 9 pouces de longueur ſur quatre de largeur. Le milieu des trous de ſes naſeaux ou évents eſt à environ 2 pieds de la partie ſupérieure du muſeau, & ces trous paroiſſent avoir au moins un pied de diamètre: c'eſt par où ces Poiſſons ſoufflent l'eau, ce qui les a auſſi fait nommer *Souffleurs.* La longueur de ſa gueule eſt de 9 pieds. Il a 18 dents de chaque côté de la mâchoire inférieure ſeulement, n'y ayant à la ſupérieure que des trous placés vis-à-vis, & où ces dents peuvent ſe loger. A 14 pieds de diſtance du bout de ſa queue eſt l'anus, d'environ un pied d'ouverture en longueur, & de 5 à 6 pouces de large. En ſuivant ainſi le deſſous du ventre, & 6 pieds au delà vers la tête, ſe trouve une ouverture un peu plus grande, d'où ſort le *Balenas* ou membre génital de ce Poiſſon; car les Baleines ont encore cela de commun avec les quadrupèdes terreſtres, qu'elles s'accouplent & engendrent de même. Ce membre eſt d'abord à ſa ſortie de près d'un pied de diamètre, & long ſeulement de 18 pouces, d'une ſubſtance charnue & muſculeuſe; mais il ſe termine par une verge droite & pointue, d'environ 4 pieds de longueur ſur 6 à 7 pouces de diamètre vers ſon milieu, de la même ſubſtance à peu-près que les fanons, & qu'on emploie aux mêmes uſages. Les nageoires de la queue ont 13 pieds d'ouverture; celles qui ſont à 10 pieds en deçà de l'œil, un peu au deſſous, n'en ont que 4 de longueur & 2 $\frac{1}{3}$ de largeur; ainſi c'eſt principalement la queue de ce Poiſſon, comme on le ſçait d'ailleurs, qui lui ſert à ſe mouvoir & à ſe conduire dans l'eau.

Ce Cachalot a fourni une prodigieuſe quantité de *Sperma-ceti*, d'une beauté admirable. Le *Sperma-ceti* n'eſt autre choſe

que la cervelle de l'animal préparée sous la forme de cette drogue. On a rempli dix barriques de la cervelle & du cervelet de celui-ci, quantité que la préparation réduit ordinairement à la moitié ou au tiers. On lui trouva dans l'estomac une grosse boule, du poids d'environ 7 livres, qui fut prise pour de l'Ambre gris; c'étoit une substance assez molle, & d'un rouge clair lorsqu'on la retira du corps de l'animal; elle avoit une odeur desagréable & approchant de celle du Poisson corrompu; mais en s'obstinant à la sentir, cette odeur paroissoit bien tôt surmontée par une autre qui approchoit de celle de l'Ambre gris. Un marchand qui prétend s'y connoître, a acheté la boule entière 650 livres, ne doutant point que dans peu d'années, & en se desséchant, elle ne perdît sa couleur rouge & toute sa mauvaise odeur, pour prendre entièrement la couleur & l'odeur de l'Ambre gris, ce qu'il assure avoir déja éprouvé plusieurs fois; & il est vrai que depuis quelques mois seulement que cette substance a été tirée du corps du Poisson, elle a pris une couleur plus brune, & une odeur fort semblable à celle de l'Ambre gris.

M. de la Peyronie a fait voir à la Compagnie, des échantillons du *Sperma-ceti* préparé, qu'on a tiré de la cervelle de ce Cachalot, & qui a paru fort beau, & aussi de ce vrai ou prétendu Ambre gris dont nous venons de parler. M. de la Peyronie est cependant bien éloigné de croire que l'Ambre gris prenne son origine dans le corps de ce Poisson; il pense, au contraire que si l'on en trouve quelquefois dans l'estomac de ces animaux, c'est parce qu'ils l'ont avalé; car voraces comme ils sont, que n'avalent-ils pas?

Le reste du corps du Cachalot de Baïonne n'étoit presque que du lard ou une graisse, dont on a fait beaucoup d'huile.

IX.

Crapaud mâle Accoucheur de la femelle.

Il seroit à souhaiter pour quelques Lecteurs, que ce que nous avons à dire dans cet article, pût regarder les Colombes

& les Tourterelles, plûtôt qu'une eſpèce d'animaux qu'on ne voit ou qu'on n'imagine ordinairement qu'avec horreur. Mais l'imagination & les yeux du Phyſicien ne ſont pas ſi délicats, ils ſont accoûtumés à voir la Nature agir bien différemment de ce que nos goûts & nos préjugés voudroient lui preſcrire, & partager ſouvent avec diſtinction les animaux les plus vils en apparence, & les plus hideux.

Les Crapauds ſont un genre particulier dans la claſſe des amphibies, & quoiqu'amphibies, ils ſe diviſent en aquatiques & terreſtres; parce que ces derniers qu'on diviſe encore en grande & petite eſpèce, quoique nés dans l'eau, n'y paſſent que les premiers jours de leur vie. C'eſt du Crapaud terreſtre de la petite eſpèce dont nous avons à parler, d'après le Mémoire que M. Demours Médecin eſt venu lire à la Compagnie ſur ce ſujet.

L'occaſion de ce Mémoire eſt un de ces heureux haſards dont les Naturaliſtes ſeuls peuvent connoître le prix. Sur le ſoir d'un grand jour d'Eté, M. Demours étant dans le Jardin du Roi, apperçut deux de ces Crapauds accouplés au bord d'un trou que formoit en partie une grande pierre qui étoit au deſſus. La curioſité le fit approcher pour voir quelle étoit la cauſe des mouvemens qu'ils ſe donnoient. Deux faits également nouveaux le ſurprirent; le premier étoit l'extrême difficulté qu'avoit la femelle à pondre ſes œufs, de manière que ſans un ſecours étranger elle ne paroiſſoit pas pouvoir les faire ſortir de ſon corps; le ſecond, que le mâle travailloit de toute ſa force, & avec les pattes de derrière, à lui arracher ſes œufs.

Pour bien comprendre la méchanique de cet accouchement, il faut ſçavoir, 1.° Que les pattes de ces animaux, tant celles de devant que celles de derrière, ſont diviſées en pluſieurs doigts. C'eſt par le moyen de ces doigts que le mâle tiroit les œufs du fondement de la femelle.

2.° Que les œufs ſortent du fondement de la femelle, parce que le réceptacle dans lequel ils ſont contenus juſqu'au temps de la ponte, s'ouvre à la partie inférieure du *rectum*.

3.° Que les Crapauds s'accouplent comme les Grenouilles, c'est-à-dire, que le mâle monté sur le dos de la fémelle, l'embrasse avec ses pattes de devant: la seule différence qu'il y a, est que le mâle des Grenouilles a les pattes de devant assez longues pour embrasser entièrement la fémelle, & pour entrelasser ses propres doigts au dessous les uns avec les autres; au lieu que les pattes du Crapaud mâle étant beaucoup plus courtes, il ne peut les joindre de même, elles n'atteignent qu'aux côtés de la poitrine de la fémelle, où il les applique quelquefois si fortement, qu'il y survient une inflammation avant que les deux animaux se séparent.

4.° Enfin, que les œufs de cette espèce de Crapauds sont renfermés chacun dans une coque membraneuse très-ferme, dans laquelle est contenu l'embryon, & que ces œufs qui sont oblongs, & qui peuvent avoir deux lignes de longueur, sont attachés les uns aux autres par un court filet très-fort; ils forment une espèce de chapelet, dont les grains sont distans les uns des autres d'environ la moitié de leur longueur.

Ces conformations étant bien entendues, il y a lieu de croire que la fémelle fait beaucoup d'effort pour se procurer la sortie du premier œuf; mais dès qu'il est sorti, c'est au mâle à faire le reste. C'est alors qu'il commence à exercer sa fonction d'Accoucheur, & il s'en acquitte avec une adresse qu'on ne soupçonneroit pas dans un animal qui paroît si engourdi. Celui-ci avoit déja tiré le second œuf, lorsque M. Demours arrêta sur lui ses regards, & il redoubloit ses efforts pour tirer le troisième. Le premier œuf étoit engagé entre les deux doigts du milieu de sa patte droite de derrière, par le filet qui l'attachoit au second, & c'est en allongeant cette patte qu'il tendoit le cordon du chapelet vis-à-vis le fondement de la fémelle, qui pendant ce temps-là restoit immobile. Il tâchoit aussi de se saisir du cordon avec la patte gauche, & il en vint à bout après plusieurs tentatives. Cependant la présence de l'observateur ne l'embarrassoit pas peu, & lui causoit sans doute bien des distractions; car tantôt il s'arrêtoit tout court, & alors il jettoit sur ce curieux importun

des regards fixes qui marquoient son inquiétude & sa crainte; tantôt il reprenoit son travail avec plus de précipitation qu'auparavant, & un moment après il paroissoit indécis, s'il devoit continuer ou non. La femelle marquoit aussi son embarras, par des mouvemens qui interrompoient quelquefois le mâle dans son opération. Mais enfin, soit que le silence & l'immobilité du spectateur eussent dissipé leur crainte, soit que le cas fût pressant, le mâle reprit son ouvrage avec la même vigueur, & toûjours avec de nouveaux succès.

La curiosité de M. Demours avoit encore un autre objet; il observoit attentivement si, à mesure que le mâle tiroit les œufs, il ne les arrosoit pas de sa liqueur séminale; car c'est par un semblable arrosement, comme le rapportent plusieurs Auteurs, que les œufs de ces animaux aquatiques & amphibies sont fécondés, & en particulier les œufs des Grenouilles. C'est ainsi, selon Swammerdam, l'un des plus fameux Naturalistes de ce siècle, qu'après un accouplement d'environ 40 jours, la Grenouille mâle féconde les œufs de la femelle au moment qu'elle les a pondus. Mais comme M. Demours n'appercevoit rien de pareil aux deux Crapauds accouplés, & que l'endroit où ils se trouvoient étoit un peu sombre, il se détermina à les mettre sur sa main. L'ouvrage fut encore interrompu pendant quelques instans, & repris ensuite comme auparavant; mais le mâle ne donna jamais le moindre signe de ce que l'observateur s'attendoit à découvrir par ses yeux, ou à sentir sur sa main où il les tint un quart d'heure.

Swammerdam avoit remarqué que le mâle de la Grenouille aide aussi à la ponte de la femelle; mais il paroît que c'est d'une manière moins suivie, moins parfaite, moins décidée que le Crapaud, & telle enfin qu'on ne voit pas clairement que ce secours y soit absolument nécessaire. Ce n'est peut-être qu'en lui serrant les côtés dans ce moment; car la femelle de la Grenouille accouche fort vîte de tous ses œufs, &, comme dit le même Naturaliste, *uno impetu omnia ejaculatur.* Swamm. T. 2. p. 809.

C'est dommage que quelques Naturalistes qui ont pris extrêmement à cœur de nous persuader que c'est aux Animaux que nous devons originairement nos Arts méchaniques & libéraux, ainsi que nos Sciences les plus sublimes, la Géométrie, la Dialectique, la Métaphysique même, & sur-tout la Médecine, n'ayent point eu connoissance du fait que nous venons de rapporter; ils en auroient tiré sans doute, & très-directement, l'art des Matrones & des Accoucheurs.

X.

Insectes qui se multiplient sans accouplement, & par la seule fécondité de chaque individu.

Il y a des accouplemens d'Insectes qui ne peuvent être apperçus, quoique très-réels, parce qu'ils commencent & qu'ils s'accomplissent en des lieux cachés & impénétrables à nos regards. Il y en a d'autres qu'on ignore & qu'on n'a point vûs, faute d'avoir appris à les voir, & de connoître les temps & les circonstances où ils pourroient être observés. Mais quelque difficulté qu'il y ait à découvrir la manière dont certains Insectes s'accouplent, & quelque diversité qu'il règne dans leurs accouplemens, tous les Naturalistes modernes sembloient s'être réunis à regarder le concours des individus pour la propagation de chaque espèce, comme une condition indispensable, & comme une de ces loix générales qu'on n'avoit point encore vû enfraindre à la Nature. Si quelques espèces d'Animaux avoient paru devoir s'y soustraire, c'étoient celles des Hermaphrodites; mais il a été remarqué dès les premières années de cette Histoire *, que les Insectes hermaphrodites les plus connus, tels que les Limaçons & les Vers de terre, n'étoient pas moins soûmis à cette loi, quoiqu'avec des modifications & des variétés particulières.

* V. l'Hist. de 1699. p. 4. de 1708. p. 48. de 1724. p. 34.

Voici cependant une exception à la loi générale, & une exception qui pourra vrai-semblablement être suivie de

plusieurs

plusieurs autres. M. de Réaumur donna il y a quelques années l'histoire d'une espèce d'Insecte fort commun à la campagne & dans nos jardins, appellé *Puceron;* petit animal vivipare qui s'attache aux bourgeons, aux fleurs & aux jets des Plantes, souvent aîlé, & quelquefois sans aîles. M. de Réaumur soupçonna dès-lors sur plusieurs indices qui auroient suffi à un observateur moins habile & moins exercé à douter, que les Pucerons accouchoient sans avoir eu d'accouplement ni aucune sorte de commerce entr'eux, ou avec quelqu'autre Insecte quelconque de grandeur sensible. Il tenta les moyens de s'en assurer; mais divers accidens ayant fait périr les Pucerons tenus en solitude, avant qu'ils fussent parvenus à l'âge où ils mettent des petits au jour, il en écrivit à plusieurs de ses correspondans pour l'Histoire Naturelle, en les exhortant à répéter cette expérience avec toutes les précautions qu'elle demandoit. M. Bonnet de Genève s'acquitta le premier de cette commission délicate, & vérifia le fait par mille observations qui n'exigeoient pas moins de patience que de sagacité; & enfin M. de Réaumur s'en est pleinement convaincu lui-même sur des Pucerons de la fleur de Pavot. Il ne nous a encore rien communiqué là-dessus que verbalement, mais il nous en promet le détail dans un de ses volumes sur les Insectes.

Nous allons voir une fécondité encore plus singulière.

X I.

Animaux coupés & partagés en plusieurs parties, & qui se reproduisent tout entiers dans chacune.

L'Histoire du Phœnix qui renaît de ses cendres, toute fabuleuse qu'elle est, n'offre rien de plus merveilleux que la découverte dont nous allons parler. Les idées chimériques de la Palingénésie ou régénération des Plantes & des Animaux, que quelques Alchymistes ont cru possible par l'assemblage & la réunion de leurs parties essentielles, ne tendoient qu'à rétablir une Plante ou un Animal après sa

deſtruction ; le Serpent coupé en deux, & qu'on a dit ſe rejoindre, ne donnoit qu'un ſeul & même Serpent ; mais voici la Nature qui va plus loin que nos chimères. De chaque morceau d'un même animal coupé en 2, 3, 4, 10, 20, 30, 40 parties, &, pour ainſi dire, haché, il renaît autant d'animaux complets & ſemblables au premier. Chacun de ceux-ci eſt prêt à ſubir la même diviſion, & à renaître de même dans ſes débris, & ainſi de ſuite, ſans qu'on ſçache encore où s'arrêtera cette étonnante multiplication. On voit par-là, qu'à la tête ſéparée du reſte de ſon corps, doit revenir un corps ſemblable à celui qu'elle a perdu ; que la queue recouvrera de même un corps & une tête, & que les tronçons intermédiaires vont s'accroître de part & d'autre par l'addition de nouvelles parties, & ſe terminer enfin par une queue & une tête toutes ſemblables à celles qu'on leur avoit enlevées, & qui appartiendront déſormais à d'autres individus. Si l'animal eſt coupé en deux, par exemple, ſelon ſa longueur, de manière que les deux moitiés n'étant pas encore entièrement ſéparées, demeurent unies par une extrémité de ſon corps, vers la queue, ou vers la tête, il en vient un Monſtre à deux têtes ou à deux queues. Et tout cela quelquefois en vingt-quatre heures, ou en un petit nombre de jours.

Cette découverte eſt dûe à M. Trembley qui fait actuellement ſa réſidence à la Haye en Hollande, & c'eſt par M. de Réaumur, à qui M. Trembley en avoit écrit, que l'Académie en a été informée. L'expérience ne fut faite d'abord que ſur une petite eſpèce d'Inſecte ou Ver, de deux ou trois lignes de longueur, qu'on trouve ordinairement dans l'eau où croît la lentille de marais. M. de Réaumur l'appelle *Polype,* parce qu'il ſe termine par une des extrémités de ſon corps en pluſieurs pieds ou bras, & *Polype d'eau douce,* pour le diſtinguer des Polypes marins. Comme les mouvemens de cet animal ſont fort lents, M. Trembley douta ſi c'étoit un vrai animal ou une plante : ce doute accompagné de toutes les lumières d'un ſçavant Naturaliſte & de

détails très-curieux, fit le sujet de sa première lettre, & ce n'a été qu'après avoir sçu l'avis de l'Académie, & avoir réitéré bien des fois les mêmes expériences, qu'il s'est enfin rendu à cette espèce de prodige. Cependant M.[rs] Bonnet & Lyonnet, autres observateurs habiles, & correspondans de M. de Réaumur, l'un à Genève, l'autre à la Haye, tentèrent la même expérience sur d'autres espèces de Vers aquatiques, parmi lesquels ils en trouvèrent plusieurs qui avoient la même propriété. Ils purent aussi s'en convaincre plus facilement, & d'une manière plus sensible, sur des Vers assez longs, & qui avoient encore cet avantage, qu'on ne pouvoit douter que ce ne fussent de vrais animaux, leurs mouvemens étant très-vifs. M. Lyonnet en découvrit une espèce d'environ 3 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, & de la grosseur à peu-près d'une chanterelle de violon, & c'est sur cette espèce qu'il poussa la division jusqu'à 30 ou 40 parties.

On peut juger que M. de Réaumur n'étoit pas demeuré oisif sur les progrès d'une découverte si digne d'exciter sa curiosité, & qui tenoit en quelque sorte à son domaine: c'est lui qui en a rendu l'Académie témoin oculaire, & avec l'Académie, la Cour & la Ville, qui dans le siècle éclairé où nous vivons, diffèrent peu des Sçavans à cet égard.

Nous laisserons au lecteur à tirer ses conséquences, & à suivre les réflexions & les nouvelles vûes qu'un tel phénomène est capable de faire naître sur la génération des Animaux, sur leur ressemblance extrême avec les Plantes, & peut-être sur des matières encore plus élevées.

XII.

Cire blanche de la Chine.

M. Geoffroy a reçu une lettre du P. d'Incarville, Jésuite, écrite de Canton le 15 Janvier de cette année, dans laquelle ce Père lui marque que la Cire blanche de la Chine vient de petits Vers que l'on trouve sur un arbre dans une Province de cet Empire. Ils se nourrissent sur cet arbre,

on les y ramasse, on les fait bouillir dans de l'eau, & ils rendent une espèce de graisse qui, étant figée, est la Cire blanche de la Chine. Cette lettre contient quelques autres particularités d'Histoire Naturelle, sur lesquelles M. Geoffroy espère recevoir une plus ample instruction.

XIII.

Ruisseau inflammable.

Feu M. Raoul Conseiller au Parlement de Bordeaux apprit à M. de Réaumur, par une lettre du mois de Juillet de l'année dernière, qu'il y avoit dans le Prieuré de Trémolac de l'ordre de Clugny, à 5 lieues de Bergerac, un ruisseau inflammable & brûlant ; ce qui fut découvert il y a 4 ans par un voleur d'Ecrevisses, qui, pour mieux appercevoir les trous où elles se cachent, se servoit de torches de paille allumées. Tant que cet homme marcha sur le gravier du lit presque horizontal de ce ruisseau, le feu ne prit point à l'eau de la superficie ; mais étant arrivé à des endroits plus inégaux & parsemés de creux, il fut bien étonné de voir que l'eau s'enflamma, au point qu'il en eut sa chemise brûlée. C'étoit une flamme bleuâtre. M. l'Abbé d'Alême alors Prieur de Trémolac en fit répéter l'expérience deux ou trois fois, & elle réussit toûjours de même. On peut croire avec beaucoup de vrai-semblance qu'il est tombé & qu'il s'est assemblé dans ces endroits creux, quelque limon chargé d'une matière sulphureuse, assez en mouvement pour s'exhaler au travers & au dessus de l'eau, & pour y prendre feu à la moindre approche d'une flamme étrangère.

Il s'en faut bien que la fameuse fontaine brûlante de Dauphiné mérite ce nom à aussi juste titre que le ruisseau de Trémolac, puisqu'elle se réduit, du moins aujourd'hui & depuis fort long temps, à un simple terrein bitumineux sans eau, où l'on voit quelquefois une flamme errante & légère, fort semblable à celle de l'eau-de-vie allumée *.

* V. l'Histoire de l'Ac. 1699. page 23.

XIV.

Fontaine ſans fond, de Sablé.

M. le Marquis de Torcy nous a communiqué une relation en forme de lettre, qui lui a été adreſſée pour l'Académie, ſur une Fontaine curieuſe qui eſt auprès de Sablé en Anjou, & qu'on appelle *la Fontaine ſans fond*, parce qu'en effet ceux qui l'ont ſondée n'y ont point trouvé de fond, & que, ſelon la tradition du pays, pluſieurs beſtiaux qui y ſont tombés n'ont jamais été retrouvés. C'eſt une eſpèce de gouffre de 20 à 25 pieds d'ouverture, ſitué au milieu & dans la partie la plus baſſe d'une lande de 8 à 9 lieues de circuit, dont les bords élevés en entonnoir deſcendent par une pente inſenſible juſqu'à ce gouffre, qui en eſt comme la citerne. La terre tremble ordinairement tout autour, ſous les pieds des hommes & des animaux qui marchent dans ce baſſin. Il y a de temps en temps des débordemens qui n'arrivent pas toûjours après les grandes pluies, & pendant leſquels il ſort de la fontaine une quantité prodigieuſe de poiſſon, & ſur-tout beaucoup de brochets truités, d'une eſpèce fort ſingulière, & qu'on ne connoît point dans le reſte du pays. Il n'eſt pas facile cependant d'y pêcher, parce que cette terre tremblante & qui s'affaiſſe au bord du gouffre, & quelquefois aſſez loin aux environs, en rend l'approche fort dangereuſe. Il faut attendre pour cela des années sèches, & où les pluies n'ayent pas ramolli d'avance le terrein inondé. En général il y a lieu de croire que tout ce terrein eſt comme la voûte d'un lac qui eſt au deſſous. L'Académie qui porte par préférence ſon attention ſur les curioſités naturelles du Royaume, mais qui veut en même temps que ce ſoient de vraies curioſités, a jugé que celle-ci méritoit une plus ample inſtruction. Elle avoit chargé M. de Bremond parent de M. l'Abbé Auvé, de qui nous vient la relation, de s'informer plus particulièrement de certains faits

& de quelques circonſtances, qui pourront plus ſûrement faire juger de la ſingularité de cette fontaine : mais une longue maladie, & la mort de M. de Bremond arrivée dans l'intervalle de cette recherche & de l'impreſſion de cette Hiſtoire, ayant arrêté les vaſtes & utiles projets de cet Académicien, nous n'avons pas voulu priver le public de ce que nous ſçavions déja ſur la Fontaine de Sablé, ni manquer l'occaſion de donner à M. l'Abbé Auvé cette petite marque de notre reconnoiſſance.





ANATOMIE.

SUR LE SIEGE DE L'AME DANS LE CERVEAU.

DE quelque manière que l'on conçoive ce qui pense en nous, il est certain que les fonctions en sont dépendantes de l'organisation & de l'état actuel de notre corps pendant que nous vivons. Cette dépendance mutuelle du Corps & de ce qui pense dans l'Homme, est ce qu'on appelle *l'union du Corps & de l'Ame:* union que la saine Philosophie & la révélation nous apprennent être uniquement l'effet de la volonté libre du Créateur. Du moins n'avons-nous nulle idée immédiate de dépendance, d'union, ni de rapport entre ces deux choses, corps & pensée. Cette union est donc un fait que nous ne pouvons révoquer en doute, mais dont les détails nous sont absolument inconnus : c'est à la seule expérience à nous les apprendre, & à décider sur toutes les questions qu'on peut proposer sur cette matière. Une de ces questions des plus curieuses, des plus intéressantes & la seule dont il s'agit ici, est de sçavoir si l'Ame exerce également ses fonctions dans toutes les parties du corps auquel elle est unie, ou s'il n'y en a pas quelqu'une à qui ce privilège soit particulièrement attaché, & quelle est cette partie ; de manière que ses blessures ou sa destruction emportent nécessairement la cessation ou l'interruption des fonctions spirituelles, tandis que toutes les autres parties peuvent être altérées ou détruites, sans que le Sujet cesse de raisonner & de sentir. Nous disons & de sentir, parce que tout ce qui s'appelle sensation, voir, entendre, &c. n'appartient pas moins à l'Ame que la faculté de recevoir des idées, de les comparer & de raisonner; quoique, selon le

V. les M. p. 199.

langage ordinaire, ce ne ſoit preſque jamais qu'à ces dernières qu'on accorde le nom de penſée. Les ſenſations n'expriment, il eſt vrai, que des manières de penſer très-confuſes, ou des modifications purement paſſives du Sujet penſant, tandis que les penſées proprement dites ſemblent en être l'action ; mais ces modifications ſont réellement auſſi incompatibles avec l'idée du corps, que les ſpéculations métaphyſiques les plus ſubtiles & les plus profondes. S'il y a donc quelque partie dans le corps humain d'où partent nos penſées & nos ſenſations, ou plûtôt à laquelle toutes les affections corporelles & tous les mouvemens unis par inſtitution à nos penſées & à nos ſenſations aillent aboutir, comme à une eſpèce de foyer ou de commun organe, c'eſt cette partie que nous appellerons *le ſiége de l'Ame.*

La première idée qui s'eſt préſentée aux Philoſophes ſur ce ſujet, a été ſans doute, que l'Ame ne pouvant être par ſa nature plus en un lieu qu'en un autre, & à la rigueur n'occupant aucun lieu, il falloit en vertu de ſon union intime avec le corps, l'imaginer comme répandue dans toutes ſes parties, toutes étant capables de ſentiment. Et s'il y avoit quelque préférence à donner à une portion de notre corps plûtôt qu'à l'autre, pour en faire l'organe immédiat des opérations de l'Ame, il ſemble que ce devroit être au genre nerveux, puiſque les nerfs ſont la ſource & les inſtrumens du mouvement & du ſentiment, & qu'ils ſe diſtribuent par tout le corps, depuis leur origine dans le cerveau juſqu'aux extrémités les plus reculées. Mais c'eſt un fait connu & que mille exemples ne permettent pas de révoquer en doute, que les nerfs d'une partie du corps, telle qu'un bras ou une jambe, peuvent être coupés, & la partie abſolument retranchée, ſans que l'on ceſſe d'y éprouver ou d'y rapporter les mêmes ſenſations, les mêmes douleurs, que ſi elle ſubſiſtoit encore. Il faut donc néceſſairement reconnoître qu'il y a dans le corps humain quelque lieu privilégié, où l'Ame exerce ſes fonctions, & où les corps qui viennent frapper celui qu'elle anime, vont auſſi l'affecter, &, pour ainſi dire, la frapper elle-même.

La

La queſtion du ſiége de l'Ame, réduite à ſes véritables termes, n'eſt donc pas l'objet d'une recherche vaine, mais elle eſt très-difficile à réſoudre. Nous ne nous arrêterons point aux opinions de ceux qui ont placé ce ſiége hors du Cerveau, dans le Cœur, par exemple, dans l'eſtomac, & même dans la maſſe du ſang; trop de faits en atteſtent la fauſſeté. Le Cerveau ſeul eſt aujourd'hui & depuis long temps en poſſeſſion de fournir matière aux conjectures des Philoſophes & des Anatomiſtes ſur ce ſujet; mais parmi tant de parties qui compoſent le Cerveau, laquelle choiſirons-nous pour donner le mouvement aux autres, & pour en faire le ſiége des fonctions de l'Ame? Deſcartes s'eſt déterminé en faveur de la Glande pinéale, Willis Anatomiſte Anglois, célèbre ſur-tout par ſon Traité du Cerveau, l'a mis dans les Corps cannelés, & il n'y a pas de partie dans ce viſcère à laquelle quelqu'Auteur n'ait attribué la même prérogative. Quelqu'un a donc nommé ou rencontré la partie du Cerveau qui eſt véritablement le ſiége de l'Ame; mais rencontrer ainſi la vérité & ſans preuves ſuffiſantes, c'eſt deviner & non pas découvrir.

M. de la Peyronie qui s'eſt appliqué il y a long-temps à cette recherche, & qui en avoit donné une ébauche à la Société Royale de Montpellier dès l'année 1709, l'a préſentée cette année-ci à l'Académie des Sciences, avec plus d'ordre & d'étendue, & l'a appuyée d'un ſi grand nombre de preuves & d'obſervations tant anciennes que nouvelles, qu'on peut regarder ſon Mémoire ſur ce ſujet, comme un nouvel ouvrage.

Après avoir bien établi l'état de cette queſtion délicate, & avoir pris les précautions qu'elle pouvoit exiger, il place le ſiége de l'Ame dans le *Corps calleux*, ce petit corps blanc un peu ferme & oblong, qui eſt comme détaché de la maſſe du Cerveau, & que l'on découvre quand on éloigne les deux hémiſphères l'un de l'autre, leurs faces internes étant contigues & ſimplement couchées ſur lui par leurs bords inférieurs.

Ce n'eſt ni ſur l'inſpection de la partie, ni ſur ſa ſtructure particulière, qu'il lui accorde cette noble fonction, le Corps calleux n'ayant rien par lui-même de plus analogue avec la penſée & le ſentiment que toute autre partie du Cerveau & qu'une matière quelconque, mais d'après les faits, par voie d'excluſion, & en montrant que les bleſſures ni la deſtruction entière d'aucune des autres parties de ce viſcère n'influent point ſur les opérations de l'Ame, tandis que celle que nous en avons nommé *le ſiége*, ne ſçauroit être affectée le moins du monde, ſans que ces opérations ne ſoient troublées, ou qu'elles ne ceſſent totalement. L'on voit aſſez que cette méthode & cette eſpèce de démonſtration indirecte étoit la ſeule qu'il convenoit d'employer en ſemblable matière.

L'excluſion ayant été donnée à tout ce qui n'eſt pas le Cerveau, on a dû chercher d'abord ſi c'eſt dans toute ſon étendue que le Cerveau conſtitue le ſiége de l'Ame; mais pour ſe convaincre du contraire, il ne faut que ſe rappeller une infinité d'exemples de Cerveaux altérés, pourris, gangrénés dans preſque toute leur ſubſtance, ſans que la raiſon & le ſentiment en aient ſouffert, ces mêmes fonctions s'exécutant encore dans tous ces cas avec la même force, la même promptitude & la même vivacité que dans l'état de ſanté. La déperdition même d'une grande partie de la ſubſtance du Cerveau, comme on l'a vû après certaines bleſſures ou après certaines opérations chirurgiques, n'a pas empêché les malades de raiſonner, de ſentir & de vivre comme auparavant. M. de la Peyronie a ouvert pluſieurs de ces Cerveaux altérés ou défectueux, dont les Sujets n'avoient cependant éprouvé aucune des ſuites fâcheuſes qu'il ſembloit qu'on en devoit attendre. L'Ame ne réſide donc pas dans toute l'étendue du Cerveau.

Venons-en au détail, & commençons par la Glande pinéale. Deſcartes qui avoit beaucoup obſervé en Anatomie, qui avoit fait une attention toute particulière à la nature & au méchaniſme de nos ſenſations, & qui a été auſſi le premier des Philoſophes qui nous en ait donné une notion exacte,

qui ait ramené les qualités sensibles des corps à leur véritable principe, avoit jugé cette glande plus propre qu'aucune autre partie, à être l'organe des fonctions de l'Ame. Elle est unique, & comme suspendue au milieu des ventricules du Cerveau par deux filamens nerveux & flexibles qui lui permettent de se mouvoir en tout sens, & par où elle reçoit toutes les impressions que le cours des esprits ou du fluide quelconque qui coule dans les nerfs, y peut apporter de tout le reste du corps; elle est entourée d'une infinité d'artérioles, tant du Lacis choroïde que des parois intérieures des ventricules, où elle est renfermée, & dont les plus déliées tendent vers cette glande. C'est du moins par ces circonstances & par cette situation avantageuse, que Descartes, & après lui quelques Anatomistes, ont cru que la Glande pinéale étoit le véritable siége de l'Ame & l'organe commun de toutes nos sensations. Mais enfin on a découvert que la Glande pinéale manquoit dans certains Sujets, ou qu'elle y étoit entièrement oblitérée, sans qu'ils eussent perdu l'usage de la raison & des sens; elle a été trouvée pétrifiée dans quelques autres dont le sort n'avoit pas été différent, & M. de la Peyronie l'a vûe pourrie dans une femme de 28 ans, qui avoit conservé la raison & le sentiment jusqu'à la fin de sa vie. Il remarqua aussi dans le même Sujet quelques autres parties du Cerveau, telles que les *Nates* & les *Testes*, détruites par la pourriture; preuve que celles-ci ne sont pas non plus destinées à être le siége de l'Ame.

Nous en dirons autant des *Corps cannelés* malgré leur structure singulière; les observations de feu M. Petit Médecin, se réunissent avec celles de M. de la Peyronie, pour montrer que ces Corps ne sçauroient être le centre de nos sensations ou le *Sensorium commune*, ainsi que l'appelle Willis, qui le plaçoit dans cette partie.

Les couches des nerfs optiques qui ne sont que des protubérances des nerfs qui servent à la vision, le Cervelet & toutes les autres parties intérieures de la tête, excepté le seul *Corps calleux*, passent en revûe de la même manière, c'est-

à-dire, que M. de la Peyronie apporte une foule d'exemples où l'on voit que les maladies les plus marquées & les plus dangereuses de ces parties n'ont point interrompu les fonctions de l'Ame, ni même quelquefois attaqué celles de la vie.

La conséquence après cela est aisée à tirer en faveur du Corps calleux, & elle est d'autant plus légitime, que par une suite contraire d'exemples aussi formels que les précédens, cette partie paroît être plus constamment liée avec l'exercice de la raison & des sens. Ce que M. de la Peyronie s'est attaché à prouver de la manière la plus solide.

Comme il y a long-temps que l'esprit & la main travaillent chez lui de concert pour éclaircir cette fameuse question, & qu'il a été attentif à saisir tout ce qui pouvoit y conduire, il n'a manqué ni d'observations ni d'exemples. Il fait voir que dans tous les cas, soit de blessures accidentelles, soit de maladies internes, le Corps calleux ne sçauroit être atteint, comprimé ou vicié par quelque cause que ce puisse être, sans que les étourdissemens, l'affaissement des membres, la léthargie, le délire & la cessation totale des fonctions de l'Ame ne s'ensuivent; & il y a tel de ces cas parmi ceux qu'il rapporte, où ces fonctions étoient alternativement & comme à volonté de la part du Chirurgien, suspendues ou rétablies, selon qu'avant ou après le pansement, le Corps calleux se trouvoit surchargé ou délivré de la matière étrangère qui s'amassoit & qui séjournoit sur un des côtés de sa surface. C'est M. de la Peyronie lui-même qui faisoit l'opération, & qui a vû ainsi plusieurs fois la raison & le sentiment du malade s'éclipser & reparoître.

Il conclud donc, & il est mal-aisé de ne le pas conclurre avec lui, d'après toutes les observations & tous les faits que nous venons d'indiquer, que le Corps calleux est véritablement cet organe primitif de la raison & des sensations, auquel tous les autres ne font, pour ainsi dire, que porter le résultat de ce qui se passe chez eux, & les impressions qu'ils ont reçues des objets, en un mot, le siége de l'Ame.

Cette théorie peut éclairer celle des maladies & des

dérangemens du Cerveau, & déterminer par conséquent les secours qu'on est en état d'y apporter. Tout est lié dans la Nature, & il seroit difficile d'y trouver quelque découverte à faire qui ne fût que curieuse, & qu'avec le temps de nouveaux points de vûe, de nouveaux faits, ou quelqu'autre découverte ne pussent rendre utile.

SUR LA REUNION DES FRACTURES DES OS.

ON a vû dans l'Histoire de 1739*, que les Os des Animaux, dans les alimens desquels on avoit mêlé de la racine de Garence, se coloroient en peu de temps d'un rouge plus ou moins vif, & quelquefois aussi vif que du Carmin. Cette singularité, dont la première connoissance est dûe au hazard, ayant été observée par M. Belchier Chirurgien de Londres, & communiquée à l'Académie par M. Sloane Président de la Société Royale, M. du Hamel la jugea digne d'une plus ample recherche; il en répéta les expériences avec grand soin, & sur un grand nombre d'animaux de tout âge. Le résultat de ces observations fut, 1.° Que les Os des jeunes animaux se coloroient beaucoup plûtôt que ceux des vieux. 2.° Que les progrès de la teinture des Os, & l'ossification même, étoient d'autant plus prompts, que les animaux croissoient plus vîte & parvenoient en moins de temps à leur grandeur ordinaire. 3.° Que quand on supprimoit la Garence des alimens d'un animal dont les Os avoient acquis ainsi la couleur rouge, cette couleur disparoissoit peu-à-peu, & que les Os redevenoient blancs. 4.° Que ce rétablissement des Os dans leur couleur naturelle, se faisoit par la superposition des couches blanches sur les couches rouges, à mesure que la couleur de celles-ci s'affoiblissoit, & disparoissoit enfin entièrement.

V. les M. p. 97. & 222.

* p. 26.

Nous rappellons ces premières observations pour mieux faire sentir quelle a été leur fécondité entre les mains de

M. du Hamel. Elles l'ont conduit aux plus importantes découvertes ſur le développement & la formation des Os, ſur la cauſe & ſur la guériſon de leurs maladies, & principalement ſur la réunion de leurs Fractures, qui fait le ſujet des deux Mémoires qu'on trouvera dans ce volume. C'eſt le commencement d'une théorie plus étendue qu'il prépare ſur la même matière; mais d'une théorie toûjours fondée ſur de nombreuſes expériences, & très-applicable à la pratique. L'Anatomie, la Chirurgie & la Phyſique même, dans cette partie de l'Hiſtoire Naturelle, ne peuvent qu'en retirer de grands avantages.

On avoit penſé juſqu'ici que la réunion des os fracturés ſe faiſoit par l'effuſion du ſuc oſſeux, qui, venant à couler dans les interſtices de la fracture, en rejoignoit les bouts à peu-près comme la colle rejoint les parties d'un morceau de bois rompu : penſée ſi naturelle & ſi analogue à ce que l'art nous enſeigne, qu'il n'eſt pas étonnant qu'on s'y fût arrêté. Mais M. du Hamel prouve par un nouvel enchaînement d'obſervations & d'expériences, que c'eſt le Perioſte ſeul qui réunit les os. Cette membrane ſe tuméfie d'abord & s'épaiſſit, elle devient enſuite cartilagineuſe & enfin oſſeuſe, ce qui forme le cal, ou cette eſpèce de virole qui entoure l'endroit rompu, & qui en aſſujettit les parties. C'eſt en ſuivant pas à pas cette oſſification & cette réunion, que M. du Hamel s'eſt convaincu de la route que tenoit la Nature pour y arriver, route qui ne s'écarte pas du méchaniſme qu'on peut remarquer dans la réunion des parties rompues des arbres & des plantes.

Quoique le Corps humain ſoit le ſujet propre de l'Anatomie, on ſçait cependant de quelle utilité eſt la diſſection des brutes, par la comparaiſon qu'on fait de leurs viſcères avec ceux de l'Homme. Cette comparaiſon étoit en uſage dès le temps de Galien. Mais une autre eſpèce *d'Anatomie comparée*, celle des Végétaux, a été encore cultivée par les Modernes; & l'on peut voir à cette occaſion dans l'Hiſtoire de l'Académie *, combien la génération & la ſtructure de ces deux

* V. l'Hiſt. de 1711. p. 51.

espèces de corps vivans, les Plantes & les Animaux, se ressemblent. M. du Hamel qui a beaucoup étudié l'une & l'autre, avoue que ce sont ses recherches sur la réunion des arbres rompus, qui l'ont conduit à l'utile & curieuse découverte qu'il nous donne aujourd'hui sur la formation du cal dans les fractures des os.

L'Ecorce des arbres est leur Périoste, leurs parties ligneuses sont leurs os. Or, comme M. du Hamel le fera voir plus particulièrement dans la suite, c'est par un alongement de l'écorce que la fracture ou la plaie de l'arbre est remplie, & non par l'alongement de ses fibres ligneuses, ou par l'effusion du suc nourricier qui suinte de leurs bouts rompus. L'écorce se tuméfie, s'épaissit sur la plaie, & elle y forme enfin un cal tout semblable à celui qui se fait sur les os par l'ossification du Périoste.

Quand ces sortes d'analogies se trouvent soûtenues d'autant d'observations & de recherches réitérées que l'est celle-ci, elles deviennent de sûrs guides pour les Physiciens; car enfin la Nature n'est pas moins simple ni moins uniforme dans ses procédés, que variée dans ses ouvrages.

SUR DE NOUVELLES ARTERES ET VEINES LYMPHATIQUES.

LES découvertes qui nous intéressent le plus, sont celles qui fournissent des vûes générales, ou qui tiennent de plus près aux principes fondamentaux des Sciences. Telles sont en Anatomie, celles qui ont rapport à la structure ou à l'usage de tous les organes du corps animé. V. les M. p. 371.

L'Anatomie ne connoissoit autrefois dans l'œconomie animale de fluide *universel* que le sang, mais la Physiologie ou la Physique du Corps humain en supposoit deux autres, l'un étoit l'esprit animal ou vital, l'autre une rosée ou lymphe nourricière qu'on croyoit renfermée dans les extrémités des vaisseaux qui doivent porter le sang du centre à la

circonférence. Des Médecins célèbres firent dans la suite une découverte à jamais mémorable dans l'Anatomie, ce fut celle des Vaisseaux lymphatiques & de la liqueur qu'ils contiennent. Ces vaisseaux sont de véritables veines qui reçoivent de toutes les parties du corps une liqueur limpide, & qui la versent par des troncs remarquables dans les réservoirs du chyle, dans le canal thorachique, &c.

La connoissance des Veines lymphatiques donna lieu d'imaginer aussi des Artères d'un genre nouveau, destinées à recevoir la sérosité ou la lymphe du sang, en laissant la partie rouge dans les vaisseaux sanguins. M. Boerhaave qui est celui qui a donné le plus de crédit à ce système, se crut en droit de supposer autant de différens genres d'artères qu'il y a de liqueurs dans le Corps humain ; mais cette opinion, quelque poids que pût lui donner un nom si fameux, n'a pas enlevé tous les suffrages ; l'Anatomie n'a reconnu constamment jusqu'ici, que les Artères qui portent le sang dans toutes les parties du corps. Et d'ailleurs, il n'étoit pas naturel de penser que si les Artères lymphatiques existoient, elles eussent échappé aux recherches de tant d'habiles Anatomistes, qui ont paru depuis qu'il en est question, & surtout dans un temps où l'usage du Microscope & des injections anatomiques est devenu si familier.

Les partisans des Artères lymphatiques répondoient qu'on n'avoit pu les observer à cause de leur extrême petitesse, & de plus, parce qu'il n'est pas facile de les distinguer d'avec les vaisseaux sanguins ; tous les petits vaisseaux, quelle que soit la liqueur qui les remplit, vûs au Microscope, paroissant à peu-près de la même couleur & comme cristallins : mais ce ce n'est-là qu'une raison de possibilité & non d'existence.

On voit donc que l'idée des Artères lymphatiques n'a été jusqu'ici qu'une hypothèse dont on a pu se servir pour expliquer des faits connus, mais non pas pour développer ceux qui étoient cachés. En un mot, l'Anatomie qui n'admet de véritables preuves que le témoignage des sens, n'avoit pas encore prononcé sur cet article ; mais les Sciences exactes

profitent

profitent quelquefois des conjectures les plus hasardées : il y a peu de découvertes importantes que l'imagination n'ait saisies ou effleurées d'avance, & la question dont il s'agit en fournit un exemple.

M. Ferrein a enfin découvert & constaté l'existence des Artères lymphatiques, & avec elles de nouvelles Veines lymphatiques qui les accompagnent. Il regardoit l'idée de ces artères comme une hypothèse qui n'avoit aucun fondement, lorsqu'il observa dans l'intérieur de la matrice une manière de velouté blancheâtre & extrêmement mince, qu'il examina en différens temps & en différens états. La comparaison qu'il fit de toutes ses observations lui donna lieu de juger que ce velouté n'étoit en effet qu'un tissu de vaisseaux lymphatiques artériels & veineux; mais tout cela étoit encore fort éloigné d'une démonstration anatomique. Il apperçut ensuite sur le haut de l'œil d'un Chien un appareil de vaisseaux qui le frappa; c'étoit un nombre considérable de petits tuyaux ramifiés à la manière des artères & des veines, & pleins d'un fluide qui avoit toutes les apparences du lymphatique. Ils lui parurent très-différens des Veines lymphatiques déja connues, & il ne pouvoit guère les soupçonner d'être autre chose que les artères mêmes dont il s'agit. Il apperçut ces mêmes tuyaux dans une autre occasion; mais il lui fut impossible de reconnoître leur origine, & d'éclaircir les difficultés qu'il avoit à ce sujet. Il revint donc à la matrice, & y fit de nouvelles tentatives, qui lui dévoilèrent enfin le secret que la Nature sembloit cacher depuis si long temps. La finesse extrême de ces vaisseaux ne les empêcha pas de se montrer pour ce qu'ils étoient, & avec des ramifications tout-à-fait semblables à celles des artères ordinaires. Ce ne fut pas cependant sans beaucoup de peine que M. Ferrein vint à bout & de les bien voir & de s'assûrer de leur véritable nature; mais que ne surmonte-t-on point en des occasions si intéressantes, & où l'avancement d'une Science que l'on chérit, l'utilité publique & les mouvemens les plus légitimes de l'amour propre concourent à nous animer?

Il reſtoit à M. Ferrein de faire voir aux autres ce qu'il s'étoit démontré à lui-même. Il avoit pris garde que les objets à demi-tranſparens regardés avec une forte loupe, paroiſſent d'ordinaire plus diſtinctement ſur un fond noir que ſur des couleurs claires, & il ſe rappella que *l'Uvée,* cette tunique de l'œil qu'on a ainſi nommée, parce qu'elle reſſemble à un grain de raiſin noir, ſe trouvoit par-là très-propre à faire paroître les vaiſſeaux diaphanes qui la tapiſſent. L'Uvée des enfans eſt préférable pour cela à celle des hommes faits, & l'Uvée des yeux bleus ou bleuâtres à celle des yeux noirs. M. Ferrein tira donc de l'orbite l'œil d'un Sujet âgé de ſix ans, mort depuis environ 24 heures; il enleva la partie antérieure de la ſclérotique ou la cornée, pour mettre la Choroïde & l'Uvée à découvert; il regarda ces deux membranes de front, avec une lentille de 5 lignes de foyer. La Choroïde lui offrit une quantité extraordinaire de vaiſſeaux ſanguins; il n'en vit aucun dans l'Uvée, mais il y découvrit, & avec une eſpèce de raviſſement, une multitude innombrable de vaiſſeaux blancheâtres & tranſparens, qu'il ne put douter qui ne fuſſent les nouvelles Artères lymphatiques tant deſirées. C'eſt principalement ſur cette partie qu'il en a démontré l'exiſtence à l'Académie, leur origine, leur progrès & leurs ramifications, ſemblables à celles des artères ſanguines, & diſpoſées d'une manière qui n'eſt pas moins merveilleuſe.

On trouvera dans ſon Mémoire un détail curieux & exact de tout ce qu'il faut obſerver pour appercevoir clairement ces tuyaux, auſſi-bien que les nouvelles Veines lymphatiques, & une idée générale de la diſpoſition naturelle des vaiſſeaux ſanguins avec les lymphatiques, & les ſécrétoires du corps. Il a touché en paſſant & par la liaiſon des matières, quelqu'autres points d'Anatomie qui peuvent paſſer pour autant de découvertes particulières. Tel eſt le nouvel *anneau de la Choroïde,* un réſeau de vaiſſeaux ſanguins dans cette membrane, &c.

On ſent aſſez combien la connoiſſance certaine d'une

nouvelle espèce de tuyaux dans une Machine hydraulique, telle que le Corps animal, doit fournir de nouvelles vûes, tant par rapport à son œconomie, qu'aux moyens de remédier à ses dérangemens.

SUR L'ORGANE IMMEDIAT DE LA VOIX ET DE SES DIFFERENS TONS.

IL semble qu'on ait été un peu trop sévère à l'égard des Anciens, lorsqu'on les a repris d'avoir comparé l'organe de la Voix humaine à une Flûte. Il n'est pas vrai-semblable qu'ils ayent entendu autre chose par-là, sinon que cet organe étoit fait à peu-près comme cet instrument, & que l'un & l'autre agissent ou donnent leurs tons par le moyen de l'air ou du vent qui passe par leurs cavités: & en effet, la trachée artère est un tuyau par où passe l'air qui vient des poumons, & sa tête ou le Larynx qui la termine du côté de la gorge, & au milieu duquel est la petite ouverture ou fente qu'on nomme *la Glotte*, représente assez bien la tête & l'embouchure de la flûte à bec. Il est vrai que dans la flûte le vent qui produit le son, est poussé de l'embouchure vers l'autre extrémité du tuyau, & que c'est tout le contraire dans l'organe de la Voix; en quoi il n'est pas possible que les Anciens non plus que les Modernes ayent jamais erré; mais il y a tout lieu de croire que les uns & les autres se sont trompés, quand ils ont cru que l'organe de la Voix n'étoit, à proprement parler, qu'un instrument à vent, comme la flûte, le flageolet ou le hautbois. V. les M. p. 409.

M. Ferrein se trouve là-dessus d'une opinion très-différente, &, si l'on veut, très-paradoxe, mais fondée en même temps sur des expériences dont il sera difficile d'éluder la conclusion. L'organe de la Voix est selon lui, un instrument à corde & à vent, & beaucoup plus à corde qu'à vent, l'air qui vient des poumons & qui passe par la Glotte, n'y faisant proprement que l'office d'un archet sur les fibres

tendineuſes de ſes lèvres, que M. Ferrein appelle *Cordes vocales* ou *Rubans* de la Glotte. C'eſt la colliſion violente de cet air & des Cordes vocales qui les oblige à frémir, & c'eſt par leurs vibrations plus ou moins promptes qu'elles rendent différens tons, ſelon les loix ordinaires des inſtrumens à cordes.

Ces deux ſortes d'inſtrumens de Muſique, à corde & à vent, diffèrent entr'eux, en ce que dans les uns le ſon dépend & de leur conſtruction & de la matière dont ils ſont faits, tandis qu'il ne réſulte dans les autres que de leur ſimple conſtruction. Dans les premiers, tels que la viole, le claveſſin, les cloches, la qualité de la matière influe ſur la nature du ſon, parce que c'eſt des vibrations de cette matière, preſque toûjours ſenſibles à la vûe ou au toucher, que dépendent le ſon & les différens tons qu'on en tire: au lieu que les ſeconds ne ſonnent ou ne rendent tel & tel ſon, qu'en conſéquence de leurs dimenſions, des ouvertures, des fentes & des biſeaux qu'on y a ménagés, & par le moyen deſquels les parties toniques de l'air ſont différemment agitées & miſes en contraction. Ainſi les métaux les plus mous comme les plus durs, l'ivoire, le bois, le carton même & la cire, y produiſent à peu près les mêmes effets; & ce phénomène, quelqu'extraordinaire qu'il paroiſſe, ſe trouve conſtaté par l'expérience. C'eſt que le ſon que rendent la plûpart des inſtrumens à vent, & ſur-tout les flûtes, n'eſt point dû aux vibrations totales & ſenſibles de la matière qui les compoſe. On peut émouſſer ces vibrations à volonté, les interrompre & les arrêter entièrement par la preſſion, ou par quelqu'autre cauſe que ce ſoit, ſans que le ſon de l'inſtrument change ſenſiblement de force ni de nature. Et s'il y a là-deſſus quelques diſtinctions délicates, & quelque choix à faire pour la perfection de ces inſtrumens, c'eſt un détail de pratique dans lequel nous n'entrerons point ici. L'organe de la Voix de l'Homme & des quadrupèdes, eſt au contraire, ſelon M. Ferrein, un inſtrument à corde, mais un inſtrument à corde que le vent fait agir en qualité d'archet.

M. Dodart, qui eſt celui de tous les Modernes qui a le plus travaillé ſur la Voix humaine, ſur ſes différens tons, & ſur le méchaniſme que la Nature y emploie, a admis, ou plûtôt n'a pas exclu les frémiſſemens des parties inſenſibles des lèvres de la Glotte; mais il paroît par le réſumé de tout ce qu'il en a dit, & qui, ſelon M. Ferrein, diffère peu de ce qu'en avoit déja dit M. Perrault, qu'il ne les a admiſes que comme acceſſoires, & non comme cauſe principale. Ce ſont, ſelon M. Dodart, les différentes ouvertures dont la Glotte eſt ſuſceptible, qui conſtituent cette cauſe, ſçavoir, les grandes ouvertures pour les tons graves, & les petites pour les tons aigus. C'eſt ainſi du moins que M. de Fontenelle dans ſes extraits, & les Auteurs qui ſont venus depuis, & qui ont traité la même matière, l'ont entendu. Mais ſans nous embarraſſer davantage de ce qu'on a cru juſqu'ici, voyons ce qu'il convient de croire, & quelles ſont les preuves que M. Ferrein apporte de ſon ſentiment.

V. les Mém. de l'Ac. années 1700. 1701. 1706. & 1707.

Comme il n'y a que deux Rubans ou Cordes vocales à la Glotte, & qu'elles y ſont ſenſiblement de la même longueur, il eſt viſible qu'elles ne ſçauroient ſuffire à donner cette multiplicité de tons hauts & bas dont la Voix humaine eſt capable, à moins qu'elles ne ſoient prolongées ou accourcies, ou, ce qui reviendra au même, plus ou moins tendues. Mais leur longeur ne peut changer que par voie de diſtenſion ou de contraction; donc toute la différence des tons en graves & aigus, ſera dûe au plus ou moins de tenſion des fibres tendineuſes de la Glotte, & l'air qui viendra à être pouſſé des poumons dans la trachée artère, & à frôler contre les bords de la fente étroite qu'elles y forment, ne produira des tons plus ou moins aigus, qu'autant que ces fibres, ou ces cordes qu'il met en vibration, ſe trouveront plus ou moins tendues, & qu'elles feront par-là des vibrations plus ou moins promptes, indépendamment du plus ou du moins d'ouverture de la Glotte.

Voilà ce qui doit arriver, ſelon M. Ferrein; mais eſt-ce là ce qui arrive? Il n'y a pas aſſurément de meilleure manière

de le justifier & de réfuter le système de M. Dodart, que de mettre cet effet sous les yeux, en donnant, par exemple, différentes ouvertures à la Glotte avec une même tension des Rubans, ou au contraire différentes tensions avec la même ouverture, ou enfin une plus petite ouverture avec une moindre tension, & au contraire. Dans le premier de ces quatre cas, il faut que le ton demeure le même, quoique l'ouverture change; dans le second, ce doit être le contraire, il faut que le ton change, malgré une ouverture de Glotte constante; & dans le troisième ou le quatrième, il faut que le ton qu'on vient d'entendre avec une tension & une ouverture données, devienne plus aigu par une plus grande tension, malgré une plus grande ouverture, ou au contraire plus grave, malgré une tension & une ouverture plus petites. Or c'est ce que M. Ferrein a éprouvé de mille manières, tant sur l'homme que sur divers animaux, avant que de composer son mémoire, & c'est aussi ce qu'il a fait voir à l'Académie assemblée, & à plusieurs de ses Membres en particulier.

Il prend une trachée artère détachée du cadavre avec son Larynx, il souffle dans la trachée, tenant en même temps les Rubans de la Glotte plus ou moins bandés, & l'on entend la Voix humaine ou animale hausser & baisser de ton, ou demeurer sur la tenue, dans toutes les circonstances que nous venons d'énoncer.

Ce qui est digne de remarque, & à quoi sans doute l'on ne se seroit pas attendu, en accordant même à M. Ferrein tout ce que suppose son système, c'est que les différentes Voix que donne cette expérience, changent peu de nature, & qu'elles sont encore très-reconnoissables. Le mugissement d'un Taureau, le cri d'un Chien qui souffre, &c. s'y font parfaitement distinguer. Cependant combien y manque-t-il de parties capables de modifier & de caractériser ces Voix! Plus de palais, de dents, ni de lèvres; le Larynx même arraché de la gorge de l'animal, a été pour l'ordinaire très-mutilé, on a retranché dans quelques-uns l'épiglotte, & tous les morceaux de cartilage qui environnent ou qui couvrent la Glotte,

& les Cordes vocales, pour mieux voir le jeu & les vibrations en effet visibles de ces cordes : & malgré tous ces retranchemens la Voix de chaque animal y conserve encore presque tout ce qui la distingue de celle des autres animaux.

Enfin, M. Ferrein a fait voir que les Rubans tendineux qui bornent la Glotte à droite & à gauche, sonnent comme les Cordes sonores, & qu'ils ont les mêmes propriétés qu'elles. Il montre par ses expériences, comment les Cordes vocales peuvent rendre ensemble & séparément différens tons; comment on peut accorder, par exemple, l'octave aigue de l'une, avec l'octave grave de l'autre; comment on peut partager ces cordes suivant leur longueur, & faire sonner leurs parties, leurs moitiés, leurs tiers, &c.

Dans l'animal vivant ce sont ceux des cartilages du Larynx, où les bouts des Cordes vocales sont attachés, qui tirent ou qui relâchent ces cordes. M. Ferrein découvre par l'anatomie de ces parties, les articulations & les muscles qui leur donnent le mouvement nécessaire, & il va même jusqu'à montrer la manière de s'assurer par le tact dans l'Homme vivant, non seulement de la réalité, mais encore des degrés de ce mouvement, & de juger à peu-près de la différence des tons qui en doivent résulter. C'est en tirant ces mêmes cartilages dans les expériences, & en imitant leur jeu naturel, qu'il fait varier les tons des Larynx dont il se sert.

Il annonce en finissant, un nouvel organe qu'il a découvert indépendamment de ce qu'on vient de voir, & qui donne certaines différences particulières de la Voix. Il assure même qu'il y a tel animal qui fait entendre naturellement les deux Voix qui dépendent de ces deux organes, & qui sont à plus d'une octave l'une de l'autre; mais il n'en parlera que dans un autre Mémoire.

Ce qu'on appelle voix fausses dans le chant, vient communément du défaut d'oreille plûtôt que d'aucune défectuosité dans l'organe de la Voix. Il faut convenir cependant qu'il y a des voix fausses par elles-mêmes, & la théorie que nous venons d'expliquer en rend la cause & la possibilité

très-ſenſibles. Il ſuffit pour cela d'un petit manque d'uniformité dans le tiſſu, la tenſion, l'élaſticité, ou enfin dans les longueurs des deux Cordes vocales, & que la différence qui s'y trouve ne ſoit pas harmonique, qu'elle ſoit au contraire de faux accord ou incommenſurable.

SUR LES MAUVAIS EFFETS DE L'USAGE DES CORPS A BALEINE.

V. les M. p. 172.

LE Mémoire que M. Winſlow nous a donné cette année ſous ce titre, eſt une ſuite de ſes Réflexions anatomiques ſur les infirmités qui arrivent au Corps humain, à l'occaſion de certaines attitudes & de certains habillemens *: ſource de maux d'autant plus dangereuſe, que l'on eſt communément moins en garde contr'elle, & qu'elle tient à un deſir de plaire qui l'emporte ſouvent ſur l'amour même de la ſanté. Ce qui eſt certain, & dont on ſera convaincu par la lecture du Mémoire de M. Winſlow, c'eſt que les Corps à baleine peuvent cauſer & cauſent en effet très-ſouvent aux femmes & aux jeunes perſonnes qui en font uſage, des incommodités fâcheuſes, & des maladies qu'on attribue ordinairement à de tout autres cauſes, qu'on traite par-là ſans ſuccès, & qui deviennent quelquefois incurables.

* *V. les Mém. de l'Ac. 1740. page 59.*

M. Winſlow avoit obſervé dans pluſieurs femmes & filles de condition, que les côtes inférieures ſe trouvoient plus baſſes, & les portions cartilagineuſes de ces côtes plus courbées que dans les hommes & les enfans, & dans les femmes & filles du bas peuple. Il jugea que cette différence ne pouvoit être miſe ſur le compte de la Nature, qui ne connoît certainement point de ces diſtinctions d'état, ni venir d'aucune autre circonſtance étrangère, mais ſeulement de l'uſage fréquent & habituel des *Corps forts*, qui ſont d'ordinaire extrêmement ſerrés par embas, & qu'on fait porter ainſi

aux

aux jeunes perſonnes pour leur donner ou pour leur conſerver ce que ſelon la mode préſente on appelle une belle taille. Les réflexions qu'il fit ſur cet uſage lui fournirent bien tôt la ſolution de pluſieurs difficultés qu'il s'étoit formées ſur la cauſe de certaines indiſpoſitions locales, & de certaines infirmités qu'il avoit remarquées dans les femmes accoûtumées à porter des Corps à baleine. Il conçut que les inteſtins violemment preſſés de bas en haut devoient comprimer l'eſtomac, le foie & la rate, les pouſſer fortement contre le diaphragme, & non ſeulement forcer ce muſcle à ſe voûter plus que ne le demande la reſpiration, mais encore retarder ou empêcher le mouvement des différentes parties néceſſaires à la reſpiration. La reſpiration gênée par le ſerrement des côtes inférieures & par la voûte forcée du diaphragme, trouble la circulation du ſang dans le cœur & dans les gros vaiſſeaux qui en dépendent, & d'autant plus que la preſſion de l'aorte deſcendante & de la veine cave inférieure, retient en partie le ſang dans les gros vaiſſeaux ſupérieurs, non ſeulement dans ceux de la poitrine, mais auſſi dans ceux de la tête & du cerveau, & y occaſionne une eſpèce de regorgement, qui, ſelon les différentes diſpoſitions du Sujet, peut occaſionner des palpitations, des polypes, des maladies pulmonaires, des maux de tête, des vertiges, des anevriſmes, & même tôt ou tard l'apoplexie. La compreſſion de l'eſtomac, du foie & de la rate produira des accidens plus ou moins fâcheux par rapport aux nerfs, aux glandes méſentériques, à la route du chyle, aux reins, à la veſſie & aux autres parties contenues dans la capacité du bas ventre. Du genre nerveux offenſé naîtront les foibleſſes, les ſuffocations, vulgairement appellées vapeurs, les tremblemens, les diſpoſitions à la paralyſie, &c.

Voilà, ſelon M. Winſlow, les accidens plus ou moins fâcheux que les Corps à baleine doivent occaſionner par leur partie inférieure & moyenne, ſelon que l'uſage qu'on en fait eſt plus outré ou plus continu, & cela en tant qu'ils ſont plus roides, plus étroits, & qu'ils étranglent, pour ainſi

dire, davantage la partie du corps à laquelle ils sont appliqués. On croiroit après cela que leur partie supérieure étant toûjours évasée & plus large, ne sçauroit être nuisible; mais on va voir que M. Winslow y découvre des inconvéniens qui, pour être moins à craindre, ne laissent pas de devoir être évités. Les échancrures des Corps au dessous des bras, & qui répondent à peu-près au creux de l'aisselle, brident violemment deux muscles, sçavoir, le grand pectoral & le grand dorsal, qui forment le creux de l'aisselle, & qui servent aux principaux mouvemens des bras; le tranchant & les bords de ces échancrures serrent aussi les vaisseaux & les nerfs axillaires, de manière que quelques personnes en ont les bras rouges, & souvent tout livides, avec plus ou moins d'engourdissement, & qu'elles ne peuvent les étendre en avant. D'ailleurs les épaulettes, ces bandes qui passent par dessus l'épaule, reculent tellement les moignons des épaules que les extrémités antérieures des clavicules au haut du *sternum*, deviennent quelquefois par-là très-saillantes, & sont comme prêtes à se déboîter, ce qui paroît sur-tout aux personnes maigres. Enfin M. Winslow explique par-là un phénomène qui avoit fort embarrassé le célèbre Riolan; cet auteur qui étoit premier Médecin de la Reine Marie de Médicis, & qui vivoit par conséquent dans un siécle où l'on sçait que les Corps étoient encore plus en usage parmi les femmes du grand monde que dans celui-ci, avoit observé que la plûpart de ces femmes avoient l'épaule droite plus grosse & plus charnue que l'épaule gauche; & il ne sçavoit, comme il l'avoue dans un de ses ouvrages d'Anatomie, à quoi attribuer cette différence. Il pensa d'abord que ce pouvoit être l'effet du mouvement du bras droit, qui étant plus fréquent que celui du bras gauche, tirailloit & écartoit l'omoplate de ce côté, & en dilatoit les muscles, en y faisant couler le suc nourricier & les esprits en plus grande abondance. Mais cette cause qui peut agir jusqu'à un certain point, pourquoi ne se manifeste-t-elle pas de même, ou par des effets encore plus marqués dans les femmes du bas peuple & dans les

hommes? Il faut donc nécessairement en venir à quelque circonstance qui soit propre aux sujets dont il s'agit, & c'est ce que M. Winslow trouve dans l'abus des Corps à baleine. Les personnes accoûtumées à en porter, ne laissent pas de remuer pour l'ordinaire beaucoup plus le bras droit que le bras gauche; la partie de ces Corps qui se termine au dessous de l'aisselle, & la bande qui passe par dessus l'épaule du bras droit, se doivent donc relâcher peu à peu par le fréquent mouvement de ce bras, & beaucoup plus que du côté gauche; après quoi il n'est pas surprenant que la matière de la nutrition & de l'accroissement y coule & s'y arrête en plus grande abondance que dans l'épaule gauche, où tout est plus contraint & plus resserré. Il n'y a pas d'apparence que cette difformité soit si sensible aujourd'hui. Si elle l'étoit, M. Winslow n'auroit pas sans doute manqué de le dire, & ce n'eût pas été un des moindres motifs dont il auroit pu accompagner ses conseils salutaires.

NOus renvoyons entièrement aux Mémoires

Les Observations de M. Morand sur les Remèdes de M.lle Stephens, pour la Pierre. V. les M. p. 123.

L'Ecrit du même sur des Pierres de Fiel singulières. p. 261.

M. Morgagni premier Professeur d'Anatomie dans l'Université de Padoue, publia l'année dernière plusieurs ouvrages d'Anatomie, en deux volumes in-4.° dont M. Morand a lu un extrait détaillé à l'Académie, & dont voici le titre: *Viri celeberrimi, Antonii Mariæ Valsalvæ, opera, hoc est, tractatus de Aure humana, editione hac quarta accuratissimè descriptus, tabulisque archetypis exornatus, & dissertationes Anatomicæ quæ nunc primùm prodeunt, ad colon intestinum, ad arteriam magnam, ad accessorios nervos, ad oculos, ad suffusiones, & ad renum succenturiatorum excretorios ductus attinentes, tabulis itidem illustratæ. Omnia recensuit, & Auctoris vitam, suasque ad tractatum & dissertationes epistolas addidit duodeviginti Joannes*

4.e édition du Traité de l'Oreille, de Valsalva, &c. & divers ouvrages de M. Morgagni.

Baptiſta Morgagnus. La plûpart de ces lettres de M. Morgagni ſont autant de diſſertations ſçavantes & curieuſes, qui, excepté la huitième, n'avoient point encore paru, & elles rempliſſent la plus grande partie du premier volume, & tout le ſecond. Cet excellent recueil contient une critique judicieuſe de pluſieurs Auteurs d'Anatomie qui ont écrit ſur les mêmes ſujets, ſans en excepter le célèbre Valſalva qui avoit été Maître de l'Auteur, des deſcriptions plus exactes des parties que celles qu'on en avoit, des éclairciſſemens qu'on ne trouve point ailleurs, & quantité d'obſervations ſur l'Anatomie comparée. M. Morgagni y cite ſouvent les Anatomiſtes de l'Académie des Sciences, dont il fait partie depuis l'année 1731, en qualité d'Aſſocié Etranger. On trouvera ici pluſieurs découvertes de M.rs Duvernay, Méry, Littre, Winſlow, Petit Chirurgien, Petit Médecin, Morand & Hunauld, indiquées ou rapportées en preuve, avec l'éloge qu'elles méritent.

DIVERSES OBSERVATIONS ANATOMIQUES.

I.

Sur la Structure cellulaire du Corps vitré.

M. Demours, dont nous avons parlé dans un des articles de l'Hiſtoire Naturelle, & qui eſt connu par ſon ſçavoir & ſon habileté dans le traitement des maladies des Yeux, eſt venu lire cette année à l'Académie, trois Mémoires ſur l'anatomie de l'Œil.

Dans le premier de ces Mémoires il démontre anatomiquement la ſtructure cellulaire du Corps vitré. Il prouve dans le ſecond, que la Cornée tranſparente n'eſt point une continuation de la Sclérotique, comme on l'a cru juſqu'à préſent. Le troiſième contient pluſieurs expériences d'où il

suit que les cellules du Corps vitré communiquent les unes avec les autres.

Nous allons rendre compte de ces trois Mémoires, & sans nous attacher à l'ordre dans lequel ils ont été lûs à l'Académie, nous parlerons du troisième à la suite du premier, comme ne faisant qu'une continuation du même sujet.

L'organe de la Vûe sur lequel les Anatomistes, les Philosophes & les Physiciens semblent s'être exercés à l'envi, & qui en effet n'est pas moins nécessaire pour l'instruction, la conduite & l'ornement de l'esprit de l'Homme, que pour la conservation de son corps, fournit encore & fournira sans doute long-temps une ample matière à nos recherches & à nos découvertes. Entre les parties qui composent cet organe, on sçait qu'il y a trois *Humeurs* ou substances renfermées dans le globe de l'œil; l'antérieure ou la première est l'humeur aqueuse; la seconde, improprement appellée humeur, puisqu'elle est plûtôt solide que fluide, est la Cristalline, ou simplement le Cristallin, espèce de lentille ou de loupe; & la troisième qui tient un milieu entre la solidité & la fluidité, est l'Humeur vitrée. Ce qu'elles ont de commun est de laisser par leur transparence un libre passage à la lumière, & par leur configuration d'en réunir les rayons sur la Rétine & sur la Choroïde qui tapissent le fond de l'œil, & qui constituent l'organe immédiat de la vision.

L'Humeur vitrée ou le Corps vitré, qui fait l'objet du Mémoire de M. Demours, remplit beaucoup plus des trois quarts de la capacité du globe de l'œil, & consiste selon plusieurs Modernes, en un amas de cellules formées par la membrane *Hyaloïde* ou Tunique vitrée, & pleines d'une liqueur semblable à l'humeur aqueuse; d'autres prétendent que c'est un tissu de vaisseaux de différens genres. Quoi qu'il en soit, c'est un assemblage de petites membranes ou de petits vaisseaux, & d'une liqueur qui les remplit, ou qui en occupe les interstices, qui donne à l'Humeur vitrée plus de consistance que n'en a l'humeur aqueuse, & qui la rend moins coulante. M. Demours examine tous les différens

ſentimens qu'on a eus là-deſſus avant que de nous expoſer le ſien.

Riolan eſt le premier qui ait dit que la tunique hyaloïde jettoit dans toute la ſubſtance de la maſſe vitrée quantité d'*alongemens*, deſquels dépendoit l'eſpèce de ſolidité qu'on appercevoit à cette humeur, & que ces alongemens que M. Winſlow appelle *cellulaires*, & qu'il dit être une continuation de la lame interne de la Tunique vitrée, étant rompus, l'Humeur vitrée proprement dite ſe montroit avec toute ſa fluidité, & paroiſſoit ſemblable à l'Humeur aqueuſe.

Hovius prétend au contraire, & M. Boerhaave ſemble être de ce ſentiment, que le Corps vitré eſt formé d'un amas de vaiſſeaux de différent genre renfermés dans la membrane hyaloïde, & dont l'arrangement eſt, dit-il, merveilleux. Il aſſure avoir fait cette découverte à la faveur d'une nouvelle injection préparée chymiquement : mais Hovius ne dit point ni en quoi conſiſte cette injection, ni de quelle manière il s'y eſt pris pour en remplir les vaiſſeaux du Corps vitré.

Le premier de ces deux ſentimens oppoſés n'eſt qu'une conjecture dont perſonne n'a donné juſqu'ici aucune preuve ſuffiſante, & cette conjecture ſeroit même détruite par la prétendue découverte d'Hovius, ſi cet Auteur méritoit aſſez de confiance. Le ſecond eſt une pure imagination : Hovius a beau dire dans ſon Traité *De circulari Humorum motu in Oculis*, qu'il y a vû par le ſecours de ſon injection chymique, que le Corps vitré étoit un amas de nerfs extrêmement tranſparens, & de vaiſſeaux nevro-lymphatiques qui entrent par un côté & ſortent par l'autre, ſans preſque ſouffrir de diviſion ; on ne l'en a pas cru ſur ſa parole, non plus que Waldſchmiedt Médecin Allemand, qui avance avec plus de raiſon, que ce Corps eſt un composé de cellules parallélépipèdes. M. Morgagni dont l'autorité ſeroit bien d'un autre poids, a dit auſſi qu'il étoit vrai-ſemblable que l'Humeur vitrée fût contenue dans la membrane hyaloïde, à peu-près de la même manière que le ſuc du raiſin eſt contenu

dans un grain de ce fruit; mais ce ſçavant Anatomiſte avoue en même temps que ce n'eſt que par conjecture qu'on parle des cellules du Corps vitré, & qu'il ne connoît perſonne qui les ait démontrées. Or conjecturer ou ſoupçonner, même lorſqu'on rencontre la vérité, n'eſt pas démontrer ni découvrir, quoique ce ſoit toûjours une choſe louable & infiniment propre à faire naître des découvertes.

M. Winſlow dit en parlant du Corps vitré, qu'on en découvre la ſtructure cellulaire en le mettant tremper dans une liqueur *aigrelette* & légèrement coagulante; mais il ne ſpécifie pas quelle eſt cette liqueur. Il l'indiquera ſans doute dans l'ouvrage qu'il doit publier ſur les diſſections & les préparations anatomiques. En attendant, M. Demours a fait tremper des Corps vitrés dans des liqueurs aigries par tous les acides minéraux, & il n'a pas trouvé que ce moyen fût ſuffiſant pour pénétrer dans la ſtructure de ces Corps. Tout ce qu'il a remarqué, c'eſt que lorſqu'on les plonge dans une liqueur acide, ils y perdent un peu de leur tranſparence & deviennent plus fermes. Or ce changement n'indique pas plus des cellules que des vaiſſeaux, ou toute autre conſtruction. La même choſe arrive au Criſtallin & à la Cornée lorſqu'on les fait tremper dans des liqueurs acides, & l'on ſçait cependant que la ſtructure de ces parties n'eſt pas cellulaire.

M. Morgagni après avoir examiné des Corps vitrés qui avoient trempé dans de l'eau rendue acide par le mélange du jus de citron, à deſſein de découvrir la ſtructure intérieure de ces Corps, n'a pas été plus heureux, & il n'oſe même aſſurer qu'il ait vû aucune portion de la membrane hyaloïde.

Enfin l'Auteur des Eſſais Anatomiques imprimés depuis peu, dit en parlant du Criſtallin, *quelques recherches qu'on ait faites ſur ſa ſtructure, on peut dire qu'elle n'eſt pas mieux développée que celle du Corps vitré.*

Il y a cependant un moyen bien facile de s'aſſurer de la ſtructure de cette partie; mais ce qui eſt ſimple & facile ne ſe préſente pas toûjours le premier, & il n'eſt pas éton-

nant qu'un tel moyen fût réſervé aux recherches d'un Anatomiſte qui a tant d'intérêt à connoître l'organe de la Vûe. Il ne s'agit, dit M. Demours, que de faire geler un œil: lorſqu'on ouvrira en deux cette partie ainſi préparée, on trouvera l'Humeur vitrée gelée par petits glaçons qu'on ſéparera facilement les uns des autres. Si l'on préſente la pointe d'une aiguille à cataracte ou de tout autre inſtrument, à la ſurface des glaçons, on ſoûlevera des portions d'une membrane extrêmement tranſparente, & plus forte qu'on n'auroit oſé le croire.

Voilà déja une manière bien ſimple de démontrer anatomiquement les *productions* ou extenſions de la membrane hyaloïde & la ſtructure cellulaire du Corps vitré. Mais M. Demours n'en eſt pas reſté là. Il a examiné avec ſoin la forme & la diſpoſition des glaçons de l'Humeur vitrée, pour avoir une juſte idée de la forme & de la diſpoſition des cellules qui les contiennent; connoiſſance, dit-il, très-utile pour fixer le diagnoſtic de certaines maladies des yeux, & ſur leſquelles on ne trouve rien dans les Auteurs; car il ne perd pas de vûe le motif principal de ſes recherches.

Il a obſervé 1.° Que les glaçons qui ſont ſitués vers la ſurface du Corps vitré, ſont les plus gros de tous, & que les autres diminuent de groſſeur à meſure qu'ils s'en éloignent. 2.° Que les plus gros de ces glaçons ſont applatis plus longs que larges, aſſez régulièrement diſpoſés en manière de rayons autour du centre de la partie poſtérieure du Criſtallin, & plus épais par leur extrémité extérieure que par celle qui eſt tournée vers le Criſtallin. 3.° Que les glaçons qui ſont ſitués à la partie antérieure du Corps vitré, ſont les moins gros de tous, & paroiſſent ſous la forme de petits polyèdres, ou ſolides taillés à pluſieurs faces, dont la figure n'eſt point régulière, non plus que celle de tous les autres.

C'eſt d'abord ſur des yeux de Bœuf & de Mouton que M. Demours fit cette obſervation en 1734, & il la répéta quelques jours après ſur des yeux Humains. Toute la différence qu'il remarqua dans ces derniers, c'eſt que les glaçons

qui

qui étoient situés vers la partie antérieure de l'Humeur vitrée, étoient à proportion beaucoup plus petits que dans l'œil de Bœuf, & qu'ils n'excédoient pas la tête d'une très-petite épingle : il apperçut aussi une grande quantité de bulles d'air d'inégale grosseur, répandues parmi les glaçons. Ces bulles d'air peuvent servir à démontrer bien facilement les productions cellulaires de la lame interne de la Tunique vitrée. Il n'y a pour cela qu'à comprimer la membrane qui retient l'air, ou l'ouvrir avec la pointe d'une aiguille à cataracte.

Pour bien observer toutes ces choses il faut avant que d'ouvrir un œil gelé, le tenir pendant une demi-heure ou une heure dans un air tempéré, ou ne le disséquer que lorsque le dégel commence; si l'on vouloit l'ouvrir pendant qu'il est fortement gelé, on auroit plus de peine à observer la forme des glaçons de l'Humeur vitrée, parce que la pression de ces glaçons les uns contre les autres étant alors très-grande, ils ne se séparent pas si facilement.

M. Demours finit ce premier Mémoire par un aveu fort ordinaire aux vrais Sçavans, c'est qu'il y auroit encore bien des connoissances à desirer pour perfectionner sa découverte, & qu'il ignore si les cellules du Corps vitré communiquent ou ne communiquent pas entr'elles; mais nous allons voir que de nouvelles recherches le mirent bien tôt en état de s'éclaircir sur cet article qui fait le sujet de son troisième Mémoire.

On sçait que le Corps vitré tiré de ses enveloppes laisse échapper la liqueur qu'il contient, la même chose arrive lorsqu'on l'écrase entre les doigts; mais la première de ces expériences est équivoque, puisqu'on peut soupçonner que dans ce cas le Corps vitré ne laisse échapper sa liqueur que parce qu'en le tirant hors du globe de l'œil, on en a déchiré la membrane; & si la seconde avoit lieu, on en pourroit aussi conclurre que les grains d'une grappe de raisin qu'on auroit écrasé entre ses mains, & dont on auroit exprimé la liqueur, communiquoient entr'eux.

M. Demours ayant regardé sans dessein quelques Corps

vitrés qui lui restoient dans un vase, avant que de les jetter comme inutiles, fut surpris de la mollesse d'un de ces corps qu'il avoit mis dans une liqueur acide. Il se rappella qu'il l'avoit tiré la veille d'un œil de Bœuf sans en détacher le cristallin, & qu'après en avoir ouvert superficiellement la tunique, il avoit poussé de l'air dans cette ouverture par le moyen d'un tuyau à souffler, pour tâcher de soûlever quelque portion de la lame externe de la membrane hyaloïde, ce qui lui avoit réussi quelquefois. Ce Corps vitré lui parut beaucoup plus mou que ne doivent l'être ceux qu'on met tremper dans une liqueur acide sans en ouvrir la tunique, c'en étoit assez pour faire soupçonner que ce qui s'en étoit perdu, pouvoit s'être échappé par l'ouverture faite à la membrane hyaloïde, & pour supposer la communication des cellules du Corps vitré; mais ce n'étoit encore là qu'une conjecture, & quoiqu'elle ne fût pas sans fondement, elle ne suffisoit pas pour prouver cette communication des cellules entr'elles. Il falloit de nouvelles expériences qui ne laissassent là-dessus aucun doute. M. Demours en a donc fait un grand nombre, parmi lesquelles nous choisirons celles qui paroissent les plus décisives. Il répéta d'abord celle dont nous venons de parler, & qui a donné lieu à toutes les autres.

Pour cet effet il tira avec beaucoup de précaution le Corps vitré d'un œil de Bœuf sans en détacher le cristallin, & il le mit dans une liqueur acide après avoir ouvert superficiellement la Tunique vitrée; au bout de 24 heures de macération il le trouva considérablement plus mou. En supposant que la membrane ne fût ouverte que dans un endroit, il étoit naturel de conclurre de la mollesse de ce corps, qu'il avoit non seulement perdu une partie de l'humeur contenue dans ses cellules, mais encore que ce qui s'en étoit échappé, étoit sorti par l'ouverture faite à sa tunique, ce qui suppose nécessairement une communication des cellules du Corps vitré entr'elles.

Il ne manquoit à ce raisonnement que d'être confirmé par des expériences dans lesquelles on ne pût pas soupçonner

que le Corps vitré fût ouvert en plus d'un endroit; celle qui suit est de nature à ne laisser là-dessus aucun sujet de doute. M. Demours a tiré d'un œil de Bœuf très-frais, le Corps vitré enveloppé de la Rétine & de la Choroïde sans en détacher le Cristallin, & ayant ouvert dans un seul endroit toutes les membranes, c'est-à-dire, la Choroïde, la Rétine & la Tunique vitrée, il a mis cette masse dans de l'eau rendue acide par le moyen de quelques gouttes d'huile de Vitriol; après 24 heures de macération il a trouvé cette masse diminuée d'environ un sixième de son poids, d'où il conclut que ce qui s'étoit échappé de la liqueur contenue dans ses cellules, étoit sorti par l'ouverture faite à sa tunique. Mais comme les cellules qui répondoient à l'endroit qui avoit été ouvert, ne pouvoient pas contenir cette quantité de liqueur, il s'ensuit que les cellules voisines de celles qui avoient été ouvertes, s'étoient aussi vuidées, ce qui suppose nécessairement une communication entr'elles.

Il restoit encore une expérience à faire, c'étoit de voir si le Corps vitré contenu dans ses enveloppes, & mis dans l'eau commune sans en ouvrir la Tunique, diminueroit de poids, & l'expérience a fait voir que le poids de ce corps demeuroit le même.

Dans toutes les expériences que nous venons de rapporter, l'Auteur a toûjours préféré des yeux d'animaux aux yeux humains; car ces derniers sont ordinairement trop flétris lorsqu'ils parviennent entre les mains des Anatomistes, & ils sont par-là peu propres à des expériences où il faut que le Corps vitré n'ait rien, ou presque rien perdu de son poids.

Nous passons, pour abréger, plusieurs observations accessoires qui n'ont aucun rapport à la communication des cellules du Corps vitré entr'elles; mais il y en a une qui mérite quelqu'attention.

L'on sçait que le Corps vitré plongé dans une liqueur acide y perd quelque chose de sa transparence. M. Demours a toûjours remarqué que l'opacité qui survenoit à ce Corps étoit plus grande à la partie antérieure, & sur-tout vers le

centre du chaton qui reçoit le Cristallin, que dans tout le reste de la masse.

Pour rendre raison de ce fait particulier, il faut se rappeller ce que nous avons dit ci-dessus dans l'extrait du premier Mémoire, sçavoir, que les cellules du Corps vitré sont beaucoup plus petites vers la partie antérieure de la Masse vitrée, & sur-tout aux environs du chaton, que par-tout ailleurs. Cela posé il n'est pas difficile de comprendre pourquoi, quand on plonge le Corps vitré dans une liqueur propre à lui faire perdre sa transparence, l'opacité qui lui survient, est toûjours plus grande vers la partie antérieure de ce Corps. Les cellules y étant beaucoup plus petites, les portions membraneuses qui forment ces cellules y sont en plus grand nombre, & comme c'est la Tunique vitrée qui perd sa transparence par l'action de la liqueur acide, l'endroit où cette membrane est plus multipliée & où elle présente plus de surfaces, doit réfléchir une plus grande quantité de rayons de lumière, & paroître par conséquent plus opaque.

I I.

Observations sur la Cornée.

Voici maintenant un précis du second Mémoire de M. Demours sur la structure de l'Œil.

Les Anatomistes donnent le nom général de Cornée ou de Sclérotique, à cette membrane dure & épaisse qui forme la coque de l'œil, & qui sert d'enveloppe commune à toutes les parties qui concourent à la formation de cet organe; mais ils la distinguent en deux portions inégales, l'une desquelles, & qui est la plus petite de beaucoup, ils nomment Cornée transparente. C'est l'antérieure, & celle à travers laquelle on voit la Prunelle & l'Iris. Ils appellent l'autre Cornée opaque, & ils s'accordent tous à regarder la Cornée transparente comme une continuation de celle-ci. Cependant pour plus de briéveté & de clarté, nous ne qualifierons du nom de Cornée que la première, sçavoir, la Cornée

tranſparente, & nous reſerverons celui de Sclérotique pour la ſeconde.

Frappé des différences ſenſibles qu'on apperçoit entre ces deux membranes, M. Demours s'eſt toûjours défié du ſentiment généralement reçu ſur ce ſujet; & il penche à croire que M. Winſlow a eu le même doute, lorſqu'il s'eſt exprimé ainſi dans ſon Expoſition Anatomique, *La Cornée tranſparente paroît être une continuation de la Sclérotique ou Cornée opaque, quoique d'un tiſſu différent.*

La Cornée en effet eſt auſſi diaphane que le criſtal le plus pur, & ne reçoit que des Vaiſſeaux lymphatiques: la Sclérotique au contraire eſt opaque & parſemée de Vaiſſeaux ſanguins.

La Cornée peut ſe diviſer en pluſieurs lames, il n'en eſt pas de même de la Sclérotique; & ce qui fait encore une différence conſidérable, la première ſe gonfle beaucoup & promptement par la macération, ce qui n'arrive point à la ſeconde.

La Cornée dans l'Homme & dans la plûpart des animaux eſt un ſegment de ſphère ou approchant, dont le diamètre eſt plus petit que le diamètre de la Sclérotique.

Dans les Oiſeaux la Sclérotique eſt formée par l'aſſemblage de pluſieurs lames oſſeuſes, longues, étroites, diſpoſées ſelon la direction de l'axe du globe, & artiſtement ajuſtées les unes à côté des autres: elle eſt cartilagineuſe dans les gros Poiſſons; la Cornée au contraire eſt membraneuſe, & ne ſçauroit être une continuation de ces lames oſſeuſes ou de ce dur cartilage.

Enfin on peut ajoûter à tous ces différens caractères, que ſi la Cornée n'étoit que la Sclérotique même devenue tranſparente à la partie antérieure du globe de l'œil, l'endroit qui en ſépare la partie opaque de la partie diaphane ſouffriroit plus de variation qu'on n'en obſerve entre ces membranes; c'eſt-à-dire, que la Cornée n'auroit pas auſſi conſtamment à peu de choſe près le même diamètre dans tous les Sujets de même eſpèce. D'ailleurs quelle ſeroit la cauſe mécha-

nique qui rendroit toûjours aussi transparente que le cristal une portion régulière & déterminée de la Sclérotique, qui est une membrane opaque?

Ces raisons ont toûjours fait douter M. Demours que ces deux parties fussent une continuation l'une de l'autre, & diverses expériences qu'il a faites, l'ont enfin convaincu que la Cornée & la Sclérotique sont deux membranes distinctes, mais fortement unies ensemble par un tissu fibreux très-fin & très-serré.

Il a fait macérer pendant long temps des yeux d'Hommes & de différens Animaux dans l'eau commune, où il les a laissés jusqu'à ce qu'ils commençassent à se corrompre; & les ayant ensuite suspendus à un fil, il les a plongés pendant un demi-quart d'heure dans l'eau bouillante. Par le moyen de cette préparation, il a séparé sans peine & avec le manche du scalpel, la Cornée d'avec la Sclérotique; & il a apperçu le tissu fibreux qui unit ces deux membranes. Il a remarqué aussi que le biseau que forme la Sclérotique à l'endroit où elle s'unit à la Cornée, se trouve après cette préparation creusé en gouttière. Le racornissement survenu à cette membrane par la chaleur de l'eau bouillante, produit cette différence.

Du reste M. Demours remarque fort bien que la Cornée ne représente point à la rigueur un segment de sphère, comme on le dit communément, mais qu'elle fait portion d'un sphéroïde un peu alongé, ce qui est, dit-il, une suite nécessaire de la disposition des muscles droits qui compriment l'œil selon la direction de son axe, & qui le tirent en même-temps vers le fond de l'orbite, conformément aux observations & au sentiment de feu M. Petit Médecin, qui avoit beaucoup travaillé sur la figure & sur les dimensions des parties de l'œil. Le sçavant P. Scheiner a connu il y a plus d'un siècle, que la Cornée n'étoit pas sphérique; mais il la compare au sommet d'un sphéroïde parabolique ou hyperbolique.

M. Demours ajoûte encore ici ses réflexions sur les

lumières qu'on peut tirer de tous ces faits pour le traitement des maladies des Yeux, mais c'eſt un détail qu'il ne fait que toucher ſuccinctement, en attendant que les exemples lui en apprennent davantage.

III.

Sur les Noyés.

Depuis que Becker, & après lui M.rs Littre* & Senac** ont fait voir que ce n'eſt point à force d'avaler de l'eau que les Noyés périſſent, il n'eſt plus queſtion que de ſçavoir comment ils ſont ſuffoqués. Becker veut que ce ſoit par la raréfaction de l'air dans le Poumon ; M. Littre par le défaut d'air ſeulement, ne comptant pour rien le peu d'eau écumeuſe qu'on y trouve, puiſque ſelon lui les Pulmoniques, les Aſthmatiques & les Hydropiques ont le poumon bien plus embarraſſé qu'il ne peut l'être par cette petite quantité de liqueur, & ne laiſſent pas de vivre. M. Senac croit auſſi que c'eſt par le défaut d'air & de reſpiration que les Noyés meurent ; mais il conçoit en même temps que la trachée artère qui ne peut recevoir que de l'air, s'irrite à l'approche de l'eau, entre en convulſion, & cauſe à l'animal qui ſe noie des ruptures de vaiſſeaux pulmonaires, comme on voit qu'il arrive aux Patiens qui meurent de la queſtion telle qu'on la donne à Paris.

* V. l'Hiſt. de 1719. p. 26.
** V. l'Hiſt. de 1725. p. 12.

Le fait une fois conſtaté que les Noyés ne périſſent point par l'eau qu'ils avalent, mais par la ſuffocation, il ſeroit également curieux & utile de ſçavoir en combien de temps un Homme qui ſe noie, peut perdre la vie.

C'eſt ſur quoi M. Petit Bachelier en Médecine, fils de M. Petit Médecin dont on trouvera l'Eloge à la fin de cette Hiſtoire, eſt venu lire ſes expériences & un Mémoire à l'Académie. Il a retenu ſous l'eau des Animaux de différente eſpèce, & même des Inſectes à l'imitation de M. de Réaumur, & il en a trouvé de ces derniers, tels que les Hannetons, qui ſont revenus après une pareille épreuve de 40 à 50 heures.

Il n'en est pas de même à beaucoup près des Oiseaux & des Quadrupèdes. Les Poules, les Poulets, les Pigeons, les Moineaux mis en épreuve, y perdent la vie en moins de 3 ou 4 minutes. Les Canards y ont vécu jusqu'à 8 ou 10 minutes, & même jusqu'à un quart d'heure, ce qui n'est pas difficile à comprendre, quand on sçait que leur trachée artère à l'endroit où elle se divise en bronches, devient osseuse, & y forme une poche remplie d'air. Les Quadrupèdes tels que les Chiens & les Chats ont expiré en deux minutes, ou tout au plus tard en 2 $\frac{1}{2}$.

De ces expériences réitérées & faites avec soin, & de la conformité qu'il y a des parties de la respiration dans l'Homme & dans les Quadrupèdes, M. Petit se croit en droit de soupçonner qu'à la rigueur l'Homme ne vivroit pas plus long-temps sous l'eau que les Animaux dont nous venons de parler, s'il y étoit retenu de la même manière. Mais s'ensuit-il de-là qu'il soit inutile de secourir les Noyés, de les retirer de l'eau lorsqu'ils y ont été plusieurs minutes ou même plusieurs heures ? C'est ce que M. Petit n'a garde de conclurre, & voici les raisons qu'il en donne.

1.° Les Hommes qui se noient se donnent toûjours machinalement des mouvemens qui les font revenir à la surface de l'eau, où ils respirent par reprises, & où ils se remettent pour des instans à peu près dans l'état naturel. M. Petit a imité ces respirations momentanées, & en a fait l'essai sur des Chiens qu'il retenoit sous l'eau pendant une minute, & qu'il laissoit alternativement revenir au dessus & s'y débattre. Il en a trouvé qui vivoient encore fort bien après 10 à 12 minutes qu'ils avoient été ainsi plongés & replongés.

2.° On sçait que les Plongeurs employés à la pêche des Perles, restent quelquefois jusqu'à 15 minutes & plus au fond de la mer sans perdre la vie, & que c'est vrai-semblablement parce qu'ils font avant que de plonger une grande inspiration, & qu'ils retiennent ensuite cet air aussi long-temps qu'il leur est possible ; ce qui leur facilite le passage du sang du ventricule droit au ventricule gauche du cœur, en quoi

en quoi consiste principalement la méchanique de la respiration. Or ne peut-il pas se faire que les Noyés en revenant à la surface de l'eau, & en retenant ainsi de l'air dans leur poitrine, la dilatent par ce moyen, & y facilitent de même la circulation du sang?

3.° Enfin il y a des adultes dans lesquels le trou ovale où botal, qui supplée à la respiration dans le fœtus, & le canal de communication sont encore ouverts. On lit dans l'Histoire de l'Académie de 1700 & 1701, que M. Littre avoit trouvé le trou ovale ouvert dans deux Sujets, dont l'un étoit âgé de 20 à 22 ans, & l'autre de 40. En 1724 M. Petit Médecin fit voir à l'Académie le cœur d'un Homme âgé de 40 à 45 ans, qui avoit de même le trou ovale & le canal artèriel ouverts. C'est apparemment le cas où se trouvoit ce Sicilien nommé Colas, qui au rapport de Cardan, pouvoit rester trois ou quatre heures sous l'eau, le même que Jovien Pontanus avoit célébré avant lui dans son Poëme intitulé *Uranie*.

Ces remarques sont autant de motifs de secourir promptement les Noyés. Des faits tout récens & qu'on ne peut révoquer en doute, nous apprennent qu'on en a sauvé plusieurs qui avoient été des heures entières dans l'eau. Eh que ne doit-on point tenter en leur faveur après la fameuse Thèse de M. Winslow sur l'incertitude des signes de la mort! Aussi M. Petit n'a-t-il pas oublié d'ajoûter dans son Mémoire tout ce que la Médecine pouvoit pratiquer de plus efficace sur les vrais ou prétendus cadavres des Noyés, pour les rappeller à la vie. Mais nous nous dispenserons de rapporter ici ces préceptes, parce qu'ils sont à peu-près les mêmes que ceux que l'Académie fit imprimer sur ce sujet l'année dernière 1740, dans un avis particulier que M. le Comte de Maurepas Ministre de la Marine, M. d'Argenson Intendant de Paris, & M. de Marville Lieutenant de Police, firent répandre dans tous les lieux de leurs districts. Ce même avis sera mis encore à la suite d'une traduction françoise de la Thèse de M. Winslow, accompagnée de sçavantes

& utiles additions que M. Bruhier Docteur en Médecine nous a communiquées, & qu'il donnera inceſſamment au public*.

* Donné en 1742.

I V.

Hiſtoire d'une maladie ſingulière de la Matrice.

On a vû pluſieurs fois ſe détacher des eſcarres du Vagin & de la Matrice, par des maladies & des accidens ſurvenus à ces parties, ſans que la malade en mourût; mais il n'y a point d'exemple d'une ſéparation totale de la Matrice, à laquelle le Sujet ait pu ſurvivre. Cependant M. Vacher Correſpondant de l'Académie, Chirurgien-major des armées du Roi & des Hôpitaux de Beſançon, nous a rapporté un fait d'après lequel, & à la ſuite de divers accidens que nous ſupprimons, il penſe que ce Viſcère eſt entièrement tombé par le Vagin, ſans que la malade en ſoit morte, ni même qu'elle ait ceſſé de jouir d'une parfaite ſanté.

Ce ſera peut-être un moyen de tirer de M. Vacher des éclairciſſemens utiles ſur ce ſujet, que d'ajoûter ici quelques difficultés qui m'ont été communiquées ſur ſa relation par un ſçavant Anatomiſte de la Compagnie.

Quoique cette partie que rendit la malade & qu'on crut être ſa Matrice, fût fort épaiſſe, il ne ſemble pas cependant qu'elle le fût aſſez pour cela, ni que ce fût autre choſe qu'une ſimple exfoliation de ce viſcère. Les raiſons que notre Anatomiſte allègue pour en douter, ſont 1.° Qu'une Matrice malade pouvoit avoir conſidérablement augmenté de volume. 2.° Que la portion du Vagin qui tenoit à la partie de la Matrice que M. Vacher nous fit voir, & qu'il avoue n'être qu'une exfoliation du Vagin, étoit d'une plus grande épaiſſeur que tout le Vagin en état de ſanté, & que par proportion la partie de la Matrice qu'il prit pour la Matrice entière, n'en ſeroit pas peut-être la moitié ou le quart. 3.° Que l'extérieur de cette portion n'avoit point l'apparence d'une membrane; apparence qu'elle auroit eue ſi tout le corps de la Matrice étoit tombé. 4.° Que le corps de la Matrice ne ſe ſeroit point

détaché ſans avoir emporté avec lui quelques portions des trompes, des ligamens, &c. dont on n'a pourtant pas vû de veſtige. 5.° Si tout le corps de la Matrice étoit tombé, il ſeroit difficile que quelqu'inteſtin n'eût pas profité de l'ouverture qui ſe ſeroit faite alors dans la cavité du bas ventre, pour venir ſe loger dans le Vagin, ou pour ſortir même au delà. 6.° Que l'exfoliation qui eſt arrivée au Vagin, nous indique qu'il en a pu arriver une pareille dans le corps de la Matrice; & enfin que ce n'eſt que la partie interne de ce viſcère qui s'eſt détachée par la pourriture gangréneuſe qui l'a attaquée ainſi que le Vagin.

Quoi qu'il en ſoit, l'obſervation de M. Vacher nous préſente un fait très-ſingulier, & qui confirme parfaitement ce qu'on a vû dans quelques autres occaſions, que des parties où la moindre bleſſure eſt preſque toûjours mortelle, & où l'Art ne ſçauroit porter ſon ſecours, peuvent quelquefois ſe trouver percées d'outre en outre, déchirées ou entièrement détruites, ſans que le Sujet en perde la vie, lorſque la Nature a eu le temps d'y ménager elle-même ſes reſſources.

V.

Cure extraordinaire d'une Paralyſie.

M. Gros Médecin de la ville d'Arles, nous a fait part de la guériſon d'un Paralytique, très-prompte & très-parfaite, qu'il a opérée dans cette ville, en faiſant frapper à diverſes repriſes & pendant quelques jours les parties affectées du malade, avec des Orties piquantes.

Sans prétendre rien ôter à la ſagacité que M. Gros a marquée dans cette rencontre, nous obſerverons que la flagellation des Orties, quoique peu connue, & dont nous ne ſçavons pas que d'autres Médecins modernes ayent fait uſage, n'a pas été ignorée des Anciens. Celſe la conſeille pour la guériſon de la même maladie*, & recommande auſſi l'application de la Moutarde ſur la partie paralytique. C'eſt ce qu'ils appelloient *Urticatio*, *Sinapiſmus*, ou en général *Phoenigmus*;

* *Lib. 3. c. 27.*

nom qu'ils donnoient à tous les remèdes qui irritent la peau jusqu'à la rougeur, pour rappeller le sang & les esprits à l'habitude du corps. On peut voir ce qu'en a dit Rolfincius* sçavant Médecin Allemand qui vivoit vers le milieu du siècle passé.

* *Ordo & method. Medicin. specialis, &c.* p. 438.

VI.

Relâchement des Muscles des Bras & de la Tête.

M. Martin Docteur & Professeur de Médecine à Lausanne, Correspondant de l'Académie, a mandé à M. de Réaumur, qu'un jeune garçon de 10 ans, après une chûte dont il ne restoit aucune marque extérieure, a les bras, les mains, & certains muscles de la tête sans action, de manière que la tête lui tombe tantôt sur le dos, & tantôt sur la poitrine. Cependant par un jeu habituel du dos, il la place droite & en équilibre; mais elle retombe lorsqu'il penche le tronc par mégarde. Du reste le jeune garçon se porte bien, & la sensation dans ces parties flasques lui est restée comme à l'ordinaire.

VII.

Conformations singulières.

M. Morgagni a envoyé à M. Morand plusieurs observations anatomiques sur des conformations singulières de parties, telles que des Uretères doubles à un des Reins, deux Reins unis ensemble de façon à n'en faire qu'un, treize Côtes de chaque côté, la treizième formant plûtôt un bout de côte entière; & M. Morgagni bien informé que l'Académie avoit déja rapporté des faits pareils, présentés par M.rs Morand & Hunauld, cite les siens seulement comme des exemples à joindre à ceux qui étoient déja connus. Mais il y ajoûte des choses plus rares, sçavoir, 1.° Six Vertèbres lombaires dans un Sujet qui avoit 26 Côtes, dont la première soûtenoit les petites Côtes surnuméraires, & la dernière étoit continue à la première de l'Os *sacrum*. 2.° Il a trouvé dans un

autre Sujet la Veine iliaque droite revenant à ſon origine, après avoir fait quelque chemin au deſſous du tronc de la veine cave, & formant une eſpèce d'Iſle. 3.° Dans une Femme de 39 ans morte d'une Hernie, quatre Valvules au lieu de trois, à l'orifice de l'artère pulmonaire. Ces Valvules étoient ſemblables à celles qui ſe trouvent dans l'état naturel, excepté qu'il y en avoit une fort grande & trois plus petites. C'eſt une choſe digne de remarque que tant de ſingularités ayent été fournies par quatre Cadavres, de cinq que M. Morgagni avoit diſſéqués en quarante jours dans l'hiver de 1740.





CHYMIE.

MOYENS DE CONGELER L'ESPRIT DE VIN, Et de donner aux Huiles grasses quelques-uns des caractères d'une Huile essentielle.

V. les M. p. 11.

LE fameux Remède Anglois pour la Pierre, donné au public par M.[lle] Stephens, a produit plusieurs Mémoires dans l'Académie, soit pour en constater & en discuter les effets, soit pour en établir & en examiner la composition. M. Morand qui pratique depuis long temps la Taille avec succès, & qui donna en 1728 un Traité sur celle qu'on nomme du *Haut-appareil,* n'en a pas été moins porté à saisir le moyen d'épargner aux Malades une si dangereuse opération. Il nous a lû des dénombremens raisonnés & bien circonstanciés des effets merveilleux que le Remède de M.[lle] Stephens a déja opérés en Angleterre & en France, & il prépare là-dessus un plus grand ouvrage à mesure que les faits & les observations s'accumulent. On sent de quel poids doit être en pareille occasion le suffrage d'un habile Lithotomiste. M. Geoffroy qui travaille aussi sur ce Remède, & conjointement avec M. Morand, mais qui l'envisage plus particulièrement du côté de la Pharmacie & de la Chymie, nous en donna il y a deux ans * l'analyse par décomposition & récomposition; & il a tâché non seulement de le rendre plus sûr & plus simple, mais encore moins dégoûtant. Le principal agent de ce Remède, parmi les différens ingrédiens qui le composent, est le Savon d'Alicante, qui n'est, comme on sçait, autre chose qu'une espèce d'Amalgame durci d'huile d'Olive & du sel alkali de la Soude. Ces deux substances & la plûpart de celles qui leur sont analogues, les

* V. les M. de 1739. p. 275. & 441.

Huiles grasses & essentielles, & différentes sortes de Sels soûmis aux opérations Chymiques, modifiés & combinés de mille façons différentes, & selon toutes les finesses de l'Art, sont encore le sujet du Mémoire que nous indiquons ici, & qui indépendamment du Remède, contient plusieurs observations Physiques très-curieuses.

THE'ORIE CHYMIQUE DE LA TEINTURE DES E'TOFFES.

LA Théorie des Teintures n'est pas moins intéressante pour la Physique, & sur-tout pour la Chymie, que pour le Commerce. M. Hellot qui avoit déja commencé il y a un an de traiter cette matière en Chymiste Physicien, & en homme instruit des pratiques de l'Art, & de l'importance de cet Art pour le commerce du Royaume, a continué cette année de nous donner ses réflexions & ses expériences sur ce vaste sujet, dans le même esprit & selon la même méthode. Son Mémoire de 1740, après quelques préliminaires, traitoit du Bleu; celui-ci qui en est une suite, traite du Rouge & du Jaune. Comme ce sont toûjours des recherches & des détails de même nature, & exposés avec beaucoup de clarté, nous renvoyons le lecteur au Mémoire même. V. les M. p. 38.

C'est proprement à M. Colbert & aux Règlemens faits sous son Ministère, que sont dûs les grands succès des Teintures en France. Les Règlemens donnés en 1667, & l'Instruction publiée deux ans après par ses ordres, pour procurer aux Etoffes de nos manufactures des couleurs qui résistassent à l'air, commençoient à n'être plus exécutés, & à causer un préjudice sensible dans cette partie de notre Commerce, lorsque M. Orry Contrôleur général crut qu'il étoit nécessaire de charger un Physicien de l'Académie des Sciences du soin de revoir cet Art, d'en rétablir les pratiques conformément aux vûes de M. Colbert, & de le porter, s'il est possible, à un plus haut point de perfection. L'art de

la Teinture avoit été jusque-là entre des mains méchaniques, qui ne sçavent faire communément que ce qu'elles ont déja fait, la tête qui les doit conduire manquant presque toûjours des connoissances accessoires & des principes fondamentaux, seuls capables d'en varier & d'en étendre les opérations. M. du Fay fut nommé en 1731, par Arrêt du Conseil, pour travailler sur ce plan, & pour fournir au sage Emule de M. Colbert, toutes les instructions dont il auroit besoin pour le faire exécuter ; car la réforme des abus qui s'étoient introduits dans les Teintures, demandoit qu'on y portât une double lumière, celle du Magistrat & du Ministre, & celle du Physicien & de l'Artiste même, ou d'un Physicien capable d'entrer dans tous les détails de l'Artiste. M. du Fay avoit déja fait en 1733 un assez grand nombre d'observations & d'expériences sur ce sujet, & il procura dès-lors un Règlement utile à la fabrique des Tapisseries, & concernant la Teinture des laines filées qu'on y emploie. En 1737 il en occasionna un autre pour la Teinture des laines servant à la fabrique des étoffes, ou à la Teinture des étoffes mêmes déja fabriquées. Il n'étoit plus question que de décrire l'Art en général; mais la mort nous enleva en 1739 ce digne Académicien. M. Hellot nommé à sa place en 1740, a répété avec soin presque toutes les expériences de son prédécesseur, & y a ajoûté les siennes. Il s'est attaché particulièrement à expliquer par des principes reçus de tous les Chymistes, la cause de la ténacité des couleurs qu'on appelle de *bon teint*, & de la non tenacité de celles qu'on nomme de *mauvais teint*, ou qui ne résistent ni à l'air ni à l'action des sels qu'on emploie à leurs épreuves. Les deux Mémoires qu'il nous a lûs sur ce sujet, & dont nous venons de parler, sont le premier fruit de ses travaux, & seront suivis de l'art entier des Teintures.

SUR

SUR UN ETAIN PRESENTÉ A L'ACADÉMIE.

ON n'admet guère de nouvel établiſſement de quelque importance dans le Royaume, touchant les Manufactures & les Arts, ſans que l'Académie ne ſoit conſultée auparavant ſur les utilités qu'on en peut attendre, & ſur la protection qu'il convient d'accorder à ceux qui le propoſent. Mais ſi l'Académie ſe ſent honorée par cette confiance de la part du Gouvernement, nous pouvons aſſurer que de ſon côté elle n'oublie rien pour tâcher de la mériter de plus en plus, par le ſoin qu'elle prend de s'inſtruire à fond des matières ſur leſquelles on lui demande de prononcer. Il y a telle de ſes déciſions que l'on trouve rapportée ici en peu de mots, & qui a coûté des recherches & des diſcuſſions immenſes aux Commiſſaires qu'elle nomme à ce ſujet, & ſur le rapport deſquels elle doit régler ſon jugement. M.rs Geoffroy & Hellot nous fourniſſent de quoi en donner un exemple, dans le Mémoire qu'ils ont lû à la Compagnie, ſur un Etain préſenté à M. le Comte de Maurepas, pour en établir une nouvelle fabrique de vaiſſeaux avec privilège excluſif, & dont ce Miniſtre avoit renvoyé l'examen à l'Académie. Il s'agit de ſçavoir ſi ce métal, que le S.r Jean-Baptiſte-Nicolas de Kemerlin dit être de ſa compoſition, « eſt dépouillé de « ſon alliage; s'il eſt véritablement plus pur & d'un meilleur « uſage que celui dont on ſe ſert ordinairement; & ſi, pour le « dépouiller de cet alliage, on n'emploie point quelque com- « poſition capable de nuire à la ſanté de ceux qui ſe ſerviroient « de vaiſſelle faite de cette matière. »

On ne peut douter que pour ſe mettre en état de donner ces éclairciſſemens, il n'ait fallu employer différens moyens, & faire bien des opérations ſur le métal qui en eſt l'objet. Ce n'eſt que par une longue ſuite d'expériences qu'on peut parvenir à connoître ce qui entre dans la compoſition des

mixtes; les ſubſtances métalliques ſur-tout, étant d'un tiſſu plus ſerré, plus lié, plus ténace que les végétaux & les animaux, exigent un travail plus long & plus obſtiné. Mais entre les métaux, l'Etain eſt un des plus difficiles à traiter lorſqu'on veut en reconnoître la pureté. L'Or & l'Argent, par exemple, ſont aiſés à éprouver, en ce que leur parfaite décompoſition ayant été juſqu'ici impoſſible, on peut toûjours ſéparer aiſément de leurs parties propres les matières hétérogènes qui s'y mêlent.

Un des meilleurs moyens de s'aſſurer de la pureté de l'Etain, eſt de le calciner; car on ſçait que la chaux de l'Etain, ou la *Potée,* cette eſpèce de cendre qui reſte à la place de ce métal après la calcination, eſt d'autant plus blanche qu'il eſt plus pur. L'Académie a vû des preuves de cette vérité, lorſque M. Geoffroy l'un des deux Commiſſaires nommés à l'examen dont il s'agit, lut il y a trois ans un premier Mémoire ſur l'Analyſe de l'Etain *. Les chaux qu'il fit voir alors à la Compagnie, & qu'il a conſervées à l'abri des impreſſions de l'air, ont ſervi aujourd'hui de pièces de comparaiſon.

* V. les M. de 1738. p. 103.

Outre la calcination de l'Etain du Sr de Kemerlin, Mrs Geoffroy & Hellot en ont fait la preuve par la *Pierre d'Eſſai* des Potiers d'Etain, eſpèce de petit moule de pierre de Tonnerre, où l'on fait couler ce métal fondu, pour examiner la couleur qui lui vient à la ſuperficie après ſon réfroidiſſement. Cet eſſai, le ſeul qui ſoit en uſage chez les Potiers d'Etain de Paris, quoique fort douteux, a indiqué cependant à nos deux Chymiſtes la route qu'ils devoient tenir pour imiter l'Etain du Sr de Kemerlin, & par conſéquent pour donner leur avis ſur ſa pureté.

Ils ſe ſont auſſi ſervi du marteau des Planeurs pour ſçavoir ſi l'Etain propoſé ſe forge auſſi bien ou mieux que l'Etain fin des Potiers qui eſt en uſage pour la vaiſſelle; & de la lime pour connoître quelle couleur il perd à l'air, après ce ſimple déchirement de ſa ſurface, avant qu'on lui donne un poli plus parfait.

Le même Etain a été pesé dans l'air & dans l'eau, à l'imitation de ce que pratiqua Archimède sur la fameuse Couronne du Roy Hieron, pour l'indication de son alliage, au cas que ce metal en eût, en comparant son poids à celui des Etains connus.

On l'a dissout dans une eau régale affoiblie, pour sçavoir s'il ne s'en précipitoit rien de sale, comme cela arrive aux Etains communs & alliés de plomb, & cette même dissolution appellée *Composition* dans l'art de la Teinture, a été employée ensuite avec un bain de Cochenille fait à l'ordinaire, pour juger par la vivacité de la couleur écarlate qu'elle donneroit à du drap, si cet Etain est plus pur que tout autre: car ce n'est qu'avec une pareille dissolution d'Etain le plus pur qu'on peut faire le bel écarlate.

On a mis tremper de cet Etain dans de la dissolution d'Or, pour voir aussi par la couleur pourpre que l'Etain fait prendre à la dissolution de ce métal, si l'Etain dont il s'agit, est aussi pur qu'un Etain qu'on sçavoit l'être beaucoup.

Il a été fondu dans un même vaisseau & au même feu avec trois autres Etains, l'un reconnu pour être pur, l'autre simplement pour bon, & l'autre pour mauvais, afin de sçavoir combien il résistoit plus que les autres à l'action du feu.

On n'a pas dédaigné de consulter quelques Potiers d'Etain des plus habiles, & de faire en leur présence une partie des opérations dont nous venons de parler.

Enfin M.rs Geoffroy & Hellot ont assez bien imité l'Etain du S.r de Kemerlin pour se déterminer sur ce qu'ils avoient à en dire.

Toutes ces épreuves, ces diverses expériences, & plusieurs autres faites & répétées plusieurs fois, accompagnées de toutes les précautions, & même de tous les calculs dont elles étoient susceptibles, ayant été rapportées à l'Académie dans le plus grand détail, la Compagnie a jugé que l'Etain présenté à M. le Comte de Maurepas par le S.r de Kemerlin, bien loin

d'être comme l'Etain d'Angleterre en larme, dépouillé de tout alliage, en a même plus que l'Etain fin des Potiers, puiſqu'il pèſe davantage; car on ſçait que l'Etain eſt de tous les métaux le plus léger. La couleur de ſes chaux apportées à l'Aſſemblée par les Commiſſaires, démontre auſſi qu'il n'eſt pas pur, puiſqu'elles n'ont pas la blancheur de l'Etain d'Angleterre non allié. Cependant l'Académie croit qu'il peut être employé utilement à fabriquer de la vaiſſelle, ſans que ceux qui s'en ſerviront en ayent rien à craindre pour la ſanté, & qu'il a encore cet avantage ſur l'Etain fin des Potiers, de ne point laiſſer appercevoir de cuivre, & d'être un peu plus difficile à fondre.





BOTANIQUE.

SUR UNE ESPECE D'OUATE *Ou de MATIERE COTONNEUSE trouvée au fond d'un E'tang.*

UN amas d'eaux dormantes qu'on nomme l'*E'tang de Petre,* à une lieue & demie de Metz, s'étant trouvé desséché par des accidens qu'il seroit inutile de rapporter, les habitans des environs furent extrêmement surpris d'en voir le fond tout couvert d'une matière blanche & cotonneuse, tout-à-fait semblable à de l'Ouate : il fut fait là-dessus quantité de raisonnemens, & l'on ne manqua pas d'en concevoir de grandes espérances pour le commerce du pays. M. Lamy de Bezanges Commissaire d'Artillerie, qui étoit sur les lieux, en écrivit à M. de Valliere, & lui envoya une description exacte du phénomène & du local, avec des échantillons de la matière en question, pour être communiqués à l'Académie. Ces échantillons ayant été considérés attentivement, même avec le Microscope, on a reconnu que la matière blanche qui les compose, observée pour la première fois sur le fond de l'étang de Petre, au mois d'Avril de cette année, & consistant en des filets très-déliés, n'est autre chose que la plante appellée *Conferva,* commune dans les eaux dormantes, dont elle tapisse ordinairement le fond. Cette plante n'est en effet qu'un amas prodigieux de filets noueux & déliés qui demeurent verds tant qu'ils sont dans l'eau, mais qui blanchissent plus ou moins à l'air ou au Soleil, dès qu'ils sont à sec. M.rs Bernard de Jussieu & Hellot ont observé soigneusement la même plante après l'avoir tirée des bassins du Jardin du Roi, ils l'ont fait dessécher & blanchir à l'air, & l'ayant examinée

au Microſcope, & comparée avec l'Ouate de l'étang de Petre, ils l'ont trouvée entièrement ſemblable à celle-ci. Quant aux eſpérances que cette découverte avoit fait naître, elles ont paru peu fondées, les filets de la Conferva étant trop fragiles & trop friables pour être employés avec ſuccès à aucune ſorte de manufactures.

RECETTE

Pour garantir les Chevaux de la Piqûre des Mouches.

L'Académie ne dédaigne jamais de deſcendre des ſpéculations les plus ſublimes juſqu'aux plus petits détails lorſqu'ils ſont utiles. M. d'Ons-en-Bray nous a fait part d'une recette aiſée, & qui lui a fort bien réuſſi pour préſerver les Chevaux en voyage de la Piqûre des Mouches. Prenés des feuilles de Noyer ou des écales de Noix, empliſſés-en un chauderon, mettés de l'eau par deſſus, & faites bouillir le tout pendant un bon quart d'heure. Il faut avant que de partir & de harnacher les Chevaux, ſoit le matin, ſoit l'après-midi, les bien bouchonner avec ces feuilles ou ces écales, ou avec une éponge trempée dans cette décoction, qu'on ne peut faire trop forte. Les Mouches qui viendront ſur ces Chevaux y reſteront peu & ne les piqueront pas.



ARITHMETIQUE.

SUR LES ECHELLES ARITHMETIQUES.

IL eſt évident que la Progreſſion décuple ou *dénaire* qui règne dans notre Arithmétique & dans la manière de compter de tous les peuples connus de la Terre, n'a d'autre fondement que les dix doigts de nos mains, & que ſi nous avions eu plus ou moins de dix doigts, douze, par exemple, ou huit, la numération ſe feroit faite ſelon la progreſſion *duodénaire* ou *octoénaire*. Ariſtote qui a touché quelque choſe de cette recherche dans ſes Problèmes, nous apprend cependant qu'il y avoit dans la Thrace un peuple qui ne comptoit que par la Progreſſion *quaternaire*. C'eſt-à-dire, qu'après avoir compté 1, 2, 3 juſqu'à quatre, exprimé dans ce cas & en chiffres Arabes, par l'unité avec le zéro, on reprenoit la Progreſſion, & on comptoit autant de fois quatre qu'il le falloit pour exprimer tout nombre qui ne paſſoit pas quatre fois quatre ou ſeize, & ainſi de ſuite juſqu'à quatre fois ſeize, &c. de la même manière que nous en uſons à l'égard des unités des dixaines, centaines, mille, &c. ce qui, réduit à nos chiffres, ſeroit écrit de cette manière, 10 pour quatre; 100 pour quatre fois quatre ou ſeize; 1000 pour quatre fois ſeize ou ſoixante-quatre; 13 pour 7; 122 pour vingt-ſix; 2312 pour cent quatre-vingt-deux : car ce dernier exemple exprime deux fois ſoixante-quatre, plus trois fois ſeize, plus une fois quatre, plus deux unités, ce qui fait en tout cent quatre-vingt-deux; comme il feroit deux fois mille, trois fois cent, une fois dix & deux unités, & en tout deux mille trois cens douze ſelon l'Arithmétique dénaire. Que ſi au lieu de la Progreſſion quaternaire on ne vouloit employer que la *binaire*, il

V. les M. p. 219.

n'y auroit alors dans la numération par chiffres que des unités & des zéro. Ainsi 10 ne seroit que deux, 11 trois, 100 quatre, 101 cinq, 1000 huit, 1010 dix, 10000 seize, &c. Cette Progression dans l'Arithmétique, la plus simple de toutes les Progressions possibles, auroit selon M.rs Leibnitz & de Lagny*, de fort grands avantages pour certaines recherches curieuses & difficiles; mais elle seroit très-incommode dans l'usage ordinaire, par la quantité de caractères qu'elle exigeroit pour de petits nombres. La duodénaire seroit peut-être, toutes compensations faites, la plus utile par le nombre de ses diviseurs, deux, trois, quatre, six; mais pour s'en servir avec nos chiffres, il faudroit nécessairement y ajoûter deux nouveaux caractères pour les nombres dix & onze qui seroient dès-lors au rang des unités. Au dessus de la Progression duodénaire, il n'y a que celle de vingt-quatre qui eût un diviseur de plus, sçavoir, huit; mais celle-ci devient embarrassante par le nombre de caractères qui entreroient dans son rang des unités. Cependant il n'y a aucune de ces Progressions qui, à certains égards, ne puisse être préférable à toutes les autres, & qui n'ait son utilité particulière de théorie ou de pratique. Parmi les propriétés qui leur sont communes, on doit compter celle qui a été d'abord remarquée du nombre neuf, sçavoir, que tous ses multiples exprimés à la manière ordinaire, le sont toûjours par des chiffres dont l'addition fait neuf, ou un multiple de neuf, & que ces chiffres transposés de plusieurs manières différentes redonnent encore des nombres multiples de neuf*. Car il est clair que ces propriétés n'appartiennent au nombre neuf dans l'Arithmétique dénaire, qu'en tant qu'il est le pénultième de la Progression ou de la suite naturelle des nombres jusqu'à dix. De manière que dans la Progression quaternaire ce ne seroit plus neuf qui auroit ces propriétés, mais trois; & que dans celle de douze ou de vingt-quatre, ce seroit onze ou vingt-trois. Il seroit donc très-commode pour de semblables recherches, & surtout lorsqu'il s'agit de grands nombres, d'avoir une Formule,

* V. l'Hist. de 1703. p. 58.

* V. l'Hist. de 1726. p. 36.

par

par le moyen de laquelle on pût ramener promptement ces nombres à l'Algorithme ou à l'expression de l'espèce d'Arithmétique, de Progression ou d'*E'chelle* dont on veut faire usage. C'est ce que M. de Buffon a cherché, & qu'il nous donne ici sous le titre de *Formule sur les E'chelles Arithmétiques.*



ALGEBRE.

SUR LE CAS IRRE'DUCTIBLE DU TROISIEME DEGRE'.

IL y a grande apparence que les Arabes, qu'on croit être les inventeurs de l'Algèbre, n'ont pas connu l'extraction des racines des Equations passé le second degré; du moins est-il certain que Lucas Paciolus, dit *del Burgo,* qui tenoit l'Algèbre des Arabes, & qui l'a fait connoître en Europe dans un Livre intitulé, *Summa de Arithmetica, proportioni, è proportionalità,* imprimé à Venise en 1494, n'a pas été au delà du second degré. Cardan est vrai-semblablement le premier qui, environ 70 ans après Lucas del Burgo, ait poussé l'extraction des racines jusqu'aux Equations cubiques ou du troisième degré; mais ce qui est remarquable, & qui fait honneur à Cardan, c'est qu'il ne fut arrêté dans cette recherche que par une difficulté qui arrête encore les plus subtils Algébristes: cet écueil est le cas où l'Equation a trois racines réelles, toutes trois inégales & venant sous une forme incommensurable. V. les M. p. 25.

Ce Cas appellé Irréductible, quoiqu'on n'en puisse pas démontrer l'irréductibilité, est donc devenu en Algèbre ce qu'est en Géométrie la Quadrature du Cercle. On voit clairement qu'il y a dans l'Etendue, dans le Monde intelligible qui fait l'objet immédiat des Géomètres, un quarré égal à la surface du Cercle, une ligne droite de même longueur que

la circonférence qui termine le Cercle; mais on ne sçauroit assigner la valeur exacte de ce quarré ni de cette ligne. On n'est pas moins certain qu'une Équation du troisième degré, qui tombe dans le Cas irréductible, a trois racines réelles; mais on n'a fait jusqu'ici que de vains efforts pour exprimer ces racines en termes connus, on n'a pu changer en réelles assignables les grandeurs imaginaires que présente sa formule, & sous lesquelles les racines réelles de l'Équation se cachent. On a trouvé cependant des résolutions si approchantes, & de la Quadrature du Cercle, & du Cas irréductible, que les Mathématiques mixtes & pratiques en tirent presque le même avantage qu'on pourroit attendre d'une détermination rigoureuse. Ce n'est que dans leur partie spéculative que la Géométrie & l'Algèbre en souffrent; mais on voudroit bien enfin leur ôter cette espèce de tache. Eh que ne doit-on point tenter en effet, pour procurer toute leur perfection à deux Sciences par elles-mêmes si utiles à l'esprit, la clef de tant d'autres, & si chères à ceux qui les cultivent!

Une des plus belles méthodes qu'on y ait employé de nos jours, est celle des Series ou Suites infinies de termes croissans ou décroissans, sous une certaine loi, & qui approchent de plus en plus de la grandeur inconnue qu'on cherche. M.rs Leibnitz & Newton, & avant eux Mercator & Jacques Gregory, ont enseigné la manière de réduire sous une pareille forme les quantités quelconques qu'on ne peut connoître autrement, &, dans certains cas favorables, de *sommer* tous les termes de ces suites, ce qui donneroit la valeur complète de l'inconnue. L'art de découvrir ces sortes de cas, ou d'y ramener ceux qui en paroissent les plus éloignés, par le moyen de quelque transformation qui les présente sous une nouvelle face sans en changer la nature, soit en elle-même, soit relativement à quelque rapport connu, est tout ce que l'Algèbre moderne peut pratiquer de plus ingénieux, & souvent de plus difficile.

M. Nicole a essayé de résoudre le fameux Cas irréductible par cette dernière méthode.

La Formule de Cardan eſt composée de deux parties; la première partie eſt la racine cubique de la ſomme de deux grandeurs, dont l'une eſt réelle & l'autre imaginaire; & la ſeconde partie eſt la racine cubique de la différence de ces deux mêmes grandeurs. Il avoit toûjours paru ſurprenant qu'une grandeur qui doit être réelle, fût exprimée par un composé de quantités réelles & de quantités imaginaires; on ſentoit bien qu'il falloit que les quantités imaginaires ſe détruiſiſſent mutuellement, mais perſonne que nous ſçachions, n'avoit montré la manière de faire évanouir ces quantités imaginaires. C'eſt-là cependant le premier pas qu'a fait M. Nicole dans cette recherche, en deux Mémoires qui furent imprimés dans le Volume de 1738 *. Il y étoit parvenu par le moyen d'une formule algébrique, qui ne contient plus à la vérité de quantités imaginaires, mais où il entre une ſuite composée d'une infinité de termes dont il n'a pu trouver la ſomme par aucune des méthodes connues. Ce qu'il donne cette année eſt la manière de trouver des formules qui expriment ces ſommes de termes pris de quatre en quatre. Le Problème eſt réſolu par-là, mais ſeulement dans un cas particulier, dont nous tâcherions vainement de donner ici une plus ample intelligence aux lecteurs qui ne ſont pas en état de s'en inſtruire dans le Mémoire même. Il nous ſuffit d'avoir fait entrevoir ce premier rayon de lumière, qui nous conduira peut-être à un plus grand jour. La recherche dont il s'agit, eſt également délicate, longue & pénible par les détails de calcul qu'elle entraîne, elle ne demande pas moins de courage que de génie & de ſçavoir; mais heureuſement M. Nicole y apporte tout ce qu'elle demande, & nous fait eſpérer qu'il la ſuivra ſur le même plan.

* p. 97. & 244.

SUR UNE REGLE D'ALGEBRE
Que Descartes nous a donné dans sa Géométrie, & qui a été critiquée par quelques Auteurs.

V. les M. p. 72.

IL s'agit dans cette Règle de déterminer le nombre de Racines positives & négatives que contient une Equation, par l'inspection des Signes *plus* & *moins* qui en séparent les termes, de manière qu'autant de fois que ces deux différens Signes s'y trouveront placés alternativement, autant y aura-t-il de Racines vraies ou positives; & au contraire, autant de fois que le même Signe *plus* ou *moins* s'y trouvera répété consécutivement, autant y aura-t-il de Racines fausses ou négatives.

La Géométrie de Descartes est de tous ses ouvrages celui qu'on eût cru devoir être le plus à l'abri de la critique, par les rares & sublimes découvertes qu'il renferme, toutes démontrées ou susceptibles de démonstration. Mais on ne s'élève pas impunément au dessus de ses contemporains, on n'excite point l'admiration sans faire naître l'envie, & l'envie qui a les yeux ouverts sur les moindres défauts, sçait toûjours les fermer ou s'aveugler à propos, pour ne pas voir des qualités éminentes qui la forceroient d'admirer. Inventeur & Réformateur, Descartes auroit-il évité les traits de la jalousie? Il est vrai qu'il les a bravés, & qu'à l'égard de sa Géométrie, il s'est même attiré à dessein la critique de ses jaloux, par la manière succincte & peut-être un peu obscure dont il a traité cette Science, lui qui dans tous ses autres écrits a donné l'exemple d'une méthode & d'une clarté jusque-là inconnues. Mais par un raffinement d'amour propre dont les plus grands hommes ne sont pas toûjours exempts, il voulut en cette occasion préparer des tortures à ses adversaires, les égarer & leur faire sentir sa supériorité. Cependant il se proposoit quelquefois, comme il l'avoue dans ses lettres, de refaire cet excellent ouvrage, & de l'éclaircir en

faveur des lecteurs ; *mais je vois,* disoit-il ensuite, *qu'ils sont la plûpart si malins, que j'en suis entièrement dégoûté.*

Si cette disposition d'esprit fut peu louable dans un Philosophe tel que Descartes, il en a été puni durant sa vie & après sa mort. Les progrès de sa Géométrie, de son Algèbre sur-tout, & de son Analyse, comprises sous le même titre, en ont été plus lents, & des Géomètres dont il n'auroit pas dû mépriser le suffrage, se sont fondés sur son obscurité pour le taxer d'erreur. Les uns ne l'ont pas entendu, les autres ont affecté de ne le pas entendre, & tous ont été copiés & suivis sans examen, par la foule ignorante & peu attentive.

Il n'est pas jusqu'à M. de Fermat qui n'ait fait quelquefois d'assez mauvaises objections à Descartes, & particulièrement sur la Règle qui apprend à connoître le nombre des Racines positives & négatives d'une Equation. Mais parmi les Sçavans du siècle passé, nul n'a montré plus d'ardeur pour ôter à Descartes la gloire de l'invention dans cette partie, que le fameux Wallis Professeur de Géométrie à Oxfort, & Auteur d'un Traité historique d'Algèbre qu'il fit paroître vers la fin de ce même siècle. Si l'on en croit Wallis, c'est à Harriot son compatriote que sont dûes presque toutes les découvertes d'Analyse & d'Algèbre qu'on attribue communément à Descartes. Il n'est sorte d'inductions forcées qu'il ne mette en œuvre pour nous le persuader ; & cette fameuse Règle qui donne ici matière à nos réflexions, il la trouve clairement contenue dans celles de l'Algébriste Anglois, qui avoit écrit quelques années auparavant : c'est delà, dit-il, que Descartes l'a tirée. Cependant comme il s'en faut beaucoup que cela ne soit clair, & qu'en effet on ne trouve rien dans l'ouvrage du prétendu Inventeur qui puisse favoriser cette pensée, Wallis passe quelques chapitres après, de ses conjectures sur l'Auteur de la Règle à l'examen de la Règle même ; & alors oubliant tout ce qu'il en avoit dit, & ne doutant plus qu'elle ne soit de Descartes, reconnoissant même formellement qu'elle n'est point dans Harriot, il ne s'attache plus qu'à la contredire, & à montrer qu'elle est fausse.

& erronée. La raiſon qu'il en donne, eſt que cette Règle n'a point lieu lorſque l'Equation contient des Racines imaginaires; ce qui eſt très-vrai, mais qui par malheur pour le Critique avoit été viſiblement ſous-entendu, & ſuffiſamment indiqué dans l'endroit où elle eſt énoncée, ſans compter que les Racines imaginaires étant d'une toute autre eſpèce que celles dont il étoit queſtion, il n'eſt pas étonnant que les Equations qui en contiennent, ſortent de la Règle. Quand un homme comme Deſcartes a voulu n'être pas clair, on pourroit préſumer qu'il en a aſſez dit pour ne laiſſer aucune priſe contre lui, & l'on devroit du moins peſer ſoigneuſement toutes ſes paroles avant que de le critiquer. Mais c'eſt ce que Wallis, écrivain d'ailleurs très-eſtimable & d'un profond ſçavoir, n'a point fait; & voilà vrai-ſemblablement où l'a conduit un zèle national qui l'animoit dans cette recherche, & qui ſe manifeſte en toute occaſion dans ſon ouvrage.

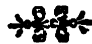
Une émulation plus éclairée & l'amour de la vérité engagent aujourd'hui M. l'Abbé de Gua à prendre la défenſe de Deſcartes contre Wallis, & contre tous les autres Auteurs anciens & modernes qui ont attaqué la Règle dont il s'agit. Ce n'eſt pas la première fois que M. l'Abbé de Gua ſe déclare en faveur de ce Philoſophe & ſur pareille matière: il avoit déja publié un ouvrage qui a pour objet l'excellence de l'Analyſe Cartéſienne, & un grand nombre d'uſages inconnus auxquels cette Analyſe peut être appliquée, même avec plus de ſuccès que les nouveaux calculs de l'Infini. Ce qu'il donne préſentement en eſt comme une ſuite, & une ſuite d'autant plus utile qu'il ne s'eſt pas borné à juſtifier la Règle de Deſcartes par de ſimples inductions tirées des paroles de ce Philoſophe & du fond de la choſe : quelques Auteurs tels que Schooten, le P. Preſtet de l'Oratoire, & le P. Rabuel Jéſuite l'avoient déja fait avant lui, quoiqu'avec moins de force; mais M. l'Abbé de Gua la développe, il la rappelle à ſes principes, &, ce que perſonne n'avoit encore fait, il la démontre en rigueur. Il en donne même deux démonſtrations différentes; la première qui eſt la plus étendue & la

plus directe, contient des divisions & des subdivisions de cas, poussées plus loin qu'elles ne le sont communément dans les démonstrations Algébriques. La seconde dépend en partie d'une application singulière de la Géométrie à l'Algèbre. Mais l'une & l'autre exigent un appareil de Lemmes & de Théorèmes dans le détail desquels nous nous dispenserons d'entrer.

SUR LE NOMBRE DES RACINES *Réelles ou Imaginaires, Réelles positives ou Réelles négatives, qui se trouvent dans les Equations de tous les degrés.*

M. l'Abbé de Gua qui nous a encore donné ce Mémoire sur les Racines algébriques des Equations, y embrasse, comme on voit par ce titre, un champ beaucoup plus vaste que dans le précédent. Il le divise en deux parties dont la première est purement historique, la seconde contient ses propres recherches. Non seulement M. l'Abbé de Gua continue dans la première à relever la gloire de Descartes en matière d'Algèbre & d'Analyse, mais il s'attache encore à faire sentir tout ce que ces Sciences doivent à Viete digne précurseur de Descartes dans cette partie, & à quelques autres Auteurs, tant François qu'Italiens & autres, auxquels Wallis toûjours animé du même esprit pour sa patrie, n'avoit pas rendu plus de justice qu'au Philosophe François. C'est un morceau d'Erudition Mathématique qu'on peut opposer à l'Histoire de Wallis sur ce sujet. M. l'Abbé de Gua y prend l'Algèbre dès sa naissance en Europe, c'est-à-dire, vers la fin du quinzième siècle, & il en suit de là tous les progrès jusqu'à nos jours. La seconde partie du Mémoire renferme des éclaircissemens utiles & curieux sur les Règles d'Algèbre déja connues, & des idées nouvelles sur l'application qu'on en peut faire aux Equations du 3.me & du 4.me degré.

V. les M. p. 435.



GEOMETRIE.

SUR DIVERS ELEMENS DE GEOMETRIE,

Publiés cette année par des Membres de l'Académie.

LES premiers principes de la Géométrie sont si analogues à l'esprit humain, & si près de ce qu'on appelle le sens commun, qu'il ne faut qu'un peu d'attention pour les découvrir, ou du moins pour les saisir dès qu'ils sont présentés d'une manière intelligible. Ainsi tous les livres d'Elémens de Géométrie ont fait des Géomètres, ou en ont pu faire, de quelque manière qu'ils fussent conçus, & cela dans tous les temps, à compter depuis Euclide jusqu'à nos jours. Parmi ce grand nombre de propositions élémentaires que renferment ordinairement les Traités qu'on en donne, il n'y en a guère qu'une douzaine qui soient comme la clef de toute la Géométrie, & qui étant une fois bien comprises & retenues, sous quelqu'aspect & dans quelqu'ordre que ce puisse être, fournissent de quoi s'élever par degrés jusqu'aux vérités géométriques les plus composées. Cependant l'ordre le plus naturel & l'enchaînement des principes dans une Science aussi conséquente que la Géométrie, ne sçauroient être négligés sans qu'il n'y ait à perdre pour ceux qui veulent l'acquérir; & ne fût-ce que pour en donner le spectacle à l'esprit dès l'entrée, il sera toûjours utile d'en rédiger les Elémens sous la forme la plus simple qu'il soit possible, & la plus approchante du progrès ordinaire de nos idées. Aussi les plus grands Géomètres n'ont-ils jamais dédaigné de cultiver la partie élémentaire de la Géométrie, & d'en donner des Traités selon la méthode qu'ils ont jugé la plus conforme à leurs vûes, & selon le but qu'ils se sont proposé en faveur des commençans, soit pour la simple théorie, soit pour la pratique, soit par rapport à la

à la conduite de l'esprit dans la recherche de la vérité. Les Géomètres qui sont venus après le renouvellement des Lettres en Europe, n'ont donné pour la plûpart que les Elémens d'Euclide traduits, expliqués & commentés; ce qui, indépendamment de tout ce qu'on peut dire en faveur de l'ordre qu'Euclide y a observé, se trouve encore avoir cela de commode, que comme les Auteurs ne citent presque jamais qu'Euclide lorsqu'ils ont à citer quelque proposition élémentaire, on peut s'en rappeller d'autant plus aisément l'énoncé, qu'on a étudié dans des élémens plus conformes aux siens. Barrow, Tacquet, Deschales, & plusieurs autres beaucoup moins anciens que les premiers Restaurateurs des Sciences Mathématiques, & aussi recommandables par la clarté de leurs Ecrits que par leur sçavoir, ont aussi adopté la distribution des Elémens d'Euclide. Mais enfin l'ordre des idées qu'on a cru fort différent de celui d'Euclide, a prévalu sur la commodité des citations & sur les avantages attribués à l'ancienne méthode, & l'on n'a fait aucune difficulté de suivre de nouvelles routes. Sans compter que la Géométrie étant beaucoup plus répandue aujourd'hui & d'un plus vaste champ, & les propositions élémentaires qui reviennent le plus fréquemment, se réduisant, comme nous avons dit, à un fort petit nombre, tout Géomètre est censé les avoir présentes, & la citation du livre où elles sont démontrées devient superflue. Les Elémens de Géométrie se sont donc multipliés, & ont pris une infinité de formes différentes, selon l'espèce de système que chaque Auteur s'est fait sur cette matière. Il y a des Elémens dans lesquels on a joint au Théorème ou au Problème fondamental, les applications qu'on en peut faire à diverses parties des Mathématiques mixtes, à la mesure du Terrein & aux Arts. Mais nous n'en connoissons point dont la méthode consiste à remonter des applications, de l'usage, & des besoins au Théorème ou au Problème fondamental, & de là aux Axiomes ou premières vérités qui font la base de la démonstration.

C'est sur ce dernier plan que M. Clairaut a donné cette année des Elémens de Géométrie au Public. Il a suivi en cela

sans doute le procédé des premiers inventeurs. Les Hommes ont eu des besoins, & ils ont tâché d'y satisfaire long-temps avant que de remonter aux vérités de pure spéculation. Les connoissances secondaires les plus immédiates ont fait d'abord leur objet, & les succès ayant excité leur curiosité, autre besoin à satisfaire, & qui n'est pas le moins pressant pour les esprits d'une certaine trempe, la Géométrie & la plûpart des Sciences qui en dérivent ou qui la supposent, ont avancé & ont enfin été réduites en corps & en règle. Dans les Elémens ordinaires on débute, dit M. Clairaut, par un grand nombre de définitions, de demandes, d'axiomes & de principes préliminaires, qui semblent ne promettre rien que de sec au Lecteur. Les propositions qui viennent ensuite ne fixant point l'esprit sur des objets plus intéressans, & étant d'ailleurs difficiles à concevoir, il arrive communément que les commençans se fatiguent & se rebutent avant que d'avoir aucune idée distincte de ce qu'on vouloit leur enseigner. La nouvelle méthode de M. Clairaut sauve ces inconvéniens par sa facilité, & en tenant toûjours l'imagination du Lecteur remplie de quelqu'objet curieux ou utile. Le plan en est exécuté d'une manière très-propre à en faire sentir les avantages.

M. l'Abbé de Moliéres a pris une route fort différente, & qui est comme l'inverse de celle qu'on vient de voir, dans les Elémens de Géométrie qu'il a publiés sous le titre de *Traité synthétique des lignes du premier & du second genre, ou Elémens de Géométrie dans l'ordre de leur génération.* Ces lignes sont la Ligne droite, le Cercle, l'Ellipse, la Parabole & l'Hyperbole. Ce qui caractérise cet ouvrage est l'attention que M. l'Abbé de Moliéres a eu de ne point s'écarter de cet ordre qu'il annonce. On ne voit encore ici qu'un premier tome, qui doit être suivi de plusieurs autres, & qui contient sept leçons dans lesquelles il ne considère que ce qui peut être conçu & démontré par le seul secours de la Ligne droite, & sans l'intervention d'aucune courbe, non pas même du Cercle. C'est apparemment le premier ouvrage de cette nature avec cette étendue qui ait jamais paru, & où, parmi

plus de deux cens figures qu'il contient, on ne trouve pas un arc de Cercle, si l'on en excepte une seule, où il nous semble que l'auteur auroit pu s'en passer. Il le pousse cependant jusqu'aux Plans & aux Polygones, jusqu'aux Solides, aux Cubes, aux Prismes, aux Pyramides & aux Polièdres. M. l'Abbé de Moliéres est si rigide sur la méthode qu'il s'est prescrite, qu'il ne veut pas même admettre d'abord cette demande énoncée ou supposée dans la plûpart des livres d'Elémens de Géométrie, sçavoir, qu'il soit permis d'imaginer une Ligne droite tracée sur le papier ou sur un plan, moyennant quoi on se propose d'en déduire toutes les autres propositions, & de résoudre toutes les questions qu'on peut faire sur ce sujet. La seule idée d'un fil tendu lui donne tout ce dont il a besoin pour démontrer les propositions élémentaires de la Ligne droite indépendamment du plan. On peut voir dans sa préface les raisons qu'il a eues de s'en tenir ainsi à l'ordre de génération, ou, comme il l'appelle encore, à l'ordre généalogique. Il y examine en même temps plusieurs autres questions importantes sur la méthode qu'on doit suivre dans ces sortes d'ouvrages; par exemple, s'il convient d'appliquer le calcul algébrique aux Propositions & aux Problèmes élémentaires de Géométrie. Il n'y a pas de doute qu'on ne le puisse dans plusieurs cas, & que cet exercice ne soit utile, pourvû qu'on se soit fait auparavant une habitude de la méthode géométrique proprement dite, par la seule inspection des figures, & sur l'idée simple de l'étendue: mais il n'est nullement convenable que des Elémens de Géométrie, destinés par conséquent à donner les premières notions de cette Science, soient démontrés autrement que par la Géométrie même, & qu'avec toute la rigueur & la précision possibles.

L'Analyse de Descartes si universellement & si justement applaudie, eut bien tôt le sort des choses les plus excellentes, on en abusa. Tout, jusqu'aux Elémens de Géométrie, fut réduit en Analyse spécieuse, & la Synthèse tomba presque dans le mépris. Cet abus est connu aujourd'hui, grace aux grands maîtres qui l'ont attaqué; mais l'on trouveroit peut-

être encore plus d'un Géomètre, qui, faute d'habitude, ne ſçauroit ſuivre ou donner une démonſtration purement ſynthétique, ſans beaucoup de difficulté. Ceux qui ſont dans le cas pourroient en convenir ſans honte après le grand Newton : il ſe plaignoit, dit un de ſes amis & de ſes plus fameux diſciples *, de ce que dans ſes premières études de Mathématique, & avant que de s'être aſſez familiariſé la manière de démontrer des Anciens, ſi belle & ſi lumineuſe, il s'étoit appliqué à l'Algèbre & à la lecture des Auteurs qui l'ont employée en Géométrie, & il avouoit en avoir ſouvent ſenti les inconvéniens dans la compoſition de ſes ouvrages.

* Pemberton, *A view of ſir Iſaac Newtons Philoſophy.*

Enfin M. l'Abbé de la Caille Profeſſeur de Mathématique au Collège Mazarin, nous a auſſi donné des Elémens de Géométrie dans les *Leçons élémentaires de Mathématique,* qu'il a fait imprimer à l'uſage de ſes Ecoliers. Ces Elémens ſont précédés d'un petit Traité d'Arithmétique & d'Algèbre, le tout fort ſuccinctement, & relativement aux explications que M. l'Abbé de la Caille doit y joindre de vive voix.

On peut dire en faveur de ce nombre & de cette diverſité d'Elémens de Géométrie qu'on voit paroître, qu'il règne auſſi tant de variété dans les eſprits, dans leur manière de concevoir & de retenir, dans leurs vûes & dans leurs diſpoſitions actuelles, qu'on ne ſçauroit leur préſenter les mêmes vérités ſous trop de formes différentes.

SUR LA JAUGE DES TONNEAUX.

UNE des parties de la Géométrie des plus difficiles eſt la Stéréométrie ou la meſure des Solides, ſur-tout lorſqu'ils ſont terminés par des ſurfaces courbes. C'eſt principalement de ceux-là que nous allons parler ici. La difficulté de cette meſure participe non ſeulement de celle des ſurfaces planes curvilignes, ſouvent impoſſible en rigueur, lorſque les courbes qui les renferment ne ſont pas quarrables, comme, par exemple, le Cercle, l'Hyperbole, &c. mais

elle a encore ses difficultés particulières. Tel Solide peut être engendré par la révolution d'une courbe quarrable, dont la cubature sera impossible à cause de cette révolution ou de la rotation qui le fait participer du Cercle. Ainsi un Conoïde parabolique ne peut être *cubé* exactement, quoique la Parabole sa génératrice puisse être quarrée. La Stéréométrie exige aussi dans la résolution de ses Problèmes & dans ses démonstrations, des lignes & des plans tracés ou imaginés dans le Solide, dont l'assemblage est lui-même quelquefois assez difficile à imaginer, & encore plus à rapporter ou à projetter sur le papier qui n'est qu'un plan. Cependant lorsque les Solides sont ou réguliers ou renfermés par des surfaces dont les courbes génératrices sont connues, on en vient sûrement à bout, c'est-à-dire, qu'on en a la valeur exacte ou approchée, & aussi approchée que l'on veut, soit par la Géométrie ordinaire, soit par celle de l'Infini & par le calcul Différentiel & Intégral. Mais si les Solides sont irréguliers & renfermés par des surfaces curvilignes dont les génératrices soient inconnues, il vient alors outre les difficultés précédentes, celle d'imaginer un assemblage de plans, ou la surface courbe, ou les diverses surfaces courbes capables de produire la figure la plus approchante qu'il est possible de celle du Solide donné. C'est dans ce choix & dans cette espèce d'arbitraire que l'adresse & la sagacité du Géomètre peuvent se montrer. Ce n'est pas tout encore, il faut le plus souvent & lorsque les besoins ordinaires de la vie s'y trouvent intéressés, que cette manière de déterminer la valeur & le contenu du Solide qu'on demande, soit réductible à quelque méthode facile, ou à des Formules, ou à des Tables dont l'usage soit à la portée de gens qui sont pour l'ordinaire très-peu Géomètres.

C'est-là l'objet de ce qu'on appelle la Jauge ou le Jaugeage en général, dont celui des Navires, tant par rapport à leur charge qu'aux droits du Roi & de l'Amirauté, & celui des Tonneaux par rapport au commerce des Vins, des Huiles, &c. font les principales branches. On peut voir dans

* V. l'Hist. p. 43. l'Histoire & dans les Mémoires de 1721* & de 1724*, ce qui fut décidé par l'Académie sur le jaugeage des Navires, * V. les M. p. 227. lorsque S. A. R. M. le Régent & le Conseil de Marine lui firent l'honneur de la consulter sur ce sujet ; & dans l'Histoire * p. 76. de 1726* il est fait mention d'une méthode de Jauge pour les Tonneaux, présentée par M. de Gamaches frère de l'Académicien, où cette matière est traitée avec beaucoup d'exactitude & de sçavoir.

La jauge des Tonneaux qui est celle dont il s'agit présentement, ne roule pour l'ordinaire que sur leur capacité totale, & les suppose entièrement pleins. Il seroit cependant commode & utile en bien des occasions de connoître la quantité de liqueur qu'ils contiennent lorsqu'ils n'en sont pleins qu'en partie, ce qui fait un cas difficile par les différens Segmens dont il exige la Cubature. Képler se propose ce cas, dans une *Stéréométrie des Tonneaux* qu'il fit imprimer en 1615 : il exhorte tous les Géomètres à le résoudre, & nommément Snellius qui étoit un des plus fameux de ces temps-là. Mais nul ne l'ayant encore résolu d'une manière satisfaisante pour la pratique, le P. Pézenas Jésuite, Professeur d'Hydrographie à Marseille, a travaillé sur ce sujet, & a envoyé à M. le Comte de Maurepas un Mémoire intitulé, *Solution d'un Problème proposé par Képler sur les proportions des segmens d'un Tonneau coupé parallèlement à son axe.* Ce Ministre m'ayant fait l'honneur de me le communiquer & de m'en demander mon avis, je crus cet ouvrage digne d'être présenté à l'Académie, tant par l'utilité dont il peut être, que par la manière sçavante dont il est écrit. En voici le précis tel qu'il résulte du rapport que les Commissaires nommés en ont fait, & le jugement qu'en a porté la Compagnie.

Le P. Pézenas suppose avec la plûpart des Géomètres qui ont traité de la Jauge, que la moitié du Tonneau coupé perpendiculairement à son axe, ne diffère pas sensiblement d'un Conoïde parabolique tronqué. Mais si l'on coupe un Conoïde parabolique par un plan parallèle à son axe, la section sera toûjours une parabole qui aura le même paramètre

que la parabole génératrice du Conoïde: donc un ſegment de Tonneau pris parallèlement à ſon axe, ou le vuide que laiſſe une moitié de Tonneau couché ſelon ſa longueur, & qui n'eſt pas entièrement plein, pourra être conſidéré comme rempli par les plans d'une infinité de portions de paraboles, qui toutes ont le même paramètre que celle qui auroit engendré par ſa révolution le Conoïde tronqué qui repréſente la moitié du Tonneau. Ces portions de paraboles décroîtront depuis le plan qui paſſe par l'axe juſqu'à celui qui touche le ſommet de la courbure du Tonneau ou le bondon; & ce ſont ces ſuites de paraboles décroiſſantes que le P. Pézenas emploie pour trouver la ſolidité des différens ſegmens d'un Tonneau. De manière que connoiſſant la longueur du Tonneau, les diamètres des fonds & du *bouge*, c'eſt-à-dire, du milieu ou de la partie la plus enflée, & la partie du diamètre du bouge occupée par le liquide, ce qu'on peut toûjours très-aiſément connoître, on aura par le moyen d'une Table dreſſée ſur cette théorie, la ſolidité du ſegment vuide que l'on cherche. Il a joint ici cette Table en trois colonnes calculées pour des Tonneaux dont les dimenſions auroient différens rapports.

On juge bien que tout ceci n'a pu ſe faire ſans y employer bien de la Géométrie & du calcul. Auſſi s'en trouve-t-il beaucoup dans ce Mémoire, & du calcul Différentiel & Intégral dont l'uſage paroît être très-familier au P. Pézenas.

Il ne s'eſt pas contenté de démontrer la ſolution du Problème & ſa méthode aux yeux des Géomètres, il a voulu en faire voir la certitude aux plus ignorans. Pour cela il a fait pluſieurs expériences, deux deſquelles ſont rapportées ici. Dans la première les différences qui ſe trouvent entre l'épreuve & le calcul ſont fort petites, & dans la ſeconde elles le ſont encore davantage; de ſorte qu'il n'eſt pas douteux que par ce moyen on n'approche extrêmement, & même autant qu'on voudra, de la cubature ou de la valeur du Paraboloïde propoſé. On a douté ſeulement ſi la pratique qui en réſulte, quelque facile qu'elle paroiſſe avec le ſecours

des Tables, le seroit cependant assez pour ceux qui sont chargés de jauger les Tonneaux; & ce doute communiqué au P. Pézenas nous a valu un second Mémoire de sa part, où, par le moyen d'un quartier de réduction très-ingénieux, il lève les difficultés qui pouvoient arrêter les Jaugeurs les moins instruits sur la pratique de sa méthode.

Du reste rien ne prouve mieux l'importance du Problème & la nécessité d'une réforme sur ce sujet, que ce que le P. Pézenas rapporte d'un riche négociant de Marseille à qui les erreurs du jaugeage causèrent 30 ou 40 mille francs de perte sur des Huiles qu'il avoit fait venir du Levant l'année du grand hiver. Il n'y a rien là dont on doive être surpris quand on sçait en quoi consiste la Jauge de Marseille: on voit au contraire par l'examen qu'en a fait le P. Pézenas, qu'elle ne peut être que très-fautive, & par-là très-ruineuse dans le commerce, soit pour l'acheteur, soit pour le vendeur. Elle est fondée sur la supposition que les Tonneaux sont des cylindres qui ont pour base le grand cercle qui passe par le bondon, ce qui est visiblement faux, & qui peut causer une telle erreur dans leur mesure, que faisant les deux diamètres du milieu & des bouts en raison de 10 à 8, proportion ordinaire des Tonneaux de Marseille, le premier segment trouvé par la Table des Jaugeurs de cette ville, est à celui qu'on auroit dû trouver comme 17 est à 1. Il est vrai que quelques-uns de ces Jaugeurs plus intelligens, voyant que leur Table s'écartoit si énormément de l'expérience, ont pris le parti de diminuer d'un tiers les premiers segmens, & d'agir par estime d'après différentes épreuves qu'ils en ont faites; mais leur estime manque absolument à l'égard des segmens qu'ils n'ont pas éprouvés. Ainsi il en faut nécessairement venir ou à un nombre presqu'infini d'expériences, ou à une méthode fixe & lumineuse, telle que nous a paru être celle du P. Pézenas. Combien y a-t-il à faire encore dans les Villes & dans les Etats les mieux policés, pour remédier aux abus que l'esprit de routine & une coûtume aveugle entretiennent!

Quelques

Quelques mois avant que le P. Pézenas nous envoyât ses recherches sur la Jauge des Tonneaux pleins & vuides en partie, l'Académie avoit été consultée sur le Tarif de la Jauge des Tonneaux en général, & telle qu'on la pratique à Paris. M. Camus l'un des Commissaires nommés par la Compagnie à cet examen, conçut dès-lors l'idée d'un *Instrument propre à jauger les Tonneaux & les autres vaisseaux qui servent à contenir des liqueurs,* dont il nous a donné la description & les usages. Les figures qu'on a attribuées jusqu'ici à nos Tonneaux par voie d'hypothèse, peuvent être réduites à trois espèces de Solides connus. V. les M. p. 385.

On a regardé le Tonneau comme l'assemblage de deux Cones tronqués qui se joignent par leurs grandes bases.

Ou comme deux Troncs de Paraboloïdes assemblés de même par leurs plus grandes bases ; c'est la manière dont nous avons vû que le P. Pézenas le considère.

Ou enfin comme un Sphéroïde elliptique alongé & tronqué par ses deux bouts ou sommets, perpendiculairement à son axe, qui est la figure sous laquelle M. de Gamaches le considère dans le Mémoire dont nous avons parlé ci-dessus.

M. Camus n'admet aucune de ces figures. Il rejette la première, celle qui résulte des deux cones tronqués, comme s'éloignant trop sensiblement de la figure des Tonneaux ; la seconde qui en approche davantage, lui paroît défectueuse en ce qu'elle représente le Tonneau comme tranchant par son milieu; & la troisième pèche selon lui, en ce que les douves du Tonneau y auroient leur plus grande courbure à leurs extrémités, au lieu que c'est à leur milieu qu'elles sont le plus courbes.

Il a recours cependant à la Parabole comme le P. Pézenas; mais il prend cette courbe en un sens tout différent. Il suppose qu'elle porte par son sommet sur le bondon, d'où il imagine que ses deux branches s'étendent de part & d'autre jusque vers le milieu de chaque moitié du Tonneau, après quoi elle se termine comme droite ou tangente jusqu'à chacun des fonds; & c'est par la révolution de cette ligne mixte sur l'axe

même du Tonneau, qu'il imagine que ce vaiſſeau eſt formé, comme s'il réſultoit d'une infinité de douves de cette figure.

La Verge ou *la Baguette Pithométrique*, ou, comme on l'appelle communément, *la Jauge* ou *le Bâton de jauge* eſt l'inſtrument dont ſe ſervent les Jaugeurs-jurés pour meſurer la continence des Tonneaux. Ce bâton, qui eſt ordinairement de bois, & quelquefois de fer, eſt quarré ou à quatre faces, de 4 à 5 lignes de largeur, & de 4 pieds 2 ou 3 pouces de longueur, qui eſt la longueur de la Pipe, le plus grand des vaiſſeaux en uſage pour contenir des liqueurs. L'une de ſes faces eſt diviſée ſelon ſa longueur en pieds, pouces & lignes; les autres ſont marquées de diviſions relatives aux différentes eſpèces de Tonneaux les plus uſités dans les pays du commerce: de manière que le Jaugeur ayant pris avec ſa jauge une, deux ou trois des principales dimenſions du Tonneau d'eſpèce donnée, par exemple, ſa profondeur ou ſon diamètre vis-à-vis le bondon, & ſa longueur, il peut déterminer la capacité de ce Tonneau.

L'inſtrument ou le Bâton de jauge de M. Camus eſt d'une conſtruction très-différente, & d'un uſage plus ſûr & plus univerſel. Il ſert à meſurer la capacité des Tonneaux ſuppoſés non ſeulement de la figure que nous avons vû ci-deſſus que M. Camus leur attribue, mais de figure connue quelconque, Coniques, Paraboloïdes à deux Conoïdes oppoſés, Ellipſoïdes, Cylindriques, Parallélépipèdes, &c. & cela avec beaucoup d'exactitude & d'expédition. Auſſi eſt-il chargé de diviſions fondées ſur une hypothèſe moins variable & plus générale.

Il ſervira également à meſurer la liqueur renfermée dans les vaiſſeaux qui ne ſont pas tout-à-fait pleins; ce qui manque de la liqueur pour les rendre pleins, ou le vuide qui en réſulte pouvant aiſément être réduit à quelqu'une des figures tronquées dont il eſt parlé ci-deſſus. Par exemple, ſi le Tonneau qui n'eſt pas plein eſt poſé verticalement ſur un de ſes fonds, il eſt clair que la partie vuide qui ſe trouvera au deſſus vers l'autre fond, ſera un Cone ou un Conoïde tronqué, &c. Tous détails qu'il convient mieux de lire dans le Mémoire même que dans un extrait.





ASTRONOMIE.

SUR LA HAUTEUR APPARENTE DU TROPIQUE DU CANCER, Et ſur la détermination du Solſtice d'Eté.

QUELQUE rapport qu'ayent entr'eux ces deux Problèmes, & quoique l'un puiſſe beaucoup aider à la ſolution de l'autre, ils ſont pourtant très-différens. Dans le premier il s'agit de déterminer en degrés la diſtance du Tropique à l'Équateur, & d'avoir par-là l'inclinaiſon ou l'obliquité de l'Ecliptique. Dans le ſecond il faut trouver en parties de temps le moment où le Soleil arrive au Solſtice, c'eſt-à-dire, l'inſtant où la déclinaiſon du Soleil qui augmentoit auparavant, ceſſe d'augmenter & commence à diminuer; ce qui fournit l'époque des mouvemens ſolaires, la grandeur de l'année, & fait la baſe des Tables ſolaires. Ces deux Problèmes ont cela de commun, & ils ſont l'un & l'autre d'autant plus importans, que ce qui en fait l'objet eſt devenu le terme de comparaiſon, & la meſure de tout ce qu'on a remarqué de ſemblable dans les autres corps céleſtes; car c'eſt à l'Ecliptique qu'on rapporte les inclinaiſons des orbites des Planètes & la déclinaiſon des Fixes, & c'eſt par la révolution annuelle du Soleil ou de la Terre, qu'on meſure la plûpart des autres révolutions ou Périodes Aſtronomiques. V. les M. p. 113, 128 & 403.

Il ſeroit donc étonnant que depuis tant de ſiècles que les plus fameux Aſtronomes travaillent à perfectionner ces deux Elémens de la ſcience du Ciel, on ne fût point parvenu à les bien connoître. Et en effet, ſi l'on vouloit ſe contenter de la préciſion que nos pères y deſiroient, il ſemble qu'on pourroit s'en tenir à ce que les obſervations modernes nous

en ont appris, ſur-tout depuis qu'on a trouvé l'art d'appliquer les Lunettes & le Micromètre au Quart-de-cercle. Mais ce qui pourroit paſſer en un temps & à certains égards pour une préciſion ſcrupuleuſe & ſuperflue, ne ſe trouve être ſouvent dans la ſuite & ſous d'autres aſpects, que l'ébauche groſſière de ce qu'exigeroient les nouvelles vûes que cette préciſion a fait naître. C'eſt-là le progrès naturel des Sciences ou plûtôt de l'eſprit humain.

L'obliquité de l'Ecliptique nous en fournit un exemple remarquable. On eſt ſûr aujourd'hui de connoître cette obliquité à une demi-minute près; mais que ſera-ce s'il s'agit d'y découvrir une variation qui ne va pas à une ſeconde par an? Combien d'années, ou quelle fineſſe d'obſervation ne faudra-t-il pas pour la conſtater? On ſçait que M. le Chevalier de Louville, après avoir comparé les déterminations qui avoient été données de l'obliquité de l'Ecliptique depuis environ deux mille ans, en avoit conclu qu'elle diminuoit d'une minute en 100 ans, de manière qu'en moins de 140000 ans l'Ecliptique ſe confondroit avec l'Equateur *. Un ſyſtème ſi hardi ne pouvoit manquer de trouver des contradicteurs; il en trouva auſſi dans des Aſtronomes du premier ordre. M.rs Caſſini & de la Hire alléguèrent d'aſſez fortes raiſons pour le rejeter, ou du moins pour le rendre douteux. Les Anciens, diſoient-ils, n'avoient que des inſtrumens fort imparfaits, ils ignoroient totalement les Réfractions Aſtronomiques; que conclurre après cela de leurs obſervations ſur un mouvement ſi lent, ſi imperceptible, & qui ne peut ſe manifeſter que par une différence angulaire d'une minute en 100 ans? Cependant cette différence priſe ſur de grandes maſſes de temps ou ſur un grand nombre de révolutions, & en tant qu'elle tombe toûjours du même côté, & qu'elle donne preſque toûjours la diminution d'obliquité de l'Ecliptique, n'a pas laiſſé de former un puiſſant préjugé en faveur du ſyſtème de M. le Chevalier de Louville; ſans compter que pluſieurs obſervations modernes ont paru depuis le confirmer. Mais cette diminution d'obliquité eſt-

* V. l'Hiſt. de 1716. p. 48.

elle continue? n'y auroit-il pas une eſpèce de libration qui la feroit varier tantôt en un ſens & tantôt dans l'autre? ou enfin ne ſeroit-elle pas accidentelle & plûtôt phyſique qu'aſtronomique?

C'eſt ce qui vrai-ſemblablement ne pourra être décidé de long temps, & qu'après un grand nombre d'obſervations. En attendant, M. Caſſini de Thury nous donne les ſiennes ſur ce ſujet, & ſur la détermination du Solſtice d'Eté, pour l'année 1740. Elles ont été faites avec un excellent inſtrument de 6 pieds de rayon, & elles concourent à lui perſuader que l'obliquité de l'Ecliptique augmente depuis quelques années, après avoir diminué, & après avoir été, pour ainſi dire, ſtationnaire pendant quelques autres. Elle étoit il y a dix à douze ans de $23^d\ 28'\ 20''$, & M. de Thury l'a trouvée de $23^\circ\ 28'\ 32''$ en 1740.

A l'égard du Solſtice d'Eté de la même année, il a dû arriver le 21 Juin vers les $11^h\ 51$ ou $51'\frac{1}{2}$ du matin. M. de Thury ne ſe contente pas de rapporter là-deſſus ſes propres obſervations, quoique faites avec grand ſoin, il y ajoûte celles de M. Caſſini ſon père, & celles de M. le Monnier fils; il les compare toutes avec les réſultats de l'excellente méthode que M.rs Flamſtéed & Manfredi ont publiée ſur ce ſujet, & il laiſſe enſuite au lecteur à juger de la préférence qu'on peut donner aux unes plûtôt qu'aux autres.

M. le Monnier qui avoit travaillé ſur la même matière en 1738, & qui s'étoit ſervi de l'aſcenſion droite des fixes, comparée avec celle du Soleil avant & après le Solſtice, pour en conclurre le moment, nous a donné cette année ſes remarques, & de nouvelles obſervations ſur l'*Aſcenſion droite d'Arcturus* & de quelques autres Etoiles, en réponſe à quelques réflexions qu'on avoit faites à l'Académie ſur ſes obſervations de 1738.

La difficulté de déterminer le moment ſolſticial, vient de ce que la différence en déclinaiſon & les différentes hauteurs du Soleil quelques jours avant & après le Solſtice eſt preſque inſenſible, & à plus forte raiſon l'eſt-elle quelques heures ou

quelques minutes avant & après, autour du Solſtice: c'eſt ce qui oblige d'avoir recours à diverſes méthodes indirectes. Il y a grande apparence que les Anciens ſe contentoient d'obſerver ſimplement ces hauteurs, & qu'ils ne pouvoient les avoir que fort imparfaitement par le moyen de leurs *Armilles* ou anneaux Aſtronomiques. La plus célèbre & la plus ancienne de ces obſervations dont nous ayons connoiſſance, eſt celle qui fut faite à Athènes par Méton & Euctémon, & qui étant réduite à nos époques, répond au 27 Juin de l'an 432 avant l'Ere Chrétienne, &, comme on le conjecture d'après quelques circonſtances, vers les cinq heures du matin; car l'heure n'eſt pas marquée dans les Mémoires qui nous en reſtent, il eſt dit ſeulement que c'étoit le matin; ce qui pouvoit paſſer alors pour une aſſez grande exactitude. Du moins eſt-il certain que du temps de Ptolomée*, c'eſt-à-dire, près de ſix cens ans après, on ne pouvoit, de l'aveu de cet Aſtronome, s'aſſurer d'avoir l'heure ſolſticiale qu'à environ un quart de jour plus ou moins. L'erreur ſeroit conſidérable aujourd'hui, avec tous les ſecours anciens & modernes que nous avons, ſi l'on s'y trompoit d'un quart d'heure.

* *Ptol. Alm. l. 3. c. 2.*

SUR LE TROISIEME SATELLITE DE JUPITER.

V. les M. p. 1.

LES Satellites des Planètes telles que Jupiter & Saturne, indépendamment de leurs utilités aſtronomiques & géographiques, en ont encore de purement phyſiques, & ſont peut-être de tous les corps céleſtes, ceux qui ont le plus ſervi à nous faire connoître le vrai ſyſtème du Monde. Leurs révolutions périodiques autour de leur Planète principale, leurs Eclipſes ou Immerſions dans ſon ombre, tout-à-fait ſemblables aux Eclipſes de la Lune par l'ombre de la Terre, ont achevé de nous convaincre mieux que n'auroient pu faire tous nos raiſonnemens, que la Terre & les Planètes ont

à peu-près le même sort dans l'Univers, & que par conséquent il y a plusieurs Terres comme la nôtre, qui roulent selon les mêmes loix autour du Soleil, & la plûpart plus vastes, &, à plusieurs égards, mieux partagées que celle que nous habitons.

Mais un des plus grands avantages que nous ayons retirés de la découverte des Satellites & du calcul de leurs Eclipses par rapport à la Physique, a été de nous assurer que la propagation de la lumière n'est pas instantanée comme l'avoient pensé les plus célèbres Philosophes des derniers temps, & de déterminer par leur moyen la vîtesse de cette propagation.

La propagation non instantanée de la lumière se déduit de l'accélération & du retardement apparens des Eclipses d'un même Satellite, par le temps que la lumière emploie à traverser l'orbe annuel, selon que la Terre est en conjonction ou en opposition avec Jupiter & le Soleil; car il est évident que si la lumière ne se répand pas en un instant indivisible lorsque nous sommes plus éloignés de Jupiter de tout le diamètre de l'orbe annuel, l'immersion & l'émersion du Satellite doivent se faire sentir plus tard à notre œil, de tout le temps que la lumière emploie à parcourir ce diamètre, ce qui va à environ 22 minutes. L'irrégularité qui en résulte dans le retour des Eclipses des Satellites, est ce qu'on appelle leur seconde Inégalité, qu'on peut nommer aujourd'hui à juste titre, l'Inégalité ou l'Equation de la lumière; car l'Equation en Astronomie est la quantité additive ou soustractive, ou la correction qu'exigent les lieux ou les mouvemens observés des Astres, pour être réduits en moyens ou en réels par rapport au centre de la Terre ou à celui du Soleil. Ainsi voilà une Equation astronomique d'une espèce toute nouvelle & absolument inconnue aux Anciens.

M. Roëmer, qui en est regardé comme l'inventeur, parce qu'il l'a toûjours constamment soûtenue, en fit part au Public dans le Journal des Sçavans du 7 Décembre 1676, après en avoir lû une dissertation à l'Académie le 22 Novembre précédent. Il paroît cependant par l'Histoire

* p. 148. latine de M. Duhamel *, que feu M. Caſſini en avoit eu l'idée avant ce temps-là, & qu'il en avoit publié dès le 22 Août 1675 un petit Ecrit devenu très-rare, & dont M. Duhamel rapporte la teneur.

C'eſt le premier Satellite de Jupiter, le mieux connu de tous, qui fut d'abord l'occaſion & preſque toûjours l'objet principal de l'Equation de la Lumière; car quoique la même théorie doive s'étendre à tous les Satellites, les difficultés & les irrégularités particulières que l'on trouva dans les trois autres, empêchèrent qu'on n'y reconnût l'Equation de la Lumière: le ſecond ſur-tout y parut ſi contraire, que M. Caſſini & après lui feu M. Maraldi, ſe crurent fondés à la rejeter, ou à la tenir du moins pour très-douteuſe; ils aimèrent mieux en attribuer l'effet à des cauſes purement aſtronomiques, telles, par exemple, que l'inclinaiſon ou l'excentricité des orbites de ces Planètes ſecondaires. M. Maraldi écrivit même formellement & à diverſes repriſes contre l'idée de M. Roëmer ſur ce ſujet *.

* V. les M. de 1707, p. 25. de 1727, p. 350, de 1729, p. 393.

Mais M. Maraldi neveu du précédent, & petit neveu de feu M. Caſſini, ayant repris le fil de leurs obſervations, & y ayant ajoûté les ſiennes, n'a pas jugé comme eux de la ſeconde Inégalité des Satellites. La juſte réputation que ces deux grands Aſtronomes ſe ſont acquiſe & les liens du ſang n'ont pu le retenir dans un ſentiment qui ſe trouve démenti aujourd'hui par les obſervations les plus ingénieuſes & les plus exactes. L'*Aberration* des Fixes *, découverte par M. Bradley, de la Société Royale de Londres, & conſtamment attribuée à la propagation ſucceſſive de la Lumière, s'accorde ſi parfaitement avec la théorie de M. Roëmer ſur le retardement & l'accélération des Eclipſes des Satellites, qu'il n'eſt pas poſſible d'y méconnoître la même cauſe. M. Maraldi donna l'année dernière un Mémoire ſur la durée des Eclipſes du ſecond & du troiſième Satellite de Jupiter, d'après les obſervations qu'il en avoit faites en 1739 & au commencement de 1740, avec des réflexions ſur le mouvement du ſecond Satellite. Il donne préſentement de nouvelles obſervations

* V. l'Hiſt. de 1737. p. 76.

observations sur les Eclipses & sur le mouvement du troisième.

Le premier Satellite de Jupiter, par cela même qu'il en est le premier ou le plus proche, ne permet jamais d'observer qu'une des phases de ses Eclipses, son Immersion dans l'ombre, ou son Emersion, & par conséquent nous n'en sçaurions observer la demeure; car l'ombre de Jupiter nous étant toûjours opposée, tantôt plus & tantôt moins, tantôt d'un côté & tantôt de l'autre, nous ne sçaurions voir la partie de cette ombre ou de la base du cone qu'elle forme tout proche du disque éclairé de la Planète. Or le premier Satellite est toûjours renfermé dans les limites de cette partie de l'ombre qui nous est cachée; ainsi nous ne voyons que ses Immersions pendant que la Terre parcourt une moitié de l'orbe annuel, & ses Emersions lorsque la Terre parcourt l'autre moitié. Il seroit cependant très-avantageux d'avoir la durée des Eclipses, non seulement parce qu'elle double le nombre de ces sortes d'observations, mais encore parce que c'est en comparant la plus longue & la plus courte durée des Eclipses d'un Satellite, que l'on en conclut l'inclinaison de son orbe sur l'orbe de sa Planète principale: élément de calcul très-important dans la matière dont il s'agit.

Ce que nous venons de dire du premier Satellite de Jupiter, a lieu pour le second, si l'on en excepte quelques cas particuliers qui sont très-rares.

Mais le troisième offre à l'observateur tout ce qu'il y a de plus favorable pour éclaircir les difficultés qu'on a faites contre l'Equation de la lumière. Ses Eclipses ne sont pas à beaucoup près aussi fréquentes que celles du premier & du second, mais il y en a un grand nombre dont on peut voir le commencement, la fin & la durée. Il est vrai que le quatrième l'emporteroit sur celui-ci par cet avantage qui lui vient de son plus grand éloignement de Jupiter, mais ses Eclipses sont plus rares. Pour se faire une idée du résultat de cette compensation, il n'y a qu'à voir que dans cette année 1741, par exemple, on trouve 45 Eclipses du troisième,

parmi lesquelles il y en a 33 qui donnent l'immersion & l'émersion, & 12 seulement qui ne donnent que l'une ou l'autre de ces deux phases. Il est vrai que le 4.me Satellite n'a dans toute l'année que deux Eclipses qui soient dans ce dernier cas, mais aussi n'en a-t-il que 18 en tout. A quoi l'on peut ajoûter que la demeure dans l'ombre ou la durée des Eclipses du 3.me Satellite étant ordinairement plus courte que la durée des Eclipses du 4.me, parce que son mouvement est plus prompt, & plus prompt en plus grande raison que les grandeurs des diamètres du cone d'ombre, qui répondent à leurs orbites, l'observateur doit avoir plus souvent la faculté de voir sur un même horizon ou dans une même nuit, le commencement & la fin des Eclipses du 3.me Satellite de Jupiter que du 4.me Ainsi M. Maraldi est fondé à dire que le 3.me est de tous les Satellites de Jupiter celui qui fournit le plus de moyens d'éclaircir & de constater la théorie dont il s'agit.

La difficulté est de démêler le retardement qui appartient à la propagation successive de la Lumière, & celui qui n'a pour cause que l'inclinaison des orbites ou quelques autres irrégularités. Le peu d'inclinaison de l'orbite du premier a rendu d'abord le retardement de la Lumière très-sensible & non équivoque. La grande inclinaison du second au contraire a fait confondre les deux causes, & a donné lieu de soupçonner quelque chose d'équivalent, mais d'inconnu à l'égard du premier. M. Maraldi fit voir l'année dernière que le second Satellite est sujet à une inégalité synodique, qui monte à 24 minutes de temps, tantôt additive, tantôt soustractive, & que la variation de l'inclinaison de son orbe pouvoit produire dans ses Eclipses une inégalité de 22 minutes, qui est, comme nous l'avons dit, le plus haut point où puisse aller le retardement causé par la propagation successive de la Lumière. Une compensation si juste de la nouvelle Equation & qui n'avoit pas échappé à feu M. Maraldi, étoit sans doute très-capable de le confirmer dans ses idées contre l'Equation de M. Roëmer. C'est à travers toutes ces difficultés, qui se compliquent encore avec quelques

apparences purement optiques, telles que l'étendue & l'intensité de Lumière des Satellites dans leurs phases, dont M. de Fouchy donna la théorie en 1732, que M. Maraldi a entrepris de démêler & de constater l'Equation de la Lumière. Il a calculé à ce dessein près de 300 observations d'Eclipses du troisième Satellite de Jupiter, & c'est d'une partie de ces observations qu'il nous donne ici la Table relativement à l'inclinaison de l'orbe de ce Satellite, ses nœuds étant supposés à 14^d 30′ du Lion & du Verseau, & le demi-diamètre de l'ombre vû du centre de Jupiter à la distance de l'orbe, de 3^d 44′.

Si la propagation successive de la Lumière est réelle & sensible à la distance de Jupiter, comme on ne peut plus en douter aujourd'hui par l'observation des Fixes, il faut nécessairement que ses effets se mêlent dans les Eclipses des Satellites vûs de la Terre, & toute théorie où ces effets n'entreront pour rien, sera défectueuse; mais l'art de les indiquer sûrement & de les évaluer dans tous les cas parmi ce grand nombre d'autres circonstances qui se confondent avec eux & qui les font souvent disparoître, ne sera le fruit que d'une infinité d'observations & de travaux.

SUR LE CALCUL INFINITESIMAL

Des différences dans la Trigonométrie sphérique, par rapport à l'Astronomie.

DANS les Mathématiques mixtes, telles que l'Astronomie, il se présente à tout moment des recherches très-délicates à faire pour en rectifier ou pour en simplifier la pratique; ce sont autant de nouvelles théories qui se confondent avec la science même par leur commun objet qui est la justesse, la facilité & la promptitude des opérations. Les opérations astronomiques consistent dans les observations immédiates, & dans les calculs qui en donnent les résultats.

V. les M. p. 238.

On voit assez que quelqu'exactes que soient les observations, il n'est pas possible qu'il ne s'y glisse quelqu'erreur, soit par l'imperfection des instrumens qu'on y emploie, soit par la foiblesse de nos organes, pour qui même des instrumens trop parfaits & poussés jusqu'à un certain degré de finesse pourroient devenir inutiles. A l'égard des calculs ils sont par eux-mêmes & spéculativement parlant, infaillibles, en tant qu'ils dérivent des opérations arithmétiques; mais leur résultat est plus ou moins susceptible d'erreur, par la nature des cas auxquels on les applique, par les hypothèses sur lesquelles ils sont fondés, par le différent aspect sous lequel on considère les observations qui en font la matière, & enfin par la méthode plus ou moins lumineuse qui en conduit les pas.

L'art de démêler les sources d'erreur, d'en évaluer les effets, & d'assigner les cas & les circonstances où l'erreur est plus ou moins grande, &, s'il est permis de le dire, plus ou moins commissible, seroit presque l'art de nous en affranchir s'il pouvoit arriver jusqu'à un certain degré de perfection & être appliqué à toutes les Sciences. Mais ce n'est guère que dans les Mathématiques qu'on peut se flater de l'introduire avec quelque succès.

Il y a environ 30 ans qu'un des plus profonds Géomètres d'Angleterre *, composa dans cet esprit & principalement en faveur des Astronomes, un Traité qui a été imprimé avec ses Œuvres posthumes, & qui a pour titre, *Estimation des erreurs dans les Mathématiques mixtes, par les variations des parties des Triangles plans & sphériques.* Mais outre que ce livre est assez rare, il est peut-être encore plus difficile à entendre, par la manière concise, pour ne pas dire obscure, dont il est écrit. Ainsi M. l'Abbé de la Caille que son application à l'Astronomie théorique & pratique met tous les jours en état de sentir les besoins des Calculateurs en cette science, a jugé avec raison que ce seroit rendre un grand service à plusieurs d'entr'eux, d'extraire, d'éclaircir & d'étendre toutes les formules du Traité dont nous venons de parler, qui ont rapport à l'Astronomie, ou, ce qui revient au même, à la

* Roger Cotes, *mort en 1716, à l'âge de 34 ans.*

résolution des Triangles sphériques, & dont il a aussi fait voir l'usage & l'utilité par des exemples choisis.

On imagine ici que deux côtés du Triangle ou deux de ses angles, ou un angle & un côté demeurant constans, un autre côté ou un autre angle varie continuellement & à chaque instant d'une quantité, ou par une différence infiniment petite; ce qui appartient au calcul différentiel, & qui fait le fond de la méthode & de la théorie; mais la pratique sera dispensée d'avoir recours à ce calcul, par les formules ou simples analogies que M. l'Abbé de la Caille y a substituées, & qu'il a réduites à la forme ordinaire du calcul purement trigonométrique, communément plus familier aux Astronomes. C'est-là véritablement travailler pour le Public, & perfectionner l'art, qui ne sera jamais si parfait que quand il exigera moins d'industrie & de sçavoir de la part de l'Artiste.

NOus renvoyons aux Mémoires

L'Eclipse de Lune observée le 13 Janvier 1740, à l'Hermitage qui est sur la montagne de Sainte-Victoire, à trois lieues vers l'Orient d'Aix en Provence, par M. l'Abbé de la Caille, lorsqu'il travailloit avec M. de Thury à la vérification de la Méridienne de l'Observatoire prolongée jusqu'aux extrémités de la France. V. les M. p. 433.

PARALLAXE de la LUNE.

M. de Maupertuis a donné cette année son *Discours sur la Parallaxe de la Lune.* C'est en partie le fruit & la suite des fameuses observations du Nord. Cet ouvrage a pour but, 1.° L'usage qu'on peut faire de la mesure de quelques arcs de la surface de la Terre, pour perfectionner la Géographie & la Navigation; 2.° L'utilité qu'on peut tirer des expériences du Pendule, pour déterminer les quantités & les directions de la Pesanteur sur différens points de la Terre; 3.° Et enfin la manière dont on doit se servir des dimensions du Globe terrestre pour perfectionner la théorie de la Lune. M. de Maupertuis y ajoûte un abrégé ou extrait des opérations qui ont été faites à Tornea pour la mesure

du degré du Méridien auprès du cercle Polaire, & de quelques expériences sur la Pesanteur, telle qu'on la déduit des différentes longueurs du Pendule à différentes Latitudes.

La Parallaxe de la Lune n'est autre chose que l'angle sous lequel seroit vû le demi-diamètre de la Terre observé du centre de la Lune, ou, ce qui revient au même, l'angle que formeroient les rayons visuels dirigés au centre de la Lune par deux observateurs, dont l'un seroit sur la surface, & l'autre au centre de la Terre. De ces deux lignes, de l'angle compris & du demi-diamètre de la Terre qui en est la base, résulte un triangle dont deux côtés quelconques, & un des angles étant donnés, on aura le troisième côté & les deux autres angles. D'où il est clair que la distance de la Lune, le demi-diamètre de la Terre & l'angle Parallactique sont trois quantités réciproques, qui étant connues deux à deux, fourniront toûjours de quoi connoître la troisième qu'on cherche. Aussi confond-t-on quelquefois dans le langage astronomique la distance de la Lune, soit optique, soit réelle, avec sa Parallaxe, en tant que celle-ci renferme la supposition ou la connoissance du demi-diamètre terrestre.

Tant qu'on a considéré la Terre comme une Sphère sensiblement parfaite, on n'a point cru que la Parallaxe de la Lune pût recevoir d'autre variation que celle qui lui survient par les différentes distances de cet Astre à la Terre, selon qu'il est à son Apogée, à son Périgée ou à ses distances moyennes; parce qu'alors le demi-diamètre terrestre est une grandeur constante. Mais dès que la sphéricité parfaite n'a plus lieu, & que la Terre devient, comme on le pense aujourd'hui, un Sphéroïde, soit oblong, soit applati vers les Poles, il est évident que la Parallaxe lunaire variera encore à raison des différens demi-diamètres terrestres qui soûtiendront l'angle Parallactique, & qui doivent être pris depuis le centre jusqu'au point de la surface du Sphéroïde où est placé l'observateur; car ces demi-diamètres ne sçauroient être égaux entre eux si ce n'est sous l'Equateur, ou de part & d'autre sous de semblables Parallèles; ils varient sur tous les autres points,

On voit par-là combien l'obſervation de la Parallaxe lunaire exige aujourd'hui de nouvelles attentions, & combien les concluſions qu'on en peut tirer par rapport aux diſtances de la Lune, ou à la grandeur & à la figure réciproques de la Terre, ſuppoſent de fineſſe dans la théorie & dans les calculs. A peine cependant s'appercevra-t-on de cette complication dans l'ouvrage dont il s'agit, par la brièveté & la netteté des démonſtrations qu'il contient. M. de Maupertuis y conſidère la Terre ſous la forme du Sphéroïde applati qu'il s'eſt ſi bien acquis le droit de préférer à tout autre; & c'eſt à la ſuite & en conſéquence de cette hypothèſe qu'il réſout les principaux Problèmes que renferment les trois objets qu'il s'étoit propoſés.

HISTOIRE CÉLESTE.

QUOIQUE depuis le renouvellement des Sciences en Europe on ait vû paroître une infinité de Recueils d'obſervations aſtronomiques, il n'y en a que trois ou quatre qui, par le nombre & l'importance des obſervations qu'ils contiennent, ayent mérité le titre d'*Hiſtoire Céleſte.* Le premier ouvrage qui ait été donné ſous cette forme eſt un Recueil des obſervations de Tycho-Brahé; il ne manque à la *Machine Céleſte* d'Hévélius, que le nom d'Hiſtoire pour faire le ſecond; l'*Hiſtoire Céleſte Britannique* de Flamſtéed ſera le troiſième; & enfin nous aurons le quatrième dans l'*Hiſtoire Céleſte ou Recueil de toutes les obſervations aſtronomiques faites par ordre du Roy,* & qu'on pourroit juſtement qualifier d'Hiſtoire Céleſte Françoiſe, dont M. le Monnier vient de nous donner le premier Volume.

Il y embraſſe tout ce qui fait l'objet de ces ſortes d'Hiſtoires, Paſſages des Planètes par le Méridien, Eclipſes de Soleil & de Lune, Immerſions & Emerſions des Satellites, Diamètres apparens des Aſtres, Occultations des Fixes par la Lune, Longitudes, Latitudes, Aſcenſions droites & Catalogues d'Etoiles, &c. depuis l'année 1666, qui eſt celle de l'établiſſement de l'Académie, juſqu'en 1685 incluſivement, où ſe termine ce premier Volume.

La plûpart de ces obſervations, quoiqu'employées peut-être ſous différens points de vûe par les Auteurs qui les ont faites, demeuroient éparſes & comme enſévelies dans des Recueils informes ou dans les anciens Regiſtres de l'Académie. C'étoient les pièces juſtificatives de pluſieurs réſultats auxquels elles avoient ſervi de baſe, & qu'on reſervoit en même temps pour d'autres beſoins à venir. M.rs Picard, Auzout, Caſſini, Roëmer, de la Hire, & en dernier lieu le Chevalier de Louville, nous ont laiſſé des richeſſes immenſes dans ce genre, mais qu'il n'étoit pas aiſé de recueillir d'une manière utile pour la poſtérité, ſans beaucoup de travail, de choix & de lumières. C'eſt ce que l'on verra dans le Diſcours préliminaire qui eſt à la tête, & encore mieux par l'exécution de ce vaſte projet.

DIVERSES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES.

I.

Sur la Théorie de Saturne.

LA Théorie d'une Planète conſiſte dans la connoiſſance de tout ce qui peut ſervir à déterminer ſes mouvemens vrais ou apparens, en quelque temps qu'on les demande; ſes Conjonctions, ſes Oppoſitions & ſes Configurations quelconques par rapport à la Terre, au Soleil & aux autres Planètes; la durée de ſes révolutions autour du Soleil & de la Terre; ſes différentes diſtances, & par conſéquent la figure, la grandeur & l'excentricité de ſon orbite; ſes Anomalies ou Irrégularités, ſoit optiques, ſoit réelles; le Lieu de ſon Aphélie & de ſon Périhélie, de ſon Apogée & de ſon Périgée, &c. autant d'articles de la Théorie de Saturne, ſur leſquels M. l'Abbé de la Caille Profeſſeur de Mathématique au Collége Mazarin, eſt venu lire ſes remarques à la Compagnie.

L'Oppoſition

L'Oppofition de Saturne avec le Soleil, arrivée le 24 Janvier de cette année, fuivant l'obfervation que M. l'Abbé de la Caille en avoit faite lui-même à l'Obfervatoire Royal, a été l'occafion de tout ce qu'il nous a donné fur ce fujet.

Quoique la Théorie de cette Planète foit la plus facile de toutes à déduire immédiatement des obfervations, c'eft celle cependant qui peut fournir le plus de doutes.

Cette facilité vient de ce que Saturne eft de toutes les Planètes fupérieures celle dont on peut avoir le plus fouvent des pofitions indépendantes de la feconde Inégalité, c'eft-à-dire, dont les Oppofitions arrivent le plus fouvent : car il n'y a guère plus de 378 jours d'intervalle entre deux de ces Oppofitions, au lieu qu'entre celle de Jupiter il y a 400 jours, & qu'il fe paffe 2 ans & 50 jours entre celle de Mars. On appelle première Inégalité d'une Planète, l'irrégularité apparente du mouvement qui naît de fa révolution autour du Soleil, en tant qu'on imagine l'Obfervateur placé dans cet Aftre, & feconde Inégalité celle qui fe complique avec fon mouvement vû de la Terre. L'Aftronomie n'eft, à proprement parler, que la Science des apparences céleftes réduites au calcul ; ce qui s'y mêle de caufes réelles & méchaniques, n'eft pas oublié par les Aftronomes quand ils font affez heureux pour le découvrir ; mais ce n'eft, à la rigueur, que l'affaire de la Phyfique.

La facilité de déduire la Théorie de Saturne des obfervations immédiates, vient encore de ce qu'on peut obferver 29 points de l'orbite de Saturne pendant une feule de fes révolutions, au lieu qu'on n'en peut obferver que 11 de Jupiter, & que Mars fait fouvent une révolution entière fans qu'on puiffe obferver une feule de fes Conjonctions avec le Soleil ; car c'eft par le moyen des Conjonctions, des Aphélies, & autres femblables points importans marqués fur la route de ces vaftes corps, qu'on peut le mieux déterminer la nature & la quantité de leur mouvement.

Enfin cette plus grande facilité eft fondée fur ce que Saturne ne parcourant d'une Conjonction à l'autre qu'environ

13 degrés & demi de ſon orbite, il eſt aiſé de connoître ſon vrai lieu pour un inſtant quelconque compris entre pluſieurs obſervations d'Oppoſitions conſécutives; ce qui donne l'équivalent de pluſieurs obſervations immédiates qu'on auroit faites dans l'Aphélie & le Périhélie de cette Planète, dans ſes diſtances moyennes, dans ſes Nœuds, c'eſt-à-dire, aux points où ſon orbite coupe l'Ecliptique, & dans ſes limites qui ſont les points les plus éloignés de ſes Nœuds & de l'Ecliptique.

Voici préſentement les principaux doutes qu'on peut former ſur la Théorie de Saturne, & dont la diſcuſſion fait le ſujet du Mémoire de M. l'Abbé de la Caille.

1.° Si la ligne qui joint les Nœuds de cette Planète paſſe par le Soleil, ou, ce qui eſt la même choſe, ſi l'angle de l'inclinaiſon des Limites vû du Soleil eſt le même de part & d'autre vers l'un & l'autre Pole. Car la plûpart des Phyſiciens qui ont appliqué la Géométrie à l'Aſtronomie, regardent cette égalité comme certaine; mais il ſemble que M. de la Hire ait obſervé le contraire, puiſque dans ſes Tables Aſtronomiques, il fait la diſtance ou l'angle d'inclinaiſon des Limites boréales vû du Soleil, plus petit de $3' \frac{1}{2}$ que celui de l'inclinaiſon des Limites auſtrales.

2.° Si le mouvement de cette Planète n'eſt pas conſidérablement altéré lorſqu'elle approche de ſa Conjonction avec Jupiter, comme il ſuit des nouvelles Théories phyſiques.

3.° Si le mouvement de ſon Aphélie eſt uniforme comme dans les autres Planètes principales, ſoit qu'on le ſuppoſe réel, ſoit qu'on l'attribue à la Préceſſion des Equinoxes.

Sur le premier de ces doutes M. l'Abbé de la Caille ſe détermine pour l'affirmative; il croit que l'hypothèſe de M. de la Hire ne peut ſubſiſter, & que les angles d'inclinaiſon des Limites auſtrales & boréales de Saturne ſont égaux. Cependant comme le nom d'un ſi grand Aſtronome méritoit bien qu'on ne rejetât pas ſon opinion ſans un examen approfondi de tout ce qui pouvoit la favoriſer ou la combattre, M. l'Abbé de la Caille s'eſt acquitté de ce devoir à l'avantage du lecteur.

Quant à la seconde difficulté sur le trouble que la Conjonction de Saturne avec Jupiter peut apporter à son mouvement, M. l'Abbé de la Caille pense qu'il est réel; & il le prouve par les observations. On sçait que cette idée est dûe au célèbre Newton, & qu'elle est fondée sur l'attraction mutuelle que les deux Planètes doivent exercer l'une sur l'autre, avec d'autant plus de force qu'elles sont plus proches. Le plus important étoit de constater le fait, après quoi il sera permis à chacun, selon ses lumières, d'expliquer l'attraction, cet effort réciproque de deux corps l'un sur l'autre, ou par une vertu purement métaphysique, ou par une impulsion dont le méchanisme nous est encore inconnu. Cependant M. l'Abbé de la Caille croit pouvoir conclurre de tout ce qu'il rapporte sur ce sujet, que cette cause d'altération au mouvement de Saturne est peu sensible, & qu'elle ne peut empêcher qu'on n'établisse des hypothèses exactes du mouvement de cette Planète.

Il ne pense pas de même sur le troisième doute qu'il s'étoit proposé d'examiner, sçavoir, si le mouvement de l'Aphélie est uniforme. Il croit qu'on ne peut absolument ni rejeter ni admettre cette uniformité, & que c'est-là en même temps le plus grand ou le seul obstacle à la perfection des Tables de Saturne.

Mais nous nous dispenserons d'entrer dans les curieux détails que M. l'Abbé de la Caille nous a donnés sur cet article comme sur tous les autres, & d'autant plus qu'ayant été reçu quelques mois après à l'Académie, il pourra lui-même, s'il le juge à propos, faire part au public de son Mémoire, en le joignant à ceux que l'Académie fait imprimer tous les ans; on peut avoir remarqué ci-dessus * qu'il a déja joui de ce privilège dans ce même Volume.

* pp. 115. & 117.

Il est certain par les observations modernes comparées avec celles des Anciens depuis environ deux mille ans, que le mouvement de Saturne paroît sensiblement ralenti, tandis que celui de Jupiter s'est accéléré. Ce seroit matière à une grande & belle recherche que de sçavoir si cette circonstance

entre comme cause ou comme effet dans les irrégularités dont nous venons de parler.

II.

Sur un Satellite aperçu auprès de la Planète de Vénus.

La Terre a un Satellite qui est la Lune, Jupiter environ cinq fois aussi loin du Soleil que la Terre en a quatre, & Saturne près de deux fois aussi loin que Jupiter en a cinq, sans compter l'Anneau qui lui tient lieu de plusieurs Satellites, pour l'éclairer pendant la nuit. L'esprit systématique, la commodité des analogies & le penchant que nous avons à faire agir la Nature selon nos vûes & nos besoins, n'ont pas manqué là-dessus de persuader à bien des Philosophes que les Satellites avoient été donnés aux Planètes les plus éloignées du Soleil, comme un supplément à sa lumière affoiblie par l'éloignement, & qu'ils leur avoient été donnés en d'autant plus grand nombre qu'elles étoient plus éloignées de cet Astre. Mais la Planète de Mars vient rompre la chaîne de l'analogie, étant beaucoup plus loin du Soleil que nous, & n'ayant point de Satellite, du moins ne lui en a-t-on pu découvrir aucun jusqu'ici, quelque soin qu'on se soit donné pour cela. A l'égard des Planètes inférieures, Vénus & Mercure, on a cru qu'elles n'en avoient point & qu'elles n'en devoient point avoir, étant beaucoup plus proches du Soleil que la Terre; elles sont aussi le plus souvent confondues dans ses rayons, & cette circonstance n'augmente pas peu la difficulté de découvrir ce qui les environne.

Cependant feu M. Cassini aperçut en 1686 auprès de Vénus, quelque chose qui avoit toutes les apparences d'un Satellite; c'est dans son Traité de la Lumière Zodiacale qu'il le rapporte. Il venoit d'observer cette Lumière le 28 Août à 4 heures 15 minutes du matin, lorsqu'en regardant Vénus par une Lunette de 34 pieds, il vit à trois cinquièmes de son diamètre vers l'Orient, une *lumière informe* de toute autre

eſpèce, & qui ſembloit imiter la phaſe actuelle de Vénus, dont le diſque étoit échancré du côté de l'Occident. Le diamètre de ce *Phénomène* étoit à peu-près égal à la quatrième partie du diamètre de Vénus. M. Caſſini l'obſerva pendant un quart d'heure, après quoi il ne le vit plus, ſans doute par la clarté du jour ou du crépuſcule, qui étoit grande. Il ajoûte que le 25 Janvier de l'année 1672, il avoit vû une apparence toute ſemblable depuis 6 heures 52 minutes du matin juſqu'à 7 heures 2 minutes, où la clarté du crépuſcule la fit évanouir, Vénus étoit de même en croiſſant & le *Phénomène* auſſi ; de manière que quelque réſervé que fût M. Caſſini ſur les nouveautés aſtronomiques, il ne put s'empêcher après ces deux obſervations, de douter du moins ſi ce ne ſeroit point là un Satellite de Vénus, *d'une conſiſtance moins propre à réfléchir la lumière du Soleil* que ſa Planète principale, & qui auroit à peu-près la même proportion avec Vénus que la Lune a avec la Terre. M. Grégori en parle plus affirmativement dans l'endroit de ſon Aſtronomie phyſique, liv. 6, où il examine quelles ſeroient les apparences du Ciel vû de Vénus, & il croit plus que vrai-ſemblable d'après les deux obſervations de M. Caſſini, que c'eſt en effet un Satellite de cette Planète.

Ce qui eſt ſurprenant, c'eſt que quelques recherches que M. Caſſini ait faites depuis en divers temps, *pour achever une découverte de ſi grande importance,* il n'a jamais pu y réuſſir, & nul autre Aſtronome que nous ſçachions, dans l'eſpace de 54 ans, n'a pu voir ce Phénomène après lui, non pas même M. Bianchini célèbre par ſes découvertes ſur la Planète de Vénus, quoiqu'il y ait employé d'excellentes Lunettes de Campani de plus de 100 pieds de longueur.

Voilà où l'on en étoit ſur le Satellite vrai ou apparent de Vénus, lorſque M. Short Ecoſſois, également habile à conſtruire des Téleſcopes & à s'en ſervir pour les obſervations aſtronomiques, revit enfin l'année dernière ce Satellite, ſi c'en eſt un, dans les mêmes circonſtances & avec les mêmes phaſes que M. Caſſini a décrites. C'eſt ce que j'appris au

commencement du mois de Janvier de cette année, par M. Coste auteur de la Traduction du livre de l'Entendement Humain de Locke, & de plusieurs autres ouvrages; j'en fis part à l'Académie, & cette Compagnie me chargea de m'informer plus particulièrement de cette observation & de ses suites, & de lui en rendre compte. Mais par malheur la nouvelle apparition du Satellite de Vénus, trop semblable en cela aux deux premières, n'a pas été plus constante. M. Short n'avoit pu encore le revoir au mois de Juin dernier. Son observation fut faite à Londres le 3 Novembre 1740 au matin, avec un Télescope par réflexion de 16 $\frac{1}{2}$ pouces Anglois, & qui augmentoit 50 à 60 fois le diamètre de l'objet: M. Short aperçut d'abord comme une petite Etoile fort proche de Vénus, sur quoi ayant adapté à son Télescope un plus fort Oculaire & un Micromètre, il trouva la distance de la petite Etoile à Vénus de 10 minutes 20 secondes. Vénus paroissant alors très-distinctement & le Ciel étant fort serein, il prit des Oculaires trois ou quatre fois plus forts, & il vit avec une agréable surprise que la petite Etoile avoit une phase, & la même phase que Vénus; son diamètre étoit un peu moins que le tiers de celui de Vénus, sa lumière moins vive, mais bien terminée; le grand Cercle qui passoit par le centre de Vénus & de ce Satellite, qu'il seroit difficile de qualifier autrement, faisoit un angle d'environ 18 à 20 degrés avec l'Equateur, le Satellite étant un peu vers le Nord, & précédant Vénus en Ascension droite. M. Short le considéra à différentes reprises & avec différens Télescopes, pendant l'espace d'une heure de temps, jusqu'à ce que la lumière du jour ou du crépuscule le lui ravit entièrement. Ces circonstances sont tirées d'une lettre de M. Turner, écrite de Londres le 8 Juin à M. Coste.

Un Corps céleste si difficile à apercevoir de la Terre, ne paroît point être fait pour nous, & l'on ne sçauroit guère se défendre d'en conclurre qu'il est donc destiné à éclairer un autre Monde & d'autres Habitans. L'analogie à cet égard, prise en général, ne laisse rien à desirer.

Mais nous remarquerons ici qu'elle pourroit n'être pas si bien fondée cette analogie, à l'égard du nombre des Satellites, qu'on croit devoir être d'autant plus grand que la Planète principale est plus éloignée du Soleil. Nous avons déja vû qu'elle se démentoit par rapport à la Planète de Mars plus éloignée que nous, & qui n'a pourtant pas de Satellite, & voilà qu'elle se dément encore à l'égard de la Planète de Vénus moins éloignée que nous, & qui en a un aussi gros que notre Lune. Mais sans nous arrêter à des exceptions qui pourroient encore être douteuses, examinons la chose en elle-même. La nuit d'une Planète, toutes choses d'ailleurs égales, doit être censée d'autant plus profonde que son jour a été plus brillant; car le passage de l'un à l'autre en sera d'autant plus marqué. Donc si les Planètes de Vénus & de Mercure ont des Habitans, & si nous jugeons de leurs besoins par les nôtres, comme le suppose l'analogie en question, une ou plusieurs Lunes leur sont d'autant plus nécessaires pendant la nuit, qu'ils sont plus proches du Soleil & qu'ils ont été plus éclairés pendant le jour. Ce sera, comme on voit, tout le contraire pour les Planètes plus éloignées, pour Jupiter, par exemple, qui est environ 5 fois plus loin du Soleil que nous; sa lumière ou son illumination pendant le jour étant en raison inverse du quarré de sa distance, se trouvera par-là environ 25 fois plus foible que celle que nous recevons. La nuit de Jupiter sera donc à cet égard 25 fois moins obscure que la nôtre; car le jour & la nuit ou un moindre jour, sont pour les mêmes yeux des quantités purement relatives.

D'un autre côté les 4 Lunes de Jupiter, les 5 Lunes de Saturne & la partie éclairée de son Anneau ne feront point une compensation à la foible lumière du jour lorsqu'elles paroîtront pendant le jour; car leur lumière réfléchie étant, toutes choses d'ailleurs égales, proportionnelle à la lumière directe du Soleil, elle sera éteinte en présence du Soleil, comme l'est celle de notre Lune. Ainsi de quelque façon que l'on tourne la raison de convenance alléguée à ce sujet, on y trouvera peu de solidité.

Les analogies & les causes finales ont cela d'utile qu'elles sont un nouveau motif de curiosité & d'attention pour les observateurs. Hors de-là, & vû notre ignorance dans les secrets & les intentions de la Nature, elles sont superflues & elles deviennent même nuisibles si elles nous empêchent d'observer ce qui peut les contredire. Combien est-il donc plus à propos de s'en tenir aux faits connus, & de ne partir que du méchanisme de la Nature, pour en constater ou pour en expliquer les Phénomènes?

Nous avons remarqué ailleurs que les Planètes inférieures, telles que Vénus & Mercure, devoient être toûjours ceintes & enveloppées plus ou moins de la matière zodiacale ou atmosphère solaire. Or si cette matiére est lumineuse par elle-même, l'obscurité des nuits de ces Planètes en sera beaucoup moindre. Mais si avec cela les Planètes inférieures ont des Satellites, cette même matière, lumineuse ou non lumineuse, dont leurs Satellites ne seront pas moins environnés qu'elles, pourra, selon toutes les vicissitudes d'étendue & de densité auxquelles on sçait qu'elle est sujette, devenir pour nous une source d'erreur & d'incertitude dans les apparitions imparfaites ou peu durables de ces Satellites.

N'oublions pas encore en faveur de l'existence du Satellite de Vénus, qu'il pourroit bien y avoir ici quelque chose de semblable à ce qu'on remarque dans le 5.me Satellite de Saturne, auquel, après bien des observations, on a été obligé de reconnoître une période d'augmentation & de diminution de lumière qui le rendoit visible dans sa plus grande digression occidentale, & invisible dans l'orientale.

III.

Sur les Antipodes.

On appelle Antipodes les Habitans ou les lieux de la Terre diamétralement opposés, qui sont dans des parallèles également éloignés de l'Equateur, & dans deux moitiés opposées du Méridien. On ajoûte communément que les

Antipodes

Antipodes ont même viciſſitude de ſaiſons en ſens contraire, même longueur réciproque de jours & de nuits, & mêmes degrés de chaud & de froid de la part du Soleil en des ſaiſons oppoſées; ce qui n'eſt pas abſolument exact, en ce que le Soleil eſt plus près de la Terre lorſqu'il eſt dans l'hémiſphère auſtral & que nous avons l'Hiver, que lorſqu'il eſt dans l'hémiſphère boréal & que nous avons l'Eté; & de plus, en ce que l'année n'eſt pas partagée également par les ſaiſons, le Soleil faiſant 8 à 9 révolutions de plus dans l'hémiſphère boréal que dans l'auſtral, ce qui peut produire en effet des ſaiſons ſenſiblement différentes, quoiqu'univoques.

Ce qu'il y a de plus propre aux Antipodes & en quoi ſeulement nous les conſidérons ici, c'eſt d'être dans des lieux diamétralement oppoſés entr'eux ſur le Globe Terreſtre; de manière qu'ayant mené une perpendiculaire ou une verticale à un lieu quelconque, & qui par conſéquent paſſe par le Zénith de ce lieu, l'endroit oppoſé de la ſurface du Globe que cette verticale prolongée ira couper, en ſoit l'Antipode. Tout le reſte n'eſt qu'acceſſoire à cette idée, dans la ſuppoſition énoncée ou tacite de la Sphéricité de la Terre; car ſi la Terre n'eſt point une Sphère, ſi c'eſt un Sphéroïde elliptique, applati, ou alongé vers les Poles, il n'y a plus d'Antipodes réciproques. C'eſt-à-dire, par exemple, qu'ayant mené une ligne par le Zénith de Paris & par le centre de cette Ville qui eſt dans l'hémiſphère boréal, cette ligne ira couper l'hémiſphère auſtral en un point qui ſera l'Antipode de Paris, mais dont Paris ne ſera pas l'Antipode; ainſi l'égalité réciproque de poſition, de latitude, de jours & de nuits dans les hémiſphères oppoſés à ſix mois de différence, & tout ce qu'on a coûtume de renfermer dans l'idée des Antipodes comme inſéparable, ne l'eſt plus, & doit effectivement en être ſéparé dès que l'on déroge à la Sphéricité de la Terre. Il ne faut à la vérité qu'un peu d'attention pour s'en convaincre; mais enfin nous ne ſçavons pas qu'on y eût penſé, & M. le Breton de Falaiſe en Normandie, qui nous a envoyé cette remarque, mérite qu'on lui en faſſe honneur.

Tout ceci eſt fondé ſur ce que la Sphère, ou, pour ſimplifier cette Théorie, le Cercle eſt la ſeule figure régulière que tous les diamètres paſſans par ſon centre coupent à angles droits. Donc en toute figure terminée par une autre courbe, dans l'Ellipſe, par exemple, la perpendiculaire menée à un de ſes points ou à ſa tangente, excepté les deux axes qui répondent ici à la ligne des Poles, ou à un diamètre quelconque de l'Equateur, ne ſçauroit paſſer par ſon centre ni aller rencontrer la partie oppoſée du Méridien elliptique à angles droits. Donc le Nadir de Paris n'eſt pas le Zénith de ſon Antipode, & réciproquement; & ſi l'on élevoit au milieu de Paris une colonne bien perpendiculaire à la ſurface de la Terre, elle ne ſeroit pas dans la même ligne que celle qu'on éleveroit pareillement au point Antipode de Paris; mais elle en déclineroit par un angle plus ou moins grand, ſelon que l'Ellipſe ou le Méridien elliptique différeroit plus ou moins du Cercle. La latitude de l'un & de l'autre de ces deux points différera donc en même raiſon, & conſéquemment la longueur des jours & des nuits des mêmes ſaiſons, &c.

Les lieux ſitués à l'un & l'autre Pole ou ſur l'Equateur en ſont exceptés, parce que dans le premier cas c'eſt un des axes de l'Ellipſe qui joint les deux points, & que dans le ſecond il s'agit toûjours d'un Cercle dont l'autre axe de l'Ellipſe eſt le diamètre; le Sphéroïde quelconque applati ou alongé étant toûjours imaginé réſulter de la révolution du Méridien elliptique autour de l'axe du Monde.

Les nouvelles connoiſſances qui ne conſiſtent le plus ſouvent qu'en des limitations ou des corrections des anciennes, entraînent néceſſairement des diſtinctions délicates dont on ne s'étoit pas aviſé, & il eſt toûjours utile d'attacher des idées exactes à des noms dont la ſignification étoit autrefois plus ou moins étendue.

IV.

Projet pour l'invention des Longitudes.

L'Académie a examiné cette année un ouvrage qu'elle connoissoit en partie depuis long temps, par les tentatives dont il est le fruit. C'est un projet de M. de la Croix ancien Ecrivain principal des Vaisseaux du Roi, pour la découverte des Longitudes, tant sur mer que sur terre, par le moyen de l'inclinaison & de la déclinaison de l'Aiguille aimantée.

Les pratiques qu'on y propose pour la solution de ce fameux & important Problème, sont fondées sur un système magnétique, peu différent de celui de M. Halley, sçavoir, qu'il sort continuellement par deux points opposés du Globe Terrestre, souvent fort éloignés des Poles du Monde, une matière magnétique qui circule de l'un à l'autre de ces points, & qui décrit autour du Globe, par ce mouvement, des Méridiens tout semblables aux Méridiens Terrestres proprement dits; mais il y a cette différence entre les Poles magnétiques & les Poles du Monde, que ceux-ci sont immobiles, & que les autres changent de position.

Si l'on imagine que les Méridiens magnétiques soient coupés à angles droits par un grand Cercle, qu'on pourra nommer leur Equateur, & par des parallèles à ce Cercle, comme les Méridiens Terrestres sont coupés par l'Equateur du Monde, & les Méridiens célestes par l'Ecliptique & ses parallèles; de cet assemblage de Cercles autour du même Globe, les uns appartenans à la Sphère céleste, & les autres à la Sphère magnétique, naîtront nécessairement autant d'intersections réciproques. C'est par ces intersections & par les angles qu'elles font entr'elles, que M. de la Croix se propose de trouver les Longitudes, & qu'il les trouvera en effet, si son hypothèse est conforme à la Nature, & si les deux Boussoles dont il se sert, l'une d'inclinaison, l'autre de déclinaison, peuvent donner avec assez de justesse les angles sous lesquels ces deux différens ordres de Cercles se coupent.

& le lieu du Pole magnétique ſur la Terre; car il ne faut plus pour cela que réſoudre quelques Triangles ſphériques, & employer à peu-près les mêmes opérations que s'il s'agiſſoit de déterminer l'aſcenſion droite d'un Aſtre, ſa latitude & ſa déclinaiſon étant données.

Les changemens & les variations que le mouvement des Poles magnétiques doit cauſer dans les inclinaiſons de l'Aiguille aimantée, n'embarraſſent pas M. de la Croix, il prétend que ces inclinaiſons ſont conſtamment les mêmes à même diſtance du Pole magnétique; d'où il tire une manière aſſez aiſée d'avoir la poſition de ce Pole par obſervation: car prenant l'inclinaiſon de l'Aiguille en pluſieurs endroits différens, & choiſiſſant deux à deux ceux où l'inclinaiſon ſe trouve la même, le grand Cercle qui coupe perpendiculairement la ligne qui joint ces deux lieux, ira paſſer par le Pole magnétique, & pluſieurs obſervations de cette nature étant répétées en différens lieux de la Terre, il en réſultera néceſſairement, ſelon l'hypothèſe, une interſection commune de tous ces grands Cercles, qui déterminera le lieu du Pole qu'on cherche.

C'eſt donc aux obſervations réitérées à effectuer ce que promet l'hypothèſe, & à juſtifier l'hypothèſe même par leurs ſuccès. Mais peut-on ſe flater d'avoir jamais des obſervations aſſez exactes, ou, ce qui revient ici au même, des Bouſſoles d'inclinaiſon ſuſceptibles de toute la juſteſſe requiſe pour cela? M. de la Croix a agi du moins comme s'il ne le révoquoit pas en doute; il a fait & refait des Bouſſoles de plus en plus conformes à ſes vûes & à ſes principes. M. le Comte de Maurepas Miniſtre de la Marine, toûjours prêt à ſeconder les vûes utiles, a envoyé des ordres dans tous les ports du Royaume pour faire des épreuves de ces Bouſſoles, ſelon le plan qu'en avoit preſcrit M. de la Croix. Ces épreuves ont été plus ou moins favorables au ſyſtème, mais toûjours aſſez pour ne pas rebuter l'Auteur. Enfin il a compté dans ce dernier ouvrage avoir mis ſon projet & les inſtrumens qu'en exige l'exécution, au point de mériter l'approbation de

l'Académie; & l'Académie l'a accordée à ses travaux & à ses lumières, avec les sages restrictions que demandoit une matière si compliquée & si délicate.

V.

Eclipse de Lune du 1.er Janvier 1741.

Cette Eclipse n'ayant pu être observée à Paris à cause du mauvais temps, nous donnerons ici un précis de l'observation qui en a été faite à Upsal, & qui nous a été communiquée par l'Observateur même, M. André Celsius Professeur en Astronomie, Secrétaire de la Société Royale de Suède, Correspondant de l'Académie Royale des Sciences, Pensionnaire du Roi, & ci-devant Adjoint aux Académiciens envoyés en Laponie pour les observations de la Figure de la Terre.

A 11h 27′ 15″ la pénombre de la Terre commençoit à paroître sur le bord de la Lune à travers quelques nuages.

A 11h 29′ 39″, commencement de l'Eclipse, mais douteux à cause des nuages qui augmentèrent à tel point que le disque de la Lune en fut entièrement caché jusqu'à minuit 35′ 57″, où elle parut éclipsée de 6 doigts 29 minutes.

A 1h 1′ 55″ après minuit la tache de Grimaldi commence à sortir de l'ombre.

A 1h 31′ 28″ Mer des humeurs hors de l'ombre.

A 1h 50′ 46″ Tycho dégagé de l'ombre.

A 2h 12′ 31″ on voyoit confusément le bord de la Lune à travers l'ombre; & 1′ 20″ après il est douteux si c'est l'ombre ou la pénombre qui le couvrent.

La grandeur de l'Eclipse a été jugée de 6 doigts 43 min. vers le Midi.

Dans toute cette Eclipse l'ombre de la Terre a paru bien terminée, & si épaisse qu'on n'apercevoit aucune tache à travers.

L'observation a été faite avec une Lunette de 8 pieds de longueur, & à laquelle on avoit appliqué le Micromètre de M. Graham.

V I.

Soleil vû Elliptique à une hauteur considérable sur l'Horizon.

Le 10 Décembre de cette année, environ un quart d'heure avant midi, le Ciel étoit chargé d'une espèce de brouillard à travers lequel on voyoit le Soleil rougeâtre & dépouillé de ses rayons, mais fort bien tranché. Ce Phénomène ayant attiré mon attention m'en fit bien-tôt apercevoir un autre beaucoup plus extraordinaire. Le disque du Soleil étoit sensiblement elliptique quoiqu'à la hauteur de 17 à 18 degrés; hauteur où les Réfractions astronomiques connues & régulières sont toûjours fort au dessous de ce qu'il faudroit qu'elles fussent pour produire une telle apparence. Le grand axe de l'Ellipse étoit parallèle à l'horizon, comme il l'est toûjours en pareille rencontre; mais je ne sçaurois dire positivement de combien il pouvoit surpasser le petit axe qui lui étoit perpendiculaire, ne me trouvant pas dans ce moment en lieu propre ni avec les instrumens nécessaires pour m'en assurer. J'eus recours à une estime grossière: j'imaginai cet Astre partagé en six tranches égales parallèles à l'horizon, 3 au dessus & 3 au dessous du centre, & il me sembla par ce moyen que l'excès du grand axe sur le petit pouvoit bien aller à la moitié d'une de ces tranches. J'observai ainsi pendant près d'un quart d'heure à diverses reprises, selon que le brouillard qui s'épaississoit de temps en temps me le permettoit; après quoi le Soleil me fut entièrement caché par ce même brouillard. Un semblable Phénomène rapporté en 1733*, fut regardé comme très-rare; mais celui-ci doit l'être bien davantage, car le Soleil n'étoit dans le premier qu'à environ 10 degrés au dessus de l'horizon, & dans ce dernier le Soleil qui approchoit du Méridien, doit avoir été de 7 à 8 degrés plus élevé. Nous ne répéterons pas les Réflexions physiques & astronomiques qui ont été faites sur ce sujet dans le Volume cité ci-dessus.

* V. l'Hist. p. 23.





GÉOGRAPHIE ET HYDROGRAPHIE.

CARTES GÉOGRAPHIQUES ET HYDROGRAPHIQUES.

L'ACADÉMIE est souvent obligée de porter son jugement sur des matières qui, sans sortir de la sphère des Sciences & des Arts qu'elle a pour objet, exigent cependant des connoissances de pratique peu communes dans une Compagnie de Sçavans. La Guerre & la Marine la mettent quelquefois dans ces cas. Aussi l'Académie a-t-elle eu grand soin de tout temps de se choisir des Sujets habiles dans ces professions, & qui joignant une longue pratique à la théorie, fussent en état de lever des difficultés pour la solution desquelles la théorie toute seule ne suffit pas. M. le Chevalier d'Albert Capitaine des Vaisseaux du Roi, outre ce qu'il peut nous communiquer de lumières sur la Navigation & la manœuvre des Vaisseaux, dispose d'un trésor dont il sçait parfaitement se servir, & dont l'Académie aussi bien que le public, peuvent tirer de très-grands avantages; je veux parler du Dépôt des Cartes, Plans & Journaux de la Marine, qui lui fut confié en 1734.

Il employa d'abord des Pilotes intelligens au dépouillement des matériaux immenses qui étoient entre ses mains, & ayant partagé son travail avec M. Bellin Ingénieur du Roi & Hydrographe de la Marine, Commis au Dépôt, il ne tarda pas à faire paroître les fruits de ce travail. Dès l'année 1737 M. le Chevalier d'Albert présenta à l'Académie une Carte réduite de la Mer Méditerranée, en trois feuilles,

avec une analyse & une comparaison de celles dont on s'étoit servi jusqu'alors.

En 1738 il donna une Carte particulière de l'Archipel, d'autant plus utile qu'elle est en grand Point, & que cette partie de la Méditerranée se trouvant trop petite dans la Carte générale, ne pouvoit représenter dans le détail qu'exige la Navigation, le nombre prodigieux d'Isles qui s'y rencontrent.

L'année 1738 n'étoit pas finie, qu'on vit sortir du Dépôt une autre Carte sous le nom d'Océan Occidental, comprenant les côtes d'Europe sur l'Océan depuis le 52.me degré de latitude septentrionale, celles d'Afrique jusqu'à l'Equateur, & celles de l'Amérique qui leur sont opposées.

En 1739 parut une suite de cette Carte que M. le Chevalier d'Albert nomma Océan Méridional, & qui renfermoit les côtes d'Afrique depuis le 6.me degré de latitude septentrionale jusqu'au Cap de Bonne-Espérance, & celles de l'Amérique depuis Caïenne jusqu'au détroit de le Maire & la Terre de Feu.

Il fit voir à l'Académie en 1740, un morceau plus considérable & peut-être moins connu que les précédens, quoiqu'en général il soit plus anciennement connu, une Carte réduite de l'Océan Oriental ou Mer des Indes, qui comprend les côtes d'Afrique depuis le Cap de Bonne-Espérance jusqu'à la Mer-rouge, avec les Isles de Madagascar, de Bourbon, de France, &c. & les côtes d'Asie depuis la Mer-rouge jusqu'à Canton dans la Chine; où l'on trouve les côtes intermédiaires des Péninsules en deçà & au delà du Gange, & toutes les Isles adjacentes. Il accompagna cette Carte d'un Mémoire sur sa construction, où il fait sentir l'extrême différence qu'il y a de toutes les positions qu'il a adoptées, avec celles que les Cartes Hollandoises & Angloises donnent des mêmes parties. Le résultat de cette comparaison est que la Carte dressée sur les Mémoires du Dépôt de la Marine, tient un milieu entre celles des Hollandois & des Anglois; & toutes ces différences sont constatées par des observations immédiates

immédiates auxquelles il ne paroît pas qu'on puisse rien opposer.

Par exemple, la Carte Hollandoise de Pieter Goos dont les Navigateurs font usage, met Canton au 134.me degré 30 minutes de longitude, à compter du Pic de Ténérif; ce qui revient à 116 degrés 20 minutes à l'Orient du Méridien de Paris; mais les observations astronomiques faites à Canton ou à Pékin dont on connoît la position longitudinale par rapport à Canton, déterminent celle-ci à 110 degrés 40 minutes; d'où il suit que la Carte de Pieter Goos erre en excès de longitude, de 5 degrés 40 minutes sur cette position. Si l'on prend les Cartes Angloises qui passent aujourd'hui pour les meilleures, quoiqu'elles ne soient point réduites, & que par conséquent on ne puisse y prendre de justes mesures pour naviger dans les traversées un peu longues, on trouvera après les réductions nécessaires, que ces Cartes placeroient Canton au 104.me degré de Paris, ce qui diffère en défaut de la vraie situation, de 6 degrés 40 minutes. On voit donc que les Hydrographes Anglois, pour éviter l'erreur des Cartes Hollandoises, sont tombés dans une erreur contraire & encore plus considérable.

Enfin dans cette année 1741 M. le Chevalier d'Albert nous a donné une Carte réduite des Mers comprises entre les côtes occidentales de l'Amérique, & les parties les plus orientales de l'Asie, Mers qu'on désigne communément par le nom général de Mer Pacifique ou du Sud. Cette Carte ne demandoit pas de moindres éclaircissemens que les précédentes, & n'étoit pas moins susceptible d'instructions importantes & curieuses sur toutes les parties qui la composent. Il l'a donc accompagnée de même d'un Mémoire qui mérite l'attention des Navigateurs & de tous ceux qui s'intéressent à la perfection de la Géographie & de l'Hydrographie.

Après avoir rendu compte dans ce Mémoire des raisons qui l'ont empêché de changer la graduation usitée des Cartes Marines réduites dans la supposition de la Terre sphérique, il passe à l'examen des connoissances qu'on a eues jusqu'ici

de la Mer du Sud. On sera surpris de voir combien les Cartes de cette Mer, publiées en différens temps & par les Navigateurs & les Géographes de différentes Nations, s'éloignent du vrai & sont peu d'accord entr'elles. Les Espagnols ont trop resserré la Mer du Sud, les Hollandois ont voulu l'étendre, mais ils l'ont encore renfermée dans des limites trop étroites, les Anglois l'ont trop étendue.

Herrera à qui nous devons l'Histoire du nouveau Monde dans la description Géographique qu'il en a donnée, & dans la Carte qui est à la tête de cette description, ne met que 125 degrés de Longitude entre Lima & Manille, au lieu de 162 degrés qu'il doit y avoir. Une erreur de 37 degrés paroît d'abord si peu possible, qu'on a cru qu'Herrera avoit sacrifié ses connoissances aux vûes politiques de sa Nation, qui étoient de faire tomber les Philippines & les Moluques dans la partie de la Terre dont le Pape Alexandre VI. avoit donné la concession au Roi de Castille par la Bulle de 1493, en conséquence de la fameuse ligne de Démarcation qui régloit les prétentions des Rois de Castille & de Portugal au sujet des nouvelles découvertes. Mais il nous semble qu'on a fait tort à la bonne foi de l'Historien Castillan, en faisant trop d'honneur au sçavoir géographique de son siècle. Il n'y a qu'à voir à quel point on étendoit en ce temps-là le continent de l'Asie au delà de ses véritables bornes, pour comprendre qu'on a pu & même dû, en conséquence, rétrécir excessivement les Mers de l'Amérique qui lui sont contigues, & où l'on avoit bien moins navigé que sur les Mers qui sont en deçà entre le double continent d'Amérique & ceux d'Afrique & d'Europe.

En voici un exemple frappant que nous emprunterons de M. de l'Isle. Avant ce fameux Géographe les Cartes ordinaires & sur-tout celles de Sanson, plaçoient la Terre d'Yéço au Nord de la Mer du Sud, & l'étendoient tellement vers l'Est qu'il restoit à peine de là jusqu'à la prétendue Isle de Californie, 5 à 6 degrés d'intervalle; cependant on ne peut douter après toutes les preuves qu'en a données M. de l'Isle *,

* V. les M. de 1720. p. 381.

que la Terre nommée d'Yéço ne soit au Nord du Japon à environ 90 degrés de la Californie, c'est-à-dire, 85 degrés ou 1700 lieues plus éloignée que ne la donnoient ces Cartes. J'avoue que les positions & les bornes de la plûpart des Terres & des Mers dont parle Herrera, pouvoient être moins incertaines de son temps que n'étoient les limites orientales de l'Asie; mais aussi ne s'y est-il trompé que de 37 degrés, & cette erreur ne pouvoit guère manquer de naître de la précédente.

En général on a toûjours attribué trop d'étendue aux parties connues de la Terre, & trop peu à celles qui ne l'étoient pas, & où l'imagination ne pouvoit se fixer sur rien de déterminé. La Géographie de Ptolomée en fournit mille exemples, & celle des siècles suivans jusqu'à la découverte des Satellites de Jupiter, & à l'heureuse application qu'on a faite de leurs Eclipses à la recherche des Longitudes Terrestres, n'a pas été plus parfaite à cet égard. On sçait aussi que lorsque Christophe Colomb aborda l'Isle Espagnole ou de Saint-Domingue, il se persuada que c'étoit la véritable *Cipango* ou *Zipangri* de Marc-Paul Vénitien, qui n'est autre chose que l'Isle du Japon ou *Nipon*. Car comme il comptoit avoir laissé cette Isle bien loin derrière lui à l'Orient, il crut l'avoir retrouvée en navigeant vers l'Occident, & avoir fait le tour de cette partie du Globe qui la séparoit en ce sens du lieu de son départ : méprise énorme dont cet illustre voyageur n'est peut-être jamais bien revenu, & fondée sans doute sur l'erreur des Géographes de son temps qui plaçoient le Japon infiniment plus loin vers l'Est qu'il ne devoit être. Une partie de ces préjugés qui subsistoient encore lorsque Herrera écrivoit son Histoire, & l'imperfection des Mappemondes qu'il avoit pu consulter, suffisoient, à mon avis, pour rendre cet Historien excusable d'avoir trop rétréci cette partie de la Terre aux dépens de laquelle on avoit trop élargi les autres, ou devoient du moins le mettre à couvert du reproche de prévarication dont quelques Auteurs l'ont chargé.

Pour revenir à la Carte de M. le Chevalier d'Albert, & à la comparaiſon qu'il en a faite avec celles des Eſpagnols, des Hollandois & des Anglois, nous remarquerons après lui que les ſeconds avoient encore fait la Mer du Sud trop étroite de 7 degrés, & que les derniers au contraire lui avoient donné trop d'étendue ; ce que M. le Chevalier d'Albert juſtifie encore par les poſitions réciproques de Manille & de Lima. Manille, ſelon les Cartes de Tornton, l'un des meilleurs Hydrographes d'Angleterre, eſt ſituée à 116 degrés 30 minutes à l'Orient du Méridien de Londres, ou 114 degrés 5 minutes du Méridien de Paris. La poſition de Lima ſur la Carte d'Amérique publiée en 1700 par M. Halley, revient à 78 degrés 40 minutes de Longitude occidentale du Méridien de Paris. Comparant donc ces deux poſitions, il en réſulte 167 degrés 20 minutes de différence en Longitude, entre Manille & Lima, ce qui fait une diſtance de 5 degrés 20 minutes de plus que celle que nous donne la Carte de M. le Chevalier d'Albert.

Tous les autres points de cette Carte & des précédentes, ont été ainſi placés par des obſervations immédiates, ou par le réſultat de pluſieurs obſervations indirectes. Cette eſpèce de critique, ce choix de poſitions entre toutes celles que donnent les divers Routiers ou Journaux des Navigateurs, ces combinaiſons, ces compenſations délicates de l'excès qu'on trouve d'un côté & du défaut qui ſe rencontre de l'autre, font tout ce qu'il y a de plus difficile en Géographie, & c'eſt malheureuſement ce qui eſt le plus fréquemment néceſſaire ; car malgré tous les ſecours que nous avons aujourd'hui pour nous procurer des déterminations aſtronomiques, ces déterminations ſont encore en trop petit nombre pour la deſcription exacte de la Terre. C'eſt à la ſuite des temps de les multiplier, ou à la ſagacité du Géographe d'en étendre la certitude ſur tout ce qui n'eſt que de pure induction, par un enchaînement de faits & de conſéquences, dont l'aſſemblage & l'accord parfaits ſont l'ouvrage de pluſieurs ſiècles.

CARTES DES COSTES MERIDIONALES DE TERRE-NEUVE, &c.

M. Buache avoit présenté à l'Académie en 1736, une Carte des Côtes méridionales de l'Isle de Terre-neuve, de l'Isle Royale, de la partie du Grand-banc où se fait la pêche de la Morue, & de toutes les Côtes, Isles & Mers comprises entre le 43.me & le 49.me degré de Latitude Nord, & environ les 49.me & 64.me degrés de Longitude occidentale de Paris. Cette Carte faisoit partie de celle qui avoit été donnée en Angleterre par M. Popple trois années auparavant; mais elle en étoit très-différente dans cette même partie, par un nombre prodigieux de corrections qui en changeoient entièrement les positions. Ce sont ces changemens que M. Buache nous redonne cette année, d'une manière aussi abrégée qu'instructive, en traçant sur la Carte de 1736 ou sur une autre fort semblable, le trait de toutes les positions correspondantes de la Carte de M. Popple, qu'il a distinguées par la gravûre, &, ce qui est peut-être nouveau en Géographie, par la couleur imprimée avec la Carte même. On voit donc ici d'un coup d'œil ce qu'un long discours expliqueroit à peine. M. Popple a fait tous ces pays beaucoup plus occidentaux que ne les avoient supposés les autres Cartes données avant lui, sur-tout les Cartes Hollandoises, & plus qu'ils ne doivent l'être en effet. Par exemple, il a placé le Cap de Raz environ 8 degrés 20 minutes ou 120 lieues plus Ouest qu'il ne l'est dans les premières, & 4 degrés 10 minutes seulement ou 60 lieues plus loin que ne l'a fixé M. Buache d'après l'examen qu'il en a fait. Une telle variété sur la situation d'un point si important dans la navigation de cette partie de l'Amérique, doit engager les Navigateurs à le déterminer avec soin, & montre en même temps la nécessité

d'en vérifier la position par de bonnes obſervations aſtronomiques. On en peut dire autant du Cap Breton dans l'Iſle Royale, & de quelques autres points de l'entrée du Golfe de Saint-Laurent. La poſition de l'Iſle de Sable, plus célèbre par les naufrages qui s'y ſont faits que remarquable par ſa grandeur, ne diffère de celle de M. Popple que d'environ 1 degré 20 minutes. Ainſi l'on voit que ce tranſport général de Terres & de Mers vers l'Occident au delà de leur véritable ſituation, par rapport aux Côtes d'Europe, varie encore ici infiniment dans ſes parties, & ne devenoit par-là que plus difficile à rectifier.





MECHANIQUE.

SUR UN PROBLEME DE DYNAMIQUE.

LE nom de *Dynamique* qui est depuis peu en usage parmi les Géomètres François, & dont M. Leibnitz s'est servi le premier, signifie cette méchanique spéculative & sublime qui traite des forces motrices & actives des Corps. Selon M. Leibnitz le méchanisme de l'Univers & celui des ouvrages de l'Art ne diffèrent pas dans leurs principes. La Pesanteur, disoit-il, & l'Elasticité qui sont les deux grands moyens qu'emploie la Nature dans la production de ses divers phénomènes, peuvent être expliquées méchaniquement comme nos machines ordinaires, & le doivent être par le mouvement de la matière Ethérée; mais, ajoûtoit ce Philosophe, le mouvement primitif des Corps, cette force qui leur a été imprimée par le Créateur, & qui agit constamment en eux, s'y trouve différemment limitée & modifiée par les circonstances de leurs chocs réciproques. L'art de démêler, d'évaluer toutes ces différences & d'en assigner les effets, il le nomma *Dynamique*. Les Méchaniques, la Statique, & ce qu'on appelle communément la Science des Forces mouvantes, n'en diffèrent qu'en ce que les forces ou les puissances y sont quelquefois considérées en simple pouvoir d'agir, ou même comme passives; au lieu que le véritable objet de la Dynamique est, comme nous l'avons dit, la théorie des Forces actuellement agissantes. A mesure que les Sciences s'étendent & qu'on vient à les envisager sous de nouveaux aspects, il est utile qu'on leur impose de nouveaux noms pour en mieux caractériser les parties. C'est ensuite aux Ecrivains sages & intelligens d'en user avec sobriété. V. les M. p. 280.

Soit un anneau verticalement attaché à la surface d'une

table horizontale, par un point ſur lequel il puiſſe tourner comme centre. Soit cet anneau enfilé par une baguette ou verge inflexible, qui y gliſſe librement ſelon ſa longueur, & qui ſoit chargée à ſes extrémités ou à tels autres points quelconques de chacun de ſes bras, de part & d'autre de ce centre, d'un ou de pluſieurs corps de maſſe connue, à l'infini. Si l'on imagine que cette baguette vienne à être frappée ou miſe en mouvement de quelque manière que ce ſoit autour de l'anneau dans lequel elle peut gliſſer ou tourner, ou gliſſer & tourner tout enſemble, il eſt évident que chacune de ſes extrémités, chacun de ſes points, & par conſéquent chacun des Corps dont elle eſt chargée, décrira ou des lignes droites, ou des cercles, ou des courbes d'une autre eſpèce; ſçavoir, des lignes droites qui ſe confondront avec ſon axe, ſi la direction du mouvement qui lui a été imprimé eſt ſelon ſa longueur; des cercles, ſi l'impulſion lui étant perpendiculaire ou oblique, le mouvement communiqué aux Corps qu'elle porte ne produit en elle que la ſimple rotation ſans la faire gliſſer dans l'anneau; car en ce cas, qui eſt celui où les forces centrifuges ſe balancent de part & d'autre, les rayons vecteurs ou les parties des bras de la baguette chargées de ces Corps demeureront conſtamment à même diſtance du centre du mouvement. Enfin tous les points de la baguette décriront des courbes différentes du cercle ſi elle gliſſe & tourne en même temps, ſelon toutes les combinaiſons que peut recevoir ce mouvement composé. Il s'agit de déterminer les vîteſſes qu'auront tous ces Corps mis ainſi en mouvement, & les lignes droites ou courbes qu'ils décriront autour du centre immobile de la rotation.

On ſent aſſez de quelle difficulté eſt ce Problème. M. de Montigny l'a réſolu par le calcul différentiel & intégral, le ſeul vrai-ſemblablement qui puiſſe atteindre à de pareilles queſtions, où les courbes mêmes qui en réſultent ne ſont guère exprimables que par des équations différentielles. Il s'eſt ſervi auſſi du *Principe de la conſervation des Forces vives;* Principe plus ancien que ces Forces, & que M. Huguens a mis

mis le premier en œuvre dans son Traité des Pendules appliqués aux Horloges, mais qui a été depuis désigné sous ce nom par de fameux Géomètres, qui ont suivi la doctrine des Forces vives de M. Leibnitz, à laquelle il leur a paru favorable. Il ne signifie autre chose, sinon que dans tous les cas où plusieurs Corps agissent les uns sur les autres, soit par le choc, étant supposés à ressort parfait, soit par des fils ou par des verges inflexibles qui les tiennent attachés, & qui les tirent ou les entraînent, la somme des produits de leurs masses par les quarrés de leurs vîtesses, sera toûjours une quantité constante. Aussi ce même principe a-t-il été souvent employé par d'autres Géomètres fameux qui rejetent formellement les Forces vives, ou qui n'ont point voulu entrer dans la discussion de cette célèbre dispute, dont il peut être aisément séparé.

Du reste il seroit inutile d'avertir que dans l'énoncé du Problème de M. de Montigny on doit concevoir l'anneau autour duquel se font tous les mouvemens, comme un point, la baguette comme une ligne sans largeur, les masses qui y sont fixement attachées, comme autant de petits corps dont tout le volume seroit réuni au point de cette ligne où ils sont attachés, & que dans toute cette recherche on fait abstraction des frottemens. Ce sont les conditions ordinaires de ces sortes de Problèmes qu'il faut toûjours commencer de résoudre sous ce point de vûe simple & purement mathématique, pour en venir ensuite, lorsque le cas le requiert, à l'examen des circonstances physiques qui les accompagnent.

SUR LES INSTRUMENS QUI ASSORTISSENT LA MACHINE PNEUMATIQUE.

LES inventeurs dans les Sciences ou dans les moyens de les acquérir & de les perfectionner, jouissent à peu-près des mêmes honneurs. Le fameux Boyle n'est pas plus V. les M. p. 338.

connu par ses excellentes recherches de Physique, de Chymie & d'Histoire Naturelle, que par la Machine du Vuide ou Pneumatique qu'il a inventée ou seulement perfectionnée, & à laquelle plusieurs Sçavans ont donné le nom de *Machine Boyliéne*. En effet, combien de connoissances utiles & curieuses cette merveilleuse Machine ne nous a-t-elle pas procurées ? M. l'Abbé Nollet obligé par profession à faire un grand nombre d'expériences, & desirant donner aux instrumens qui servent à produire cette extrême raréfaction de l'air qu'on qualifie de Vuide, toute la perfection dont ils sont susceptibles, a remonté jusqu'à l'origine de la Machine Pneumatique, en a parcouru toutes les formes & examiné ce qu'il y a d'avantageux dans les unes & de défectueux dans les autres. Il rendit compte à l'Académie de cet examen l'année dernière * dans deux Mémoires, dont le premier traite en général des Instrumens propres aux expériences de l'air; le second regarde particulièrement la construction d'une nouvelle Machine Pneumatique de raréfaction à deux corps de Pompe, & celui-ci roule sur les Instrumens dont il convient d'assortir la Machine Pneumatique, pour en rendre l'usage plus sûr & plus commode. Mais ces détails d'une méchanique industrieuse doivent être lûs dans le Mémoire même. On y trouvera de nouveaux moyens pour opérer avec exactitude & avec facilité dans les expériences du Vuide qu'on connoissoit déja, & de nouvelles vûes sur quelques autres non moins importantes, qui n'ont pas encore été exécutées. Telle est celle qui a pour objet la nature & la quantité des matières hétérogènes dont l'air de notre Atmosphère est chargé. Il seroit difficile à la Physique expérimentale de s'exercer sur quelque chose de plus intéressant pour nous que l'Elément dans lequel nous vivons & que nous respirons sans cesse. M. l'Abbé Nollet ne se flatte pas qu'on puisse si-tôt en avoir une connoissance parfaite; mais les procédés qu'il indique pour cela doivent porter à l'essayer, & nous autorisent à ne pas désespérer du succès.

* V. les M. de 1740. pp. 385. & 567.

SUR LA CONSTRUCTION D'UN PENDULE

Qui ne puisse s'alonger par la chaleur, ni se raccourcir par le froid.

DEPUIS l'ingénieuse application du Pendule aux Horloges, dûe à M. Huguens, la Méchanique sembloit n'avoir plus rien à faire pour donner à ces Machines toute la perfection dont elles sont susceptibles. En effet, à ne considérer que ce qu'elles tiennent du pur méchanisme, & abstraction faite des altérations que les causes physiques & accidentelles peuvent y apporter, on ne voit pas qu'il leur manquât rien pour nous procurer une exacte mesure du temps. Peut-être même n'osa-t-on d'abord y desirer rien au delà. Mais comme les besoins & les desirs croissent à mesure qu'ils sont satisfaits, on n'a pas joui long-temps de ces admirables Horloges, déja plus régulières dans leur marche que le Soleil même, sans leur demander quelque chose de plus. On a voulu que par un principe interne & méchanique elles fussent en état de prévenir tous les dérangemens que la chaleur ou le froid peuvent causer à leur mouvement : car on sçait que la chaleur raréfie & dilate les métaux, que le froid au contraire les condense & en accourcit toutes les dimensions, & que les vibrations du Pendule sont par rapport à leurs durées en raison inverse des quarrés de ses longueurs. D'où il suit que par cette seule circonstance physique l'Horloge ou la Pendule doit avancer en Hiver & retarder en Eté ; ce qui peut aller à plus d'un quart de minute de différence par jour entre ces deux saisons de l'année, dans un climat tel que le nôtre, & ainsi à proportion dans les saisons moyennes.

V. les M. p. 363.

M. Graham fameux Horloger de Londres, Membre de la Société Royale, est le premier qui ait tenté avec quelque succès de remédier à cette cause d'irrégularité dans les

Horloges. Son idée qui eſt très-ingénieuſe & qu'on peut voir dans les Tranſactions Philoſophiques, année 1726, n.° 392, doit être regardée comme la ſource de toutes celles qu'on a eues depuis ſur ce ſujet, quoique très-différentes; car il ſuffit ſouvent de ſçavoir qu'il y a un moyen d'arriver au but, pour en imaginer bien tôt de plus ſûrs & de plus commodes.

Une expérience que le célèbre M. Muſſchenbroek a miſe dans tout ſon jour, ſçavoir, que le cuivre & ſur-tout le laiton ou cuivre jaune, ſe dilate beaucoup plus par la chaleur que le fer, a fourni la manière, juſqu'ici la plus exacte & la plus facile, de procurer aux Horlogers cette rectification qu'on leur demande. M. Julien le Roy, l'un des plus habiles Horlogers de Paris, a déja conſtruit ſur ce principe des Horloges très-juſtes dont il préſenta le modèle à l'Académie en 1738. Il applique au deſſus de la boîte qui en contient le rouage, un tuyau de laiton au haut duquel eſt fixement attachée une verge de fer où il ſuſpend celle du Pendule, & qui, en vertu de la différente dilatation des deux métaux, ſert à ſoûlever & à raccourcir celle-ci lorſqu'elle eſt alongée par la chaleur, ou à l'abaiſſer & l'alonger lorſqu'elle eſt raccourcie par le froid. Sur le fronton de la boîte eſt un Cadran dont les diviſions relatives aux impreſſions du froid & de la chaleur de l'air ſur l'Horloge, ſont parcourues par une aiguille qui en indique les changemens. L'Artiſte ſemble avoir voulu nous mettre ſous les yeux & la cauſe & les effets qu'il avoit en vûe dans ſon travail; ce qui peut être utile, tant pour régler la machine, que pour s'en ſervir avec plus de connoiſſance. Mais voici la même invention projettée ſur un autre plan.

Comme ce tuyau de cuivre qui s'élève perpendiculairement au deſſus de la Pendule, doit avoir plus de 4 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur, & pourroit cauſer quelqu'embarras ou quelque difformité dans les lieux où l'on ſouhaiteroit la placer, M. Caſſini a imaginé une autre conſtruction, qui eſt tout-à-fait exempte de cet inconvénient. C'eſt à la verge même du Pendule qu'il applique les deux métaux, par une ou deux

contre-verges de cuivre, dont les dilatations & les condensations agissent en sens contraire à celles de la verge de fer du Pendule, & y produisent le jeu que nous venons de décrire dans la Pendule de M. le Roy. Ainsi la caisse ordinaire qui soûtient la boîte de l'Horloge, & qui en cache les poids & les cordes, cachera également la verge du Pendule & toute cette méchanique, qui ne devient par-là que plus conforme à l'ouvrage de la Nature qu'elle est destinée à combattre.

La construction que propose M. Cassini ne touchant qu'à la verge du Pendule sans rien changer à sa suspension ni aux autres pièces de l'Horloge, a encore cet avantage, qu'on peut l'appliquer aisément & à peu de frais, aux Pendules toutes faites que l'on avoit auparavant.

NOus renvoyons entièrement aux Mémoires

L'Extrait des Observations & Opérations qui ont été faites dans le Bas-Languedoc pendant les mois de Mai & de Juin de l'année 1740, par M. Pitot Directeur du Canal Royal de cette Province. V. les M. p. 265.

Les Expériences de M. de Buffon sur la force du Bois, qui font suite d'un Mémoire qu'il donna l'année dernière sur le même sujet. p. 292.

DIVERS MEMOIRES ET OBSERVATIONS DE MECHANIQUE.

I.

Sur les Forces Motrices des Corps.

NOTRE siècle, ainsi que les beaux siècles de Rome & de la Grèce, peut compter des Philosophes parmi ses plus grands Poëtes. M. de Voltaire a présenté cette année à l'Académie un Mémoire intitulé *Doutes sur la mesure des*

Forces motrices & sur leur nature, où il paroît être fort au fait de la fameuse question *des Forces vives*, ce qui n'est pas commun, & avoir médité avec succès sur la nature du Mouvement, ce qui est encore plus rare. Ces deux points de vûe, l'un plus particulier, l'autre plus général, font l'objet & la division de son Mémoire.

La première partie contient une exposition abrégée des principales raisons qui ont été données, & qui prennent ici une nouvelle forme, pour prouver que les forces actuelles des Corps en mouvement sont comme leurs quantités mêmes de mouvement, c'est-à-dire, en raison de leurs simples vîtesses multipliées par leurs masses. C'est ce qu'on appelle l'*Opinion commune* ou *Cartésiéne*, & c'est aussi celle que M. de Voltaire a adoptée en opposition à celle des *Forces vives* de M. Leibnitz, qui fait la force des Corps comme leurs masses multipliées par les quarrés de leurs vîtesses. Sur quoi l'on peut voir l'Histoire de 1728 *.

* p. 73.

Une pression quelconque en un temps, ce sont les paroles de M. de Voltaire, peut-elle donner autre chose qu'une vîtesse, & ce qu'on appelle une Force? Si une pression en un temps ne peut donner qu'une force, deux pressions dans le même temps ne donneront-elles pas simplement deux vîtesses & deux forces? Donc en deux temps une pression produit ce que deux pressions égales font en un temps, elle donne deux de vîtesse & deux de force; car 2 multiplié par 1, est la même chose que 1 multiplié par 2. Donc si de deux Corps égaux le premier fait le double d'effets de l'autre, c'est qu'il a double vîtesse, & s'il fait le quadruple d'effets avec deux de vîtesse, c'est qu'il agit en deux temps. Donc si l'on veut que la Force soit le produit du quarré de la vîtesse par la masse, il faudra qu'un Corps avec double vîtesse opère dans le même temps une action quadruple de celle d'un Corps égal qui n'auroit qu'une vîtesse simple: ce qui est contradictoire, même selon la doctrine des Forces vives. Donc tous les cas où cette contradiction d'une vîtesse double qui agit comme 4 paroît se trouver, doivent être

décomposés & ramenés à la simplicité de cette loi inviolable, par laquelle 2 de vîtesse ne donne qu'un effet double de 1 de vîtesse, &c.

C'est en procédant ainsi par les idées les plus simples que M. de Voltaire passe aux cas plus composés & qui exigent plus de calcul. Le temps si inséparable de l'action des Forces, & que les partisans des Forces vives voudroient bien en séparer, fait la base de tous ses raisonnemens. C'est en vain qu'on ne feroit mention que de la vîtesse, le temps y rentreroit nécessairement avec elle, puisque, selon la notion la plus simple qu'on puisse donner de la vîtesse, ce n'est autre chose que l'espace divisé par le temps : c'est-là son essence réduite à ses moindres termes, c'est la Formule des Géomètres.

S'il y a un cas où la Force paroisse être comme le quarré de la vîtesse, c'est sans doute dans le choc des fluides, qui agissent en effet en raison doublée de leur vîtesse. Mais s'il est démontré, poursuit M. de Voltaire, que les fluides n'agissent ainsi que parce qu'en un temps donné chaque particule n'agit qu'avec sa masse multipliée par sa simple vîtesse, restera-t-il quelque doute sur l'évaluation des Forces motrices? Or il ne faut qu'un peu d'attention pour s'apercevoir de cette vérité. Les parties d'un fluide en mouvement contre un plan se succèdent sans cesse, il agit donc & en raison de leur vîtesse & en raison du temps; les vîtesses sont comme les temps : donc il doit agir en raison doublée ou des vîtesses ou des temps, de cela seul que chacune de ses parties agit à chaque temps donné, en raison de sa masse multipliée par sa simple vîtesse.

M. de Voltaire insiste encore beaucoup sur les pertes ou les extinctions successives de la Force dans les mouvemens retardés, où elles sont incontestablement proportionnelles aux simples vîtesses, & dont il est évident que la somme ne peut être aussi que proportionnelle à la Force primitive même & totale, qui s'est enfin consumée par ces pertes contre les obstacles continuels qu'elle avoit à surmonter.

La ſeconde partie du Mémoire conſiſte en des réflexions qui ſous le nom modeſte de doutes ſur la nature de la force & du mouvement, ne laiſſeroient pas de fournir encore de très-fortes preuves contre l'opinion que l'Auteur combat. Ce ſont de ces obſervations lumineuſes tirées du fond du ſujet, & auxquelles toute démonſtration bien ordonnée doit ſe rapporter, principalement lorſqu'il s'agit de queſtions Phyſico-mathématiques.

Une méthode fort ordinaire aux Géomètres qui ont à réſoudre un Problème, c'eſt de le conſidérer comme déja réſolu, &, par l'inſpection des lignes, des quantités ou des rapports qui le conſtituent, d'en trouver réellement la ſolution. La Force motrice des Corps conſidérée ici en raiſon des ſimples vîteſſes multipliées par les maſſes, fournit de même à M. de Voltaire de quoi définir ce qu'elle eſt mathématiquement parlant, c'eſt-à-dire, en tant que capable de plus & de moins; car c'eſt ſur ſa quantité & non ſur ſa nature métaphyſique, que roule la queſtion des Forces vives. Cependant les réflexions générales & métaphyſiques de M. de Voltaire s'appliquent quelquefois fort heureuſement à la théorie particulière.

S'il eſt bien prouvé, dit-il, que ce qu'on appelle Force motrice eſt le produit de la ſimple vîteſſe par la maſſe, ne ſera-t-il pas moins mal-aiſé de parvenir à connoître ce que c'eſt que cette Force? D'abord ſi elle eſt la même dans un Corps qui n'eſt pas en mouvement, comme dans le bras d'une balance qui eſt en équilibre, & dans un Corps qui eſt en mouvement, n'eſt-il pas clair qu'elle eſt toûjours de même nature, & qu'il n'y a point deux eſpèces de Force, l'une *morte* & l'autre *vive,* dont l'une diffère infiniment de l'autre? à moins qu'on ne diſe auſſi qu'un liquide eſt infiniment plus liquide quand il coule, que quand il ne coule pas.

Il avoit remarqué que l'ancienne manière d'évaluer les Forces, l'hypothèſe Cartéſiéne ou Newtoniéne, car Newton, Deſcartes & toute l'Angleterre s'accordent ici parfaitement, rend une raiſon pleine & entière de tous les cas auxquels

la Force

la Force semble être le quarré du produit de la vîtesse par la masse, tandis que la nouvelle manière ne peut en aucun sens rendre raison des effets proportionnels à la simple vîtesse.

Nous n'entrerons dans aucun détail sur les questions purement métaphysiques qui font le principal sujet de cette seconde partie du Mémoire; leur liaison avec la question dont il s'agit dépend presque toûjours de la connexion qu'elles ont dans leur totalité, & avec des systèmes de Philosophie dont l'explication nous meneroit trop loin. On en jugera par le simple énoncé de celles-ci; par exemple, si la masse & le mouvement suffisent pour opérer la Force motrice des Corps? S'il n'y faut pas ajoûter l'*inertie* de la matière? Si le principe de cette Force n'est pas dans la *gravitation*, soit que la gravitation ait elle-même une cause physique, soit qu'elle n'en ait point? Si la quantité de Force & de mouvement augmente ou diminue dans l'Univers, ou si elle est toûjours la même? Si la permanence des Forces ne seroit pas une beauté de plus dans la Nature? &c. A l'égard de cette dernière question M. de Voltaire ne pense pas que les Philosophes soient plus fondés à dire que la permanence de la quantité de Forces est une beauté nécessaire dans la Nature, que s'ils disoient que la même quantité d'espèces, d'individus, de figures, &c. est une beauté nécessaire.

II.

Sur le jet des Bombes.

M. l'Abbé Deidier aujourd'hui Professeur Royal de Mathématique à l'Ecole d'Artillerie de la Fère, & connu par de sçavans ouvrages de Mathématique qu'il a donnés au public, a présenté à l'Académie une *nouvelle Méthode pour trouver quelle force on doit donner à une Bombe ou à un Boulet, & sous quel angle d'élévation ou d'abaissement on doit tirer pour atteindre un But situé au dessus ou au dessous de la Batterie.* Cette Méthode qui consiste à faire passer par deux points donnés

une Parabole dont l'axe ſoit vertical, réduit tout d'un coup les cas où le but eſt ſitué au deſſus ou au deſſous de la Batterie à ceux où il eſt dans le niveau; après quoi M. l'Abbé Deidier ſe ſert des Règles de M. Blondel pour les cas du niveau.

M. Blondel peu content de tout ce qui avoit été publié ou qu'il avoit publié lui-même ſur ce ſujet dans ſon Traité du Jet des Bombes, propoſa autrefois le Problème à l'Académie. M.rs Buot, Roëmer & de la Hire en donnèrent de fort belles ſolutions ſynthétiques; mais comme ces ſolutions demandoient pluſieurs analogies & la connoiſſance de pluſieurs angles ou ſinus, & qu'elles étoient par-là trop embarraſſantes pour la pratique, M. Guinée, le P. Reynaud & quelques autres Géomètres de la Compagnie venus longtemps après, réduiſirent ce Problème à des Formules par leſquelles la difficulté & le travail ſont beaucoup diminués. On peut voir auſſi la ſolution très-conciſe que M. de Maupertuis en a donnée dans ce genre *, & qui renferme cependant tout ce qu'on peut deſirer ſur cette matière. Mais M. l'Abbé Deidier voulant encore épargner aux Canonniers ou aux Bombardiers & à ceux qui les conduiſent, le ſoin d'évaluer ces Formules, ou d'en avoir toûjours des Tables avec eux, a réduit toutes leurs opérations à prendre le tiers d'une ou de deux grandeurs connues, moyennant quoi tous les cas du jet des Bombes ou du tir du Canon ſe trouvent ramenés à la pratique de M. Blondel pour le ſeul cas où le but eſt au niveau de la Batterie. Et comme il n'y a point de Bombardier qui ne puiſſe prendre le tiers d'une quantité donnée, & à qui les pratiques de M. Blondel ne ſoient connues, la Méthode de M. l'Abbé Deidier ne peut que leur être utile, & devient d'un uſage infiniment commode par ſon extrême ſimplicité.

* V. les M. de 1731. p. 297.

III.

Sur le roidiſſement & le relâchement alternatifs des Cordes qui tirent un Fardeau.

Parmi des éclairciſſemens que M. Fénel Chanoine de Sens nous a envoyés ſur ſa pièce n.° 27, qui a pour deviſe, *Quando non poteſt fieri id quod vis, id velis quod fieri poſſit,* & qui a eu l'*Acceſſit* pour le prix que l'Académie a diſtribué cette année ſur le Cabeſtan, il ſe trouve une obſervation curieuſe ſur le relâchement & le roidiſſement alternatifs des cordes qui traînent un fardeau. Comme cette obſervation peut être utile tant pour ceux qui voudront travailler à l'avenir ſur le Cabeſtan, qu'en général pour ceux qui s'appliquent aux Forces mouvantes, l'Académie a jugé à propos qu'il en fût donné un extrait dans ſon Hiſtoire.

M. Fénel ayant fait faire un grand Cabeſtan ſur lequel il employoit des cordes de 5 pouces de pourtour, ou d'environ 19 lignes de diamètre, & qui étoient très-longues, on attacha à l'extrémité de ces cordes un grand Traîneau chargé de pièces de fer & de pluſieurs groſſes pierres. Le Cabeſtan viré par quatre hommes, amena le Traîneau avec une ſi grande facilité, que les hommes couroient en tournant plûtôt qu'ils ne marchoient. Et comme M. Fénel vouloit éprouver toute la force de ſa Machine, il engagea ſix ou ſept perſonnes qui étoient avec lui, à monter ſur le Traîneau par deſſus tous les poids dont il étoit déja chargé. Ces perſonnes s'aperçurent que le Traîneau n'avançoit que par accès ou par ſacades, & non d'un mouvement continu. Il monta alors lui-même ſur le derrière du Traîneau, & prenant une perche qu'il fichoit en terre à chaque fois que le Traîneau s'arrêtoit, il remarqua, 1.° Qu'en effet le Traîneau n'avançoit pas d'un mouvement continu, mais par accès & par ſecouſſes, quoique le Cabeſtan tournât ſans ceſſe & extrêmement vîte; & afin qu'on ne croie pas que l'inégalité du terrein étoit l'unique cauſe de cet effet, il avertit que cela ſe paſſoit ſur

une Pelouſe verte, dans une grande allée de jardin très-unie.

2.° Que les ſacades qu'on éprouvoit ſur le Traîneau devenoient d'autant plus courtes que la corde diminuoit davantage de longueur.

3.° Que pendant les plus grandes longueurs de la corde, le Traîneau parcouroit ſept à huit pouces à chaque accès, après quoi il s'arrêtoit ſenſiblement, & que cet eſpace diminuoit par degrés juſqu'à n'être que d'un pouce, & encore moins lorſque le Traîneau approchoit du Cabeſtan.

4.° Que les intervalles de temps qui ſe trouvoient entre les accès du Traîneau, étoient d'autant plus longs, que les eſpaces parcourus pendant les accès étoient plus grands, & qu'enſuite ces intervalles diminuoient de manière qu'à la fin, & le fardeau étant tout proche du Cabeſtan, les accès ou les eſpaces parcourus ſe confondoient preſqu'entièrement, & donnoient à ceux qui étoient ſur le Traîneau, la ſenſation d'un mouvement preſqu'uniforme & continu.

Comme M. Fénel trouva cette Obſervation nouvelle & remarquable, il fit réitérer l'épreuve deux ou trois fois, & elle eut toûjours le même ſuccès.

Mais ce ne fut pas tout, ayant eu la curioſité d'examiner ce qui ſe paſſoit dans la corde pendant la marche du Traîneau, durant ſes accès & ſes repos alternatifs, il trouva qu'elle étoit dans un trémouſſement continuel, plus ſenſible vers ſon milieu que par-tout ailleurs, & qui ſe faiſoit horizontalement, verticalement & preſqu'en tous ſens avec beaucoup de variété. Il ne falloit qu'y appliquer la main pour s'en convaincre: mais on y remarquoit ſur-tout un balancement de haut en bas, & de bas en haut, c'eſt-à-dire, de véritables vibrations verticales qui ſurpaſſoient de beaucoup tous les autres, & avec leſquelles on ne laiſſoit pas cependant de diſcerner tous ſes petits tremblemens.

Ce qui étoit encore remarquable, c'eſt que le Traîneau n'avançoit que dans le temps préciſément que la corde baiſſoit, ou que ſa vibration verticale s'approchoit de la Terre, & jamais quand elle hauſſoit. M. Fénel réitéra cette expérience

plusieurs fois en présence d'une personne très-intelligente, & la fit remarquer à tous ceux qui lui aidoient à faire l'épreuve de son Cabestan.

Il ne put mesurer exactement la durée des vibrations, ni la distance des accès par lesquels le Traîneau avançoit, ne s'étant point préparé pour cela en se transportant sur les lieux, & n'ayant pu recommencer depuis les mêmes expériences.

Quoique l'explication du fait ne soit pas à beaucoup près aussi importante à sçavoir que le fait même, nous ne laisserons pas de rapporter là-dessus ce que nous croyons de plus vrai-semblable.

1.° Le plan le plus uni en apparence n'est, physiquement parlant, qu'un tissu de rugosités sur lesquelles un Corps pesant quelconque ne peut glisser sans y éprouver un frottement qui exige une certaine force pour être surmonté. 2.° Nul Corps ne peut être mis en mouvement avec toute la vîtesse de celui qui le pousse ou qui le tire, que par un effort proportionné à sa masse ou à son poids. D'où il suit, dans le cas posé, que la corde souffrira une tension & une extension considérables, avant qu'elle puisse tirer du repos & mettre en branle le fardeau qu'elle doit traîner; car ce fardeau est comme engrainé par les inégalités de sa partie inférieure avec les inégalités & les petits monticules du terrein, & il ne sçauroit s'en dégager sans les briser ou sans être soûlevé en partie avant que de glisser par dessus. Il commencera donc à se mouvoir & à marcher vers le Cabestan où il est tiré & qui est fixe, par une espèce de saut & de saccade, dès que l'équilibre sera rompu, c'est-à-dire, dès que la force du roidissement de la corde viendra à surpasser la résistance de tous ces obstacles, du poids & des frottemens. Or il est clair que cette espèce de saut ne peut se faire sans une accélération sensible du mouvement du fardeau vers le Cabestan, & d'autant plus sensible que la résistance aura été plus longue & plus forte. Il n'est pas moins évident que de cette accélération du fardeau vers le Cabestan doit naître un relâchement subit dans la corde, & de ce relâchement un prompt abaissement

de toute cette partie de la corde par son milieu, ou, comme on l'appelle, par son *ventre*. Et voilà sa sacade ou sa vibration de haut en bas, dont la vîtesse multipliée par son poids doit favoriser le mouvement, &, pour ainsi dire, la chûte du fardeau vers le Cabestan. La sacade ou vibration de la corde de haut en bas sera naturellement suivie d'une vibration de bas en haut, à la manière des cordes qu'on a pincées sur un instrument de musique, & celle-ci, comme l'a fort bien remarqué M. Fénel, doit être d'autant moins forte pour tirer le fardeau, qu'au lieu d'agir en conséquence du poids de la corde, comme la précédente, elle est même retardée par ce poids qu'elle a à vaincre. C'est aussi dans l'intervalle de ces deux vibrations contraires & pendant la dernière qu'il y aura un repos ou un retardement dans le fardeau, & d'autant plus long que l'accélération avoit été plus grande. Mais le virage du Cabestan allant toûjours, & la corde venant à recevoir une nouvelle tension & une nouvelle extension, il s'ensuivra un accès semblable à celui que nous venons de décrire, & par les mêmes causes, & ainsi de suite. Les effets en seront seulement plus subits ou de moindre durée, parce que la longueur de cette partie de la corde comprise entre le fardeau & le Cabestan diminue toûjours en approchant de ce point fixe, & que, comme on sçait, les vibrations sont proportionnées en durée à la longueur des cordes qui en sont le sujet.

J'ai souvent observé de semblables vibrations dans la corde d'un bac, lorsque par sa longueur & par son poids, ou que n'étant pas assez tendue, elle s'enfonce dans le milieu d'une rivière. Car quoique le mouvement d'un fluide tel que l'eau, semble devoir être uniforme au même endroit de son cours, il y a toûjours cependant mille causes d'irrégularité qui font que la corde qu'il pousse & qu'il tend, ne sçauroit demeurer précisément dans le même état de tension & d'équilibre. Ainsi les bouts de cette corde qui sont hors de l'eau depuis la surface de la rivière jusqu'aux poteaux où ils sont attachés sur ses rives, doivent être &

ſont en effet dans un branle & un mouvement perpétuel de vibration qu'il eſt très-aiſé de remarquer. Je ne ſçais pas même ſi un peſant fardeau ſuſpendu en l'air pendant qu'on le ſoûlève par des poulies ou des mouffles, ne laiſſeroit pas apercevoir quelque choſe de ſemblable, quoique moins ſenſible, dans la corde qui le ſoûtient.

Quant aux vibrations partiales ou aux frémiſſemens qui ſe font ſentir dans la corde lorſqu'on y applique la main, elles ſont un effet néceſſaire de ſon élaſticité & du tremblement général & en tous ſens que les vibrations totales occaſionnent dans ſes parties inſenſibles, ainſi qu'il arrive aux cordes Sonores des inſtrumens de Muſique, où l'on croit même que ce frémiſſement eſt la principale cauſe du ſon.

I V.

Sur les différentes Matières dont on peut fabriquer du Papier.

Quoique le Mémoire dont nous allons rendre compte tienne à pluſieurs connoiſſances d'Hiſtoire Naturelle, & ſurtout de Botanique, nous le rangerons cependant ſous la claſſe de la Méchanique & des Arts, en ce qu'il a pour but de perfectionner & d'étendre une Manufacture des plus importantes du Royaume. C'eſt M. Guettard Médecin de la Faculté de Paris, fort verſé dans la Botanique & dans l'Hiſtoire Naturelle, qui l'a préſenté cette année à l'Académie.

Le Papier que l'on fabrique dans nos Manufactures, eſt fait ordinairement avec des *drapeaux* ou vieux haillons de toile de Chanvre ou de Lin, autrement appellés *Chiffons*. De la fineſſe, de la conſiſtance plus ou moins grande de ces chiffons, & des préparations différentes qu'on leur donne, dépend la différence de nos Papiers, ſoit en fineſſe, ſoit en force, ſoit en blancheur.

On s'eſt appliqué juſqu'ici à perfectionner la fabrique du Papier fait avec des chiffons; mais il ne paroît pas qu'on ſe ſoit mis en peine de s'en procurer avec d'autres ſubſtances.

Depuis quelques années cependant d'habiles Physiciens ont tâché d'étendre les vûes que l'on pouvoit avoir sur la Papeterie: ils ont proposé d'examiner si avec l'écorce de certains Arbres, ou même avec du Bois qui auroit acquis un certain degré de pourriture, on ne pourroit pas parvenir à faire du Papier; mais nous ne sçavons pas que personne jusqu'ici eût entrepris ce travail. M. Guettard est le premier qui ait formé le projet de le suivre, & il s'y est porté d'autant plus volontiers, qu'après quelques légères tentatives il a cru pouvoir en attendre une utilité plus prochaine.

Avant l'invention de notre Papier, qui n'est pas bien ancienne, on en faisoit en Orient avec le chiffon de toile de Coton, & avant celui-ci les Egyptiens préparoient la seconde écorce d'une espèce de Chien-dent connu sous le nom de *Papyrus,* dont ils tiroient du Papier, & dont le notre a retenu le nom. Plusieurs Auteurs rapportent encore que l'on fabrique une espèce de Papier avec l'écorce de certains Arbres, dans quelques lieux de l'Amérique & au Japon. Mais de tous les Peuples de la Terre celui chez qui le Papier paroît être le plus ancien, & à qui l'on pourroit par conséquent en attribuer l'invention avec plus de fondement, ce sont les Chinois. Ils en ont de temps immémorial, & de très-beau. Ils y emploient le Chanvre, le Coton, la Soie, & des écorces d'Arbre dont la principale est celle de *Bambou.* Le célèbre P. Parrenin qui a fait part à l'Académie de mille curiosités naturelles de la Chine, toûjours accompagnées de ses judicieuses & sçavantes réflexions, n'a pas oublié de nous parler des Arts qu'on y cultive avec le plus de succès, & parmi lesquels celui de la Papeterie tient un des premiers rangs. Il y a dix à douze années qu'il m'envoya plus de quarante sortes de Papier Chinois, toutes curieuses par quelque circonstance particulière. On y voit des feuilles d'une très-grande beauté, & sur-tout d'une grandeur à laquelle toute l'industrie de nos Ouvriers n'a pu encore atteindre. Le Papier de la Chine a aussi cet avantage qu'il est plus doux & plus uni que celui d'Europe : le pinceau dont les Chinois se

servent

servent pour écrire, ne pourroit couler sur un fond tant soit peu raboteux, & y finir certains traits délicats.

M. Guettard a donc été obligé de faire entrer dans le plan de son ouvrage, l'examen de toutes les matières dont on a fait du Papier, soit en différens temps, soit en différens pays, ou de celles qui leur sont analogues, & qu'on trouve en France & dans les autres pays de l'Europe.

Le chiffon de toile de Chanvre ou de Lin, n'est qu'un tissu de fibres ligneuses de l'écorce de ces deux Plantes, que les lessives & les blanchissages ont débarrassé de plus en plus de la partie spongieuse que les Botanistes appellent *Parenchyme.* M. Guettard a d'abord examiné si ces fibres ligneuses n'étant encore que dans l'état où elles portent le nom de *filasse,* ne donneroient pas du Papier; car par-là on rendroit utiles les Chenevotes mêmes ou le tuyau de la Plante dont la filasse a été séparée, & il est plus que probable que les filasses d'Aloès, d'Ananas, de Palmiers, d'Orties & d'une infinité d'autres Arbres ou Plantes, seroient susceptibles de la même préparation. La filasse de Chanvre simplement battue a produit une pâte dont on a formé un Papier assez fin, & qui pourroit se perfectionner.

Mais il faut avouer que nous ne sommes pas aussi riches en Arbres & en Plantes dont on puisse aisément détacher les fibres ligneuses, que le sont les Indiens de l'un & l'autre Hémisphère. Nous avons cependant l'Aloès sur certaines Côtes: en Espagne on a une espèce de *Sparte* ou de Genêt qu'on fait rouir pour en tirer la filasse, & dont on fabrique ces cordages que les Marins appellent *Sparton;* on en pourroit donc tirer du Papier. M. Guettard en a fait avec nos Orties & nos Guimauves des bords de la Mer, & il ne désespère pas qu'on n'en puisse faire avec plusieurs autres de nos Plantes ou de nos Arbres même, sans les réduire en filasse.

Le raisonnement qui l'avoit conduit à fabriquer du Papier immédiatement avec la filasse, lui a fait essayer d'en tirer de même du Coton, & il y a réussi. Il vouloit s'assurer par-là

ſi le duvet des Plantes étrangères pouvoit donner par lui-même une pâte bien conditionnée, pour travailler avec plus de ſûreté ſur les duvets de celles qui croiſſent chez nous, telles par exemple, que les Chardons, ou ſur celles qui, quoiqu'étrangères, viennent fort bien dans notre Climat; comme l'Apocyn de Syrie, &c.

La Soie de nos vers à Soie eſt d'un uſage trop précieux, & n'eſt pas encore aſſez abondante chez nous pour être employée immédiatement à la fabrique du Papier; mais nous avons une eſpèce de Chenilles qu'on nomme *commune*, & qui ne mérite que trop ce nom, qui file une très-grande quantité de Soie. C'eſt ſur cette Soie, tout au moins inutile juſqu'à aujourd'hui, que M. Guettard a fait ſes expériences, & avec plus de ſuccès qu'il n'eût oſé l'eſpérer. Le Papier qu'elle lui a donné, a toute la force & toute la beauté qu'on pourroit deſirer; il ne lui manque qu'un peu plus de blancheur, qu'il ne ſera peut-être pas impoſſible de lui procurer par d'autres préparations. Que ne fournit point la Nature quand on ſçait mettre en œuvre ſes moindres préſens, & tirer parti de ce qu'elle ſembloit n'avoir fait naître que pour nous nuire! Rien ne diſtingue mieux les Peuples policés des Peuples barbares.

Du reſte M. Guettard ne s'eſt pas propoſé d'avoir toûjours par ces moyens & avec toutes ces matières, d'auſſi beau Papier que celui dont nous nous ſervons pour nos écritures & pour l'imprimerie: on en fabrique tous les jours dans nos Manufactures qui lui eſt fort inférieur, & qui ne laiſſe pas d'être de grand uſage dans le commerce. Il a voulu ſeulement nous faire ſentir les avantages que nous pourrions retirer à cet égard, d'une infinité de ſubſtances que nous rejetons comme inutiles.



MACHINES ET INVENTIONS APPROUVÉES PAR L'ACADÉMIE EN M. DCCXLI.

M. de Genſane déja connu de l'Académie & du Public par pluſieurs ouvrages de Méchanique qui ont eu du ſuccès, a préſenté cette année à la Compagnie un Mémoire contenant la deſcription des quatre Machines ſuivantes, ſçavoir :

I.

Un Niveau conſtruit de manière que ſes pièces eſſentielles ſont à l'abri de l'action du vent. Il conſiſte principalement en un Perpendicule chargé de deux miroirs un peu inclinés à la verticale, & ſur leſquels les objets de dehors viennent ſe peindre à travers deux ouvertures garnies de glaces qu'on a ménagées à une boîte bien cloſe qui renferme le tout, &c. Quoique les Niveaux à miroir ne ſoient pas une invention nouvelle, celui-ci a paru cependant fort bien imaginé par rapport au but que l'Auteur s'y propoſe; & l'on a cru en même temps que ce Niveau pourroit être auſſi exact qu'aucun autre de pareil volume.

I I.

Une Machine deſtinée à meſurer par une ſeule ſtation, de petites diſtances inacceſſibles.

I I I.

Une manière d'employer ſans roues, & par le moyen d'un tuyau garni d'un piſton & d'une double ſoûpape, l'eau d'une ſource qui auroit une certaine chûte, pour faire mouvoir des Pompes. L'idée a paru nouvelle, & pouvoir être miſe aiſément en pratique.

I V.

Un moyen de ſubſtituer aux Manivelles coudées, des eſpèces de Lanternes qui, avec des aiguilles garnies de plans

inclinés qu'on leur oppoſe, font jouer alternativement, également & ſans aucun ſaut les Pompes auxquelles on les applique, comme M. de Genſane l'a exécuté avec ſuccès aux Mines de Pontpéan en Bretagne. Cette Machine pourra principalement être employée toutes les fois que les Manivelles coudées auxquelles on la ſubſtitue, ſeroient de difficile exécution, ou exigeroient des ſommes conſidérables pour être conſtruites.

V.

L'incendie arrivé au Louvre le 24 Mars de l'année dernière 1740, a réveillé l'attention du Public ſur les moyens de prévenir de ſemblables malheurs, ou d'en rendre les ſuites moins funeſtes. Dans cette vûe, on n'a rien imaginé qui pût être plus ſûr ni plus expéditif, que de ſe procurer dans chaque maiſon à la Ville & à la Campagne, une ou pluſieurs Pompes capables de remédier ſur le champ au déſordre. Alors quelques pintes d'eau dardées à propos ſur l'endroit embraſé, feront ſûrement plus d'effet que des muids d'eau qu'on y jetteroit après que l'incendie eſt devenu plus conſidérable. Le même M. de Genſane nous a encore préſenté un projet de Pompes très-propres à remplir ce deſſein, & dont l'exécution eſt ſimple, facile & de médiocre dépenſe: en voici la conſtruction. Deux corps de Pompe ſont placés à côté l'un de l'autre dans un bacquet qui leur fournit l'eau, & communiquent tous deux à un réſervoir fermé de toutes parts. Ce réſervoir eſt plein en partie de l'eau que les Pompes y fourniſſent & en partie d'une quantité d'air, qui étant comprimé par l'eau que les Pompes y chaſſent, la comprime auſſi à ſon tour, & la force à s'échapper par un tuyau qui trempe dans l'eau & qui lui donne iſſue vers le côté où la main de celui qui dirige la Pompe veut la porter; car ce tuyau eſt formé d'un cuir flexible qui ſe termine par une eſpèce de cannule de métal. Les piſtons des Pompes ſont mûs avec des balanciers qui ſont levés & abaiſſés par les dents d'une lanterne, à l'axe de laquelle eſt attachée une manivelle que l'on fait tourner à la main. Ces ſortes de Pompes qui

agissent par le ressort de l'air étoient déja connues*; mais une Machine peut être regardée comme nouvelle, ou par ce qui en fait le fonds, ou par la forme qu'on lui donne relativement à certains usages auxquels on la destine, & celle-ci est dans ce dernier cas. Du reste M. de Gensane a calculé qu'une de ses Pompes mûe par un seul Homme, pouvoit élever à 35 ou 40 pieds de hauteur environ 53 pintes d'eau par minute.

* V. les M. de 1725. p. 35.

VI.

Un modèle de Cheminée de M. de Lagny, dans lequel il procure le moyen d'y éteindre le feu en ôtant la communication de l'air extérieur & de celui de la chambre avec le tuyau. Il met une Plaque de fer au haut de l'intérieur de la Cheminée & une autre en bas, placées horizontalement, & portant chacune deux tourillons ou gonds. On fait hausser ou baisser la Plaque d'en haut par le moyen d'une petite chaîne qui passe sur une poulie appliquée sur le devant de la Cheminée & qui descend jusqu'en bas, en sorte que la Plaque puisse fermer exactement toute l'ouverture quand on tire la chaîne. La Plaque qui est en bas vers le manteau de la Cheminée peut aisément être abaissée ou haussée avec la main ou avec un bâton à crochet. Il n'y a pas de doute qu'il n'entende mettre un quarré ou quadre de fer, tant en haut qu'en bas, afin que les Plaques puissent bien joindre contre, & ne laisser aucun passage à l'air. Cette manière d'éteindre le feu des Cheminées a paru fort bonne, extrêmement simple, & nullement embarrassante.

VII.

Un Lit pour les Malades & Impotens, dans lequel on a ménagé plus de commodités qu'en aucun autre qui soit connu; inventé par le S.r Hannot Ménuisier.

VIII.

Un Moulin proposé par les S.rs Claude-François & Jean-Claude du Bost frères, destiné à être mû, soit par la force du vent, soit par celle de l'eau.

Comme Moulin à vent, & par sa forme extérieure, il

eſt aſſez ſemblable à ceux qui ſont connus ſous le nom de Moulins à la Polonoiſe; mais il en diffère à pluſieurs égards.

Car 1.° dans les Moulins à la Polonoiſe les plans des ailes ſont dirigés vers l'axe ou arbre vertical de la roue ailée, & ſont continués juſqu'à cet axe où ſe trouve la ſection commune de toutes les ailes; au lieu que dans le modèle de M.rs du Boſt les ailes font un angle de 22 degrés ½ avec les rayons de la roue, & ſe terminent en dedans à une circonférence de moitié plus petite que celle de cette roue, de manière que la roue elle-même eſt faite à peu-près comme les cages ou tours rondes des Moulins à la Polonoiſe.

2.° Dans les Moulins à la Polonoiſe l'arbre de la roue eſt d'une ſeule pièce, & toutes les parties de cette roue étant fermement arrêtées à l'arbre, elle ſe meut néceſſairement toute entière; au lieu que la roue du Moulin de M.rs du Boſt eſt diviſée en trois parties dans ſa hauteur, & ces trois parties ſe peuvent mouvoir ſéparément, ou deux enſemble, ou toutes trois à la fois, ou s'arrêter par le moyen de trois freins diſpoſés à cette intention. Ainſi l'on pourra ménager à volonté la force du vent, & empêcher que les meules ne ſoient emportées avec trop de rapidité.

3.° L'inclinaiſon des ailes de la roue aux rayons, & le vuide qui eſt au milieu en forme de cylindre ou de tour creuſe, fait que le vent peut frapper le plus d'ailes qu'il eſt poſſible, & que preſque tout le vent réfléchi ſous différens angles d'incidence eſt mis à profit, ce qui permet à la roue de tourner, ſi l'on veut, en plein air & ſans le ſecours de la tour extérieure où elle eſt renfermée; avantage que l'on n'a pas dans les Moulins à la Polonoiſe qui ont été imaginés juſqu'ici. La roue de ce Moulin ſe trouve donc par-là & par la tour qui l'environne, à l'abri des accidens que peuvent cauſer de violens coups de vent; autre propriété que n'ont pas les Moulins à la Polonoiſe ordinaires, dont les volans ſont expoſés à toute la violence du vent, & ſont ſouvent emportés par des ouragans.

Du reſte le Moulin de M.rs du Boſt a, comme tous les

autres Moulins à la Polonoise, l'avantage d'une meule attachée à l'arbre de la roue & sans aucun engrenage, d'où il résulte beaucoup moins de frottemens & un entretien plus facile.

Comme Moulin à eau, la roue de celui-ci se trouvant entièrement submergée, sera à l'abri des accidens causés par les glaces ou par les autres corps flottans qui viendroient la choquer. Aussi M.rs du Bost proposent-ils de placer ces roues moitié couvertes à l'issue, par exemple, des arches d'un Pont, & derrière une de ses piles; au moyen de quoi l'arbre même seroit totalement hors d'atteinte. De plus on seroit dispensé d'élever la roue dans les grandes crûes d'eau, pendant lesquelles ce Moulin iroit aussi-bien que dans les hauteurs d'eau médiocres.

Il est vrai que si ces Moulins sont à l'abri des glaces & des inondations, ils ne seront presque d'aucun usage dans les grandes sécheresses & les basses eaux; car quand une fois la roue commencera à se découvrir, elle perdra d'autant plus de sa force qu'il demeurera plus de parties de sa hauteur à sec.

Mais malgré cet inconvénient, & quoiqu'en général les roues horizontales des Moulins à eau ne soient pas nouvelles, l'Académie a jugé que ce Moulin pouvoit devenir très-utile par la construction de sa roue & par la disposition de ses aîles, sur-tout si l'on a attention à ne le placer que dans des endroits où il y ait toûjours un courant d'eau assez profond pour en tenir la roue submergée, & si l'on prend les précautions nécessaires pour empêcher que le retardement de la rapidité de l'eau, causé par cette roue, n'occasionne des atterrissemens qui en gêneroient ou en arrêteroient le mouvement.

I X.

Un Moulin à bras & portatif de M. Mansard Architecte du Roi, & Membre de l'Académie d'Architecture. Ce Moulin qui ne diffère des Moulins ordinaires que par le peu d'espace qu'il occupe & par la disposition des parties

qui le composent, est établi dans une espèce de cage de charpente de 5 pieds de longueur sur 4 pieds de largeur. Deux manivelles font tourner un essieu de fer qui porte un rouet de bois, & ce rouet est engrené dans une lanterne dont l'axe fait tourner une meule de 3 pieds de diamètre. Dans deux expériences qui en ont été faites, quatre hommes qui se relaient deux à deux, ont moulu trois boisseaux de froment en 25 minutes; d'où l'on peut conclurre que ce Moulin moudra près de huit boisseaux de pareil grain par heure; ce qui, en bien des rencontres, peut être d'un grand secours. Il n'est pas moins important pour le public d'être informé de tous les avantages qu'il peut tirer des anciennes inventions & des richesses qu'il possède, que d'en acquérir de nouvelles.

X.

L'Art d'imprimer des Tableaux ou des Estampes colorées: Cet Art que le S.r Christophe le Blond se propose d'exercer, & pour lequel il a déja obtenu en 1739 des Lettres patentes portant privilège exclusif pour 20 années, a paru d'une grande utilité par rapport aux Livres d'Anatomie, de Botanique & d'Histoire Naturelle, où l'on pourra représenter les objets avec leurs véritables couleurs. Ce qu'il y a de singulier, c'est que tout cela s'exécute avec trois planches, & avec les trois couleurs *Rouge, Jaune* & *Bleu,* qui par leur mélange produisent toutes les autres couleurs.



ELOGE

E'LOGE

DE M. PETIT, *Médecin.*

FRANÇOIS POURFOUR DU PETIT naquit à Paris le 24 Juin 1664, de parens qui étoient dans le commerce, & qu'il perdit étant encore enfant. Les perſonnes qui furent chargées de ſon éducation trouvèrent en lui un obſtacle preſqu'invincible à ſes premières études; un défaut de mémoire qui ſe montroit également par la difficulté d'apprendre, & par celle de retenir. Ce ne fut qu'à force de travail & par les ſoins de quelques-uns de ſes Maîtres, dont il ne laiſſa pas de gagner l'affection, qu'il fit ſes baſſes claſſes. Il éprouva les mêmes difficultés en Seconde & en Rhétorique; ſa mémoire toûjours indocile ne le ſervoit pas mieux pour les règles de Poëſie & pour les préceptes d'Éloquence, qu'elle avoit fait pour les mots latins & pour les leçons de Grammaire; mais il s'obſtinoit de même à les étudier, comme par preſſentiment de ce qui devoit les ſuivre. C'eſt de cette manière laborieuſe & tardive que M. Petit vint à bout d'apprendre aſſez de Latin & de Belles-Lettres pour pouvoir monter en Philoſophie.

La Logique & la Métaphyſique par où l'on a coûtume de commencer la Philoſophie, n'eurent pour lui aucune ſorte d'attrait; il ne voyoit encore là que des mots à apprendre. Mais enfin la Phyſique parut, & à ſa vûe toutes les facultés de l'ame du jeune Étudiant s'ouvrirent pour la recevoir; ſon eſprit ſaiſit, ſa mémoire garda tout ce qui lui fut préſenté par la Phyſique, & il ſe trouva tout à coup une facilité à comprendre & à retenir, dont la découverte fut ſans doute la plus flatteuſe qu'il ait faite de ſa vie.

C'eſt donc à la Phyſique, mais à la Phyſique de Deſcartes, & à la partie expérimentale de cette Phyſique, que M. Petit

fut redevable d'une si heureuse révolution; car il lui falloit des expériences, des faits & du méchanisme; & toute autre manière de philosopher eût été encore pour lui un langage inintelligible. C'en étoit fait de notre Académicien s'il avoit rencontré la Philosophie d'Aristote, telle qu'on la dictoit en ce temps-là; mais heureusement il trouva dans le Collége de Beauvais, où il étudioit, un Professeur de Philosophie Cartésien, & de plus, assez hardi ou assez adroit pour enseigner les Principes de Descartes, malgré les défenses expresses qu'il y avoit alors sur ce sujet.

M. Petit n'eut pas plûtôt fini ses études, qu'il lui prit envie de voyager. La modicité de son revenu ne l'arrêta pas; il sçavoit déja en tirer parti avec ordre & économie. Il parcourut ainsi presque toutes les Provinces du Royaume, & une grande partie de la Flandre, & toûjours en Physicien, observant par-tout la Nature, & recherchant avec soin le commerce des Sçavans qui l'avoient observée; car des Sçavans, selon lui, c'étoient des Physiciens ou des Naturalistes, & surtout des Cartésiens. Il ne voyoit rien hors delà qui meritât ce titre; & il est vrai que si quelqu'un pouvoit être excusable de borner ainsi le sçavoir au seul objet de ses recherches & la saine Philosophie à ses opinions particulières, M. Petit l'eût été plus qu'un autre, après l'espèce de miracle que la Physique Cartésiéne venoit d'opérer en sa personne.

Le peu qu'il avoit appris d'Histoire Naturelle, de Chymie & d'Anatomie au Collége de Beauvais, avoit fait une grande impression sur son esprit, & le rapport que ces connoissances ont naturellement avec la Médecine, l'avoit lié par préférence avec des Médecins. Un de ceux avec qui la liaison devint le plus intime, & dont il retira aussi le plus d'instruction, fut M. Blondin établi à la Rochelle, bon Cartésien, qui avoit une Bibliothéque choisie, un Jardin de Plantes médicinales, & un Cabinet de Curiosités naturelles. M. Blondin lui apprit l'Ostéologie sur un Squelette humain, lui montra la position des Viscères, l'anatomie du Cerveau, celle des Yeux & de l'Oreille, tant sur l'Homme que sur divers Animaux, & finit

par lui conseiller de se faire Médecin. M. Petit y étoit déja assez porté, & il se détermina aisément à embrasser une profession dont l'étude & l'exercice s'accordoient si bien avec ses occupations les plus chéries. Il partit pour Montpellier vers la fin de 1687; année où M. Chirac, devenu depuis si célèbre, & Membre de l'Académie des Sciences, commençoit d'enseigner dans cette ville les différentes parties de la Médecine. M. Petit les étudia sous lui; il trouva du temps encore pour y faire un cours de Chymie, & ayant enfin reçu le bonnet de Docteur, il revint à Paris en 1690, âgé de 26 ans.

Deux grands Maîtres donnoient alors des leçons publiques dans le Jardin du Roi. M. Duverney y enseignoit l'Anatomie, & M. de Tournefort la Botanique; pendant que feu M. Lémery, qui ne se distinguoit pas moins dans la Chymie, enseignoit cette Science avec un applaudissement général dans son propre Laboratoire, & y attiroit une foule d'Auditeurs de tous états. M. Petit fut assidu aux Cours tant publics que particuliers de ces trois Hommes fameux, & s'acquit bien tôt leur estime & leur amitié; il disséquoit, il opéroit & il herborisoit tour à tour avec eux. Il voulut aussi être particulièrement au fait de la Chirurgie, c'est-à-dire, se mettre en état de la pratiquer; car c'étoit là sa manière d'étudier les théories susceptibles de pratique. Et soit qu'il eût inspiré le même goût à M. de Tournefort, ou que M. de Tournefort sentît assez par lui-même combien il importe au Médecin de connoître à fond les opérations chirurgiques, ils allèrent tous les deux pendant six mois faire les pansemens des blessés à l'Hôpital de la Charité.

Les années 1691 & 1692 se passèrent dans ces exercices. C'étoit le fort de la guerre commencée en 1688, & la Flandre, où Louis XIV en personne venoit d'assiéger & de prendre Namur, en étoit le principal théatre. Une armée de cent mille hommes y offroit abondamment à M. Petit de quoi mettre en œuvre ses connoissances, & en même temps de quoi les augmenter. Il se présenta pour aller servir

dans les Hôpitaux du Roi destinés à cette armée ; il fut agréé, & il partit le 1.er d'Avril 1693. La bataille de Nerwinde & le siége de Charleroi suivirent de près son départ. Il fut d'abord établi dans l'Hôpital de Mons avec M. Brisseau Médecin qui en avoit la direction, & qui lui céda peu de temps après plusieurs malades pour lesquels il fut couché sur l'Etat. Il fut chargé à diverses reprises de l'Hôpital de Namur, & il étoit enfermé dans cette Place lorsque les Alliés en firent le siége & la reprirent sur la France en 1695; il passa ensuite à l'Hôpital de Dinant. Par-tout il donna des preuves de son zèle, de son désintéressement & de sa capacité. Des blessés & des malades sans nombre lui étoient amenés de toutes parts, & il montroit parfaitement par son exemple, combien il est à desirer dans ces occasions pressantes, que le Médecin & le Chirurgien se réunissent ou ne fassent qu'un, à la manière des Anciens. M. Petit procura mille biens sous cette double fonction.

La grande connoissance qu'il avoit acquise des Plantes & des Drogues médicinales, & plus encore son inflexibilité à n'en souffrir que de bien conditionnées dans les Hôpitaux qui lui étoient confiés, n'y furent pas moins utiles; mais elles pensèrent le perdre plus d'une fois. Parmi les Commissaires & les Entrepreneurs pour l'achat & l'entretien des remèdes & des vivres dans les Hôpitaux d'armée, il ne se rencontre que trop souvent des hommes qui sacrifieroient sans pitié à leur intérêt des milliers d'autres hommes, l'armée & l'Etat. M. Petit qui étoit devenu leur fléau, ne pouvoit manquer de se voir bien tôt exposé à leurs traits. On tenta tous les moyens de noircir sa conduite, ce qui n'étoit pas facile, ou du moins de traverser ses desseins, de l'inquiéter & de le rebuter ; mais il eut le bonheur de trouver des Supérieurs éclairés, qui reconnurent sa probité & qui louèrent sa sévérité ; les Commissaires infidèles ou suspects furent chassés. Toûjours protégé, secondé par M.rs de Bagnols & Voisin, l'un Intendant de la Flandre, l'autre du Hainaut, & tous deux si capables d'entrer dans des vûes utiles, M. Petit

faisoit établir dans les Hôpitaux mêmes des Laboratoires de Chymie & des Chambres d'Anatomie; il exerçoit en même temps ses Elèves à connoître les Plantes, à les cueillir & à les préparer dans la saison & dans les circonstances les plus convenables, soit pour en tirer des remèdes, soit pour les garder & en faire un sujet d'étude. C'est ainsi qu'il assembla dès-lors & qu'il desfécha un grand nombre de Plantes, qui firent le commencement d'un Herbier de trente gros Volumes in-folio qu'il a laissés.

Il revint à Paris après la Paix de Ryswick en 1697, & il se rendit l'année suivante au camp de Compiègne où il fut chargé des malades avec M. Prouvenza Médecin Inspecteur des Hôpitaux, & comme lui grand amateur de la Botanique. M. Petit reçut de M. Prouvenza dans cette occasion & dans plusieurs autres, des marques d'estime & d'amitié qu'il voulut reconnoître d'une manière conforme à leur commun penchant. Il s'étoit engagé de nouveau à servir dans les Hôpitaux de Flandre, lorsque la succession à la Couronne d'Espagne ralluma la guerre en Europe. Comme il s'acheminoit vers Ruremonde où il avoit été appellé, & qu'à son ordinaire il herborisoit sur sa route, il aperçut au bord d'une petite rivière tout proche de Wert dans le Comté de Horn, une Plante dont les feuilles étoient de la couleur du Plantin, mais d'une figure fort différente. L'ayant examinée de plus près, il l'a trouva aussi d'un caractère qui ne ressembloit à aucun des Genres rapportés dans les Institutions de Botanique, & il la nomma sur le champ *Prouvenzalia.* Il en a nommé une autre *Dantia,* du nom de M. Danti d'Isnard, Membre de cette Compagnie, qui lui avoit beaucoup aidé à la composition de son Herbier. C'est ainsi qu'en ont souvent usé les Astronomes en faveur de leurs amis ou de leurs protecteurs, lorsqu'ils ont découvert quelque nouvel objet dans le Ciel; & si l'on est sensible à voir transmettre son nom à la postérité, on doit assurément être flatté de le trouver écrit sur des monumens si durables.

M. Petit demeura à Ruremonde, à Bruxelles & dans

quelques autres villes des Pays-bas pendant tout le cours de cette guerre, & il nous suffira de dire qu'il s'y acquitta de ses devoirs comme dans la précédente; même application à servir, à s'instruire & à instruire ceux qui servoient sous lui; mêmes succès suivis des mêmes éloges.

Il se fixa enfin à Paris après la paix d'Utrecht en 1713, & il s'y maria en 1717. Content d'une petite fortune qui étoit moins son ouvrage que la suite naturelle de ses services, il ne songea nullement à l'augmenter, & à se faire dans cette Capitale des pratiques utiles que sa réputation lui eût attirées s'il avoit voulu l'accompagner de quelques soins. Mais l'étude du cabinet, la Physique & les expériences l'emportèrent sur les sollicitations de la Fortune. Résolu désormais de consacrer tout son loisir à ce premier objet de ses inclinations, & comptant s'en être acquis le droit par ses travaux passés, il tourna uniquement ses vûes & ses desirs vers l'Académie des Sciences. C'est là en effet qu'il alloit retrouver non le Cartésianisme, mais l'esprit de Descartes, l'amour des expériences, & toute l'ardeur que ce Philosophe fit paroître pour s'en procurer le secours, sa circonspection dans leur choix, sa manière de les expliquer & de raisonner sur les Phénomènes de la Nature, toûjours par le seul méchanisme, soit qu'il s'y montre, soit qu'il s'y cache; en un mot l'esprit de doute & de discussion qui caractérise son immortelle méthode & cette Académie: ou plûtôt c'est là que M. Petit alloit voir Descartes préféré par les uns, Newton par les autres, & plus souvent Descartes associé à Newton, à Leibnitz, à Aristote même, & à tous les grands génies dont les méditations & les veilles ont enrichi l'esprit humain de quelque nouvelle connoissance.

Il se présenta donc pour entrer à l'Académie en 1722, il y fut reçu, & trois ans après il y obtint la place de Pensionnaire Anatomiste vacante par la Vétérance de M. Duverney.

Une vie presque toûjours ambulante & des fonctions jusqu'ici opposées au recueillement nécessaire pour la composition des ouvrages, n'avoient pas empêché M. Petit de

publier en 1710 trois Dissertations en forme de Lettres, qui furent imprimées à Namur sous le titre de *Lettres d'un Médecin des Hôpitaux du Roi à un autre Médecin de ses amis.* Il n'en fit tirer que 200 exemplaires, ce qui a rendu cet ouvrage infiniment rare, & qui nous engage à en donner une idée. C'est un petit in-4.° rempli de faits, d'observations & d'expériences, qui peint parfaitement les occupations parmi lesquelles il a été enfanté & dont il est le fruit.

La première, & sans difficulté la plus importante de ces lettres, contient un nouveau système du Cerveau. Ce système a pour objet l'entrelacement de plusieurs nerfs ou filets médullaires, qui partent de la moëlle alongée, & qui passent obliquement de l'épaisseur de l'une de ses portions latérales dans l'épaisseur de l'autre portion. L'Auteur démontre la nécessité de cette méchanique par cinq observations principales accompagnées d'un grand nombre d'autres, & il en établit la réalité par l'inspection même de la moëlle alongée, dont il donne des figures d'après les dissections qu'il en a faites. Ce n'est pas seulement de nos jours que cet entrelacement de nerfs a été soupçonné & admis par d'habiles Anatomistes; Cassius & Arétéus, très-anciens Médecins, & qui vivoient vers le commencement du premier siècle, ont cru que les nerfs s'entrelaçoient à leur origine, & se croisoient de manière que ceux du côté droit passoient au côté gauche, & ceux du côté gauche passoient au côté droit. Eh! comment expliquer sans cela cet accident si ordinaire après certaines blessures, où certains coups reçus à un côté de la tête sont presque toûjours suivis de la paralysie du bras ou de la jambe du côté opposé. Mais il y a loin souvent du simple soupçon & de la raison de convenance, à la vérification & à la certitude du fait. C'est en ce sens, & M. Petit en avertit lui-même, qu'*on peut bien appeller nouveau un système qui n'avoit passé* jusqu'alors *que pour une conjecture dans l'esprit de quelques Auteurs,* & qui est présentement fondé sur des preuves solides, & sur une structure du Cerveau qu'il nous a dévoilée. C'est en effet le témoignage que lui rendent nos plus habiles

Anatomiſtes, & c'eſt principalement ſur ce témoignage, & en conſidération de cette découverte que M. Petit fut reçu à l'Académie des Sciences.

Sa ſeconde Lettre n'eſt preſque qu'une ſuite de la première. Il y traite encore du Cerveau; il examine d'où viennent les eſprits qui produiſent le ſentiment, s'ils partent du Cervelet, ou ſeulement de quelqu'endroit de la moëlle alongée. Ce fluide ſubtil, cette eſpèce de matière éthérée capable de ſe porter avec rapidité du Cerveau dans les parties pour y produire le mouvement, ou des parties dans le Cerveau pour y exciter les ſenſations, eſt ce que tous les Anatomiſtes ont nommé *eſprits animaux*. Quelques-uns les compoſent d'Air & de Nitre, quelques autres les font conſiſter en des corpuſcules ſalins volatils de la nature de l'eſprit de Sel armoniac, ou volatils ſulfureux, tels que ceux de l'eſprit de Vin, & enfin il y a eu & il y a encore d'habiles Anatomiſtes qui en ont totalement nié l'exiſtence : ample matière aux expériences chymiques ſur le ſang des Animaux, & l'on peut s'aſſurer que M. Petit ne les a pas épargnées. Elles le conduiſent preſque toûjours à la négative, ou pour le moins au doute & à l'incertitude ſur toutes ces queſtions. Ses expériences ne ſont pas plus favorables au ſyſtème des acides & des alkalis, qu'on l'avoit engagé à examiner par cette autre queſtion : *Si les eſprits animaux fermentent avec quelque partie du ſang pour faire la contraction des muſcles, & ſi cette partie du ſang eſt acide ou alkaline !* Rien ne lui paroît plus ſuſpect que les raiſonnemens fondés ſur ces prétendues fermentations d'acides & d'alkalis dans le Corps humain, ni plus dangereux que de s'en faire un principe dans la pratique des maladies. Il préparoit ainſi, & peu s'en faut qu'il n'annonçât la chûte d'un ſyſtème entièrement banni aujourd'hui de la Médecine, mais qui régnoit encore alors avec toute l'autorité d'une opinion à la mode.

La troiſième Lettre a pour but l'établiſſement de quelques nouveaux genres de Plantes où la *Prouveinzalia* & la *Dantia* ne ſont pas oubliées, & une critique de quelques endroits

endroits des Elémens ou Inſtitutions de Botanique de M. de Tournefort qui étoit mort depuis deux ans, & dont M. Petit reconnoît toûjours les rares talens & la ſupériorité dans cette Science.

Nous paſſerons plus ſuccinctement ſur les ouvrages qu'il a fait imprimer avec nos Mémoires, qui ſont entre les mains de tout le monde.

Ces ouvrages ſont cependant aſſez conſidérables par leur objet & par leur nombre. La Phyſique expérimentale, l'Anatomie, la Chymie, & même un peu de Phyſique raiſonnée & ſyſtématique, y paroiſſent tour à tour. Ce qu'il a fait ſur l'aſcenſion des liqueurs dans les tuyaux capillaires, & ſur la cauſe des végétations ſalines, eſt de ce dernier genre. Mais la plus grande partie des Mémoires qu'il a donnés depuis ſon entrée à l'Académie, roule ſur la deſcription anatomique des Yeux de l'Homme & de divers Animaux, ſur les dimenſions exactes & portées à une précision ſcrupuleuſe des parties qui les compoſent, ſur la nature, les cauſes & l'opération de la Cataracte, & en général ſur tout ce qui concerne la méchanique de l'Œil & la Viſion.

Il avoit imaginé & fait conſtruire un *Ophthalmomètre,* inſtrument deſtiné à meſurer les parties de l'œil, & pluſieurs autres Machines pour conſtater ce qu'il avançoit ſur toute cette matière, ou pour diriger la main de ceux qui ont à opérer ſur cet organe délicat. Une des plus importantes à ce deſſein étoit un globe de verre creux repréſentant au naturel un œil dont le Cryſtallin eſt cataracté; car on ſçait aujourd'hui, & M. Petit n'a pas peu contribué à mettre ce fait hors de doute, que ce que l'on appelle communément la cataracte, & qu'on attribuoit autrefois à une pellicule membraneuſe qui ſe formoit dans l'œil, n'eſt preſque jamais qu'une altération ou une maladie du Cryſtallin, un épaiſſiſſement, & l'opacité qui s'en enſuit. Ce que l'âge a coûtume d'ôter de clarté à la vûe, ne vient auſſi pour l'ordinaire, ſelon M. Petit, que du changement arrivé à cette partie qui ſe colore de plus en plus; & il nous fit voir un jour dans une de nos Aſſemblées, quarante

ou cinquante Cryſtallins de tous âges, dont la ſubſtance alloit de plus en plus en jauniſſant, & la tranſparence en diminuant par degrés inſenſibles depuis l'enfance juſqu'à l'extrême vieilleſſe.

C'eſt donc ſur cette partie qu'il faut opérer, c'eſt le Cryſtallin qu'il s'agit d'abattre, non cette prétendue membrane qui n'exiſte preſque jamais. Or l'œil artificiel dont nous venons de parler, & qui eſt fort grand, a été conſtruit de manière qu'avec une aiguille proportionnée on y fait toute l'opération de la Cataracte, & qu'on voit au travers du verre la courbe qu'il faut faire décrire au Cryſtallin en l'abattant, pour n'endommager que le moins qu'il eſt poſſible les parties qui l'environnent.

Aidé par tant de ſecours, armé de tous ces inſtrumens que la connoiſſance exacte des parties lui avoit ſuggérés, aimant d'ailleurs à opérer, & s'y étant exercé toute ſa vie, on peut juger que M. Petit ne dédaigna pas de pratiquer lui-même ſes leçons. Il mit la main à l'œuvre, & ce fut preſque toûjours avec le ſuccès qu'on en devoit attendre, & qu'il s'étoit préparé par ſes ſoins & par ſes recherches. Il en a eu quelquefois pour témoins des perſonnes auſſi illuſtres par leur ſçavoir, que reſpectables par leur dignité. Au mois d'Avril 1726 étant à Freſnes chez M. le Chancelier, il abattit en ſa préſence les Cataractes à une fille âgée de 60 ans qui y étoit venue de Meaux; la malade fut parfaitement guérie en trois jours, elle s'en retourna à cheval, & elle voit encore aujourd'hui.

Malgré ces ſuccès M. Petit ſe rendoit chaque jour plus difficile à entreprendre l'opération de la Cataracte, & dans ſes dernières années il ne la pratiquoit guère que ſur les pauvres, à qui il procuroit, avec la vûe, tous les ſecours que ſa compaſſion naturelle & la charité chrétienne pouvoient lui inſpirer; car outre mille inconvéniens, quelquefois inévitables, qui ſe rencontrent dans cette opération par la diſpoſition accidentelle des malades, leur peu d'exactitude à obſerver le régime qu'il avoit coûtume de leur impoſer, l'en avoit ſouvent rebuté.

Sa théorie & ſa méthode ſur ce ſujet furent attaquées par M. Hecquet dans ſon Traité des maladies des Yeux, & dans quelques autres Ouvrages de ce ſçavant Médecin. M. Petit répondit ſolidement à ſes objections par des Lettres qu'il fit imprimer en 1729, & qui ne contiennent d'ailleurs qu'une extenſion & une explication de ce qu'il avoit avancé là-deſſus dans les Mémoires de l'Académie.

Sa manière d'écrire étoit négligée & ſans aucun agrément, il n'avoit jamais ſû ou voulu ſavoir ce que c'étoit que de limer un ouvrage; il auroit peut-être trop regretté le temps qu'il en coûte, & il faut convenir que le genre auquel il s'étoit principalement attaché, avoit peu à perdre par ces ſortes de négligences. Renfermé dans les faits, il dénombroit & il détailloit, rarement il diſcutoit; occupé à découvrir & à voir, il rapportoit ce qu'il avoit vû, & dans l'ordre qu'il l'avoit vû, toûjours avec beaucoup de fidélité & de candeur; car il aimoit ſouverainement la vérité, & il ne ſouffroit qu'avec peine tout badinage qui lui paroiſſoit la bleſſer, quelqu'ingénieux qu'il pût être.

Le 3.me Juin de cette année il tomba malade d'une hernie qu'il avoit depuis long temps. Le 8.me jour de ſa maladie on lui fit une opération qui dura 16 minutes, & qu'il ſouffrit avec une conſtance peu commune. Il mourut le 18 du même mois avec des ſentimens de religion & de piété dont la naiſſance n'étoit point dûe aux approches de la mort, mais à la conviction des vérités qui avoient fait la règle de ſa vie.

De quatre enfans mâles qu'il avoit eus de ſon mariage il ne reſte que l'aîné qui a embraſſé la même profeſſion que ſon père, & qui nous a déja donné des preuves qu'il pourra un jour lui ſuccéder dans cette Compagnie.



ÉLOGE

DE M. LE CARDINAL DE POLIGNAC.

MELCHIOR DE POLIGNAC, Cardinal Prêtre de l'Eglise Romaine, du titre de Sainte Marie des Anges, Abbé de Corbie, d'Anchin, de Bonport, de Mouzon & de Bégard, Archevêque d'Auch, Primat de la Novempopulanie, Commandeur des Ordres du Roi, naquit au Puy capitale du Vélay en Languedoc, le 11 Octobre 1661. Il étoit second fils de Louis-Armand Vicomte de Polignac, Marquis de Chalancon, Gouverneur du Puy, Chevalier des Ordres du Roi, & de Jacqueline de Beauvoir-Grimoard-de-Roure sa troisième femme.

La Maison de Polignac étant une des plus connues & des plus illustres du Royaume, nous nous dispenserons d'en relever ici l'ancienneté, l'éclat & les alliances.

Six mois après que M. le Cardinal de Polignac fut venu au monde, il éprouva le sort de quelques-uns des plus fameux héros de l'antiquité, & il en courut tous les dangers, il fut exposé. Il étoit nourri à la campagne : sa nourrice qui étoit fille, & qu'une première faute n'avoit pas rendu plus sage, en fit une seconde. Dans cet état qu'elle ne put longtemps cacher, frappée de tout ce qu'elle avoit à craindre, elle s'enfuit vers la fin du jour & disparut, après avoir porté l'enfant sur un fumier, où il passa toute la nuit. Heureusement c'étoit dans la belle saison ; on le retrouva le lendemain, sans qu'il lui fut arrivé aucun accident.

Son corps formé par les graces, l'esprit, la vivacité jointe à la douceur que cet enfant fit bien tôt paroître, ajoûtèrent des motifs plus solides à l'intérêt qu'une semblable aventure faisoit naître en sa faveur, & le rendirent infiniment cher à ses parens. M. le Vicomte de Polignac, qui le destinoit à

l'Eglise, l'amena de bonne heure à Paris, & le mit d'abord au collége de Clermont aujourd'hui de Louis le Grand. Le jeune Abbé de Polignac s'y distingua dans ses premières études, & sur-tout dans ses Humanités. On le fit passer ensuite au collége d'Harcourt, pour y apprendre la Philosophie; c'est là que ses heureuses dispositions achevèrent de se montrer de la manière la plus brillante.

Il étudioit sous un Professeur célèbre, mais ancien & absolument dévoué à la philosophie d'Aristote. Cependant l'Abbé de Polignac apprit qu'il y avoit une autre philosophie dans le monde, celle de Descartes; il se mit au fait de cette philosophie, & il en saisit toutes les beautés. Les principes de Descartes étoient alors formellement proscrits dans les écoles du Royaume, où il étoit ordonné en même temps de n'enseigner que la philosophie d'Aristote; mais ni cette raison, ni les efforts redoublés de son Maître pour le ramener au Péripatétisme, ne purent obscurcir la lumière qui avoit brillé à ses yeux. Il céda seulement, en ce qu'il voulut bien s'engager à soûtenir dans ses thèses les deux philosophies en deux jours consécutifs. Le Professeur avoit aussi exigé que celle de Descartes passeroit la première, croyant qu'il auroit été trop dangereux de finir par-là, & de renvoyer les auditeurs avec une impression récente de la doctrine prétendue erronée qu'on sçavoit être très-séduisante dans la bouche de l'Abbé de Polignac; car son éloquence étoit déja formée & se déceloit par mille traits. Le succès de ce double acte public fut des plus éclatans; les systèmes de Descartes & d'Aristote y parurent l'un après l'autre, comme on l'avoit demandé, & tous deux dans leur plus beau jour; ils furent défendus autant que chacun pouvoit l'être; la prédilection du Répondant ne s'y fit sentir que par la force des raisons qui la justifioient; & il montra dans cette occasion tant d'équité, de retenue & de savoir, qu'il reçut des éloges de l'un & de l'autre parti, & qu'en ce sens il réunit tous les suffrages.

Les thèses de Théologie que M. l'Abbé de Polignac soûtint quelques années après en Sorbonne, ne lui firent pas

moins d'honneur : il y avoit mis en tête ces mots, qui se trouvent si souvent dans l'Ecriture en parlant des Rois de Juda, *Excelsa abstulit;* par où il faisoit allusion à tout ce que venoit d'ordonner, ou que préparoit alors Louis XIV pour l'établissement de l'unité de religion dans son Royaume: c'étoit vers l'année 1683 deux ans avant la révocation de l'édit de Nantes.

Tant de connoissances déja assez approfondies, dont une excellente mémoire lui assuroit la possession, & dont il savoit parler sans ostentation & avec grace, se firent bien tôt admirer parmi les gens de Lettres & dans le grand monde, & lui gagnèrent l'estime & l'amitié de tout ce qu'il y avoit de plus distingué par le mérite & par la naissance. Le Cardinal de Bouillon, qui fut des premiers à lui en donner des marques, le mena à Rome en 1689, après la mort d'Innocent XI. Il le fit entrer avec lui dans le conclave, & il l'employa non seulement à l'élection du nouveau Pape Alexandre VIII, mais encore dans l'accommodement des différends qui régnoient alors entre la France & la Cour de Rome, & que ce Cardinal étoit chargé de terminer.

Ces différends, dont les uns sembloient intéresser les droits de la Tiare, & les autres la police de Rome, par les franchises du Palais des Ambassadeurs, avoient été poussés fort loin du vivant d'Innocent XI, & n'étoient pas aisés à pacifier. Le Roi y avoit encore envoyé le Duc de Chaulne dans le même dessein; mais Sa Majesté étant informée de la capacité de l'Abbé de Polignac, de l'estime & du crédit qu'il s'étoit acquis dans Rome, déclara qu'Elle vouloit aussi qu'il eût part à la négociation. Se distinguer parmi les excellentes têtes qui habitent cette Ville fameuse, ou qui s'y rassemblent du monde entier, dont à certains égards elle n'a pas cessé d'être la capitale; parmi des gens tout occupés de mille intérêts différens, & exercés dans la politique la plus profonde & la plus raffinée; au milieu d'un Etat qu'on croiroit être un composé de plusieurs Républiques, & où, quoique le pouvoir appartienne à un seul, chaque Prince ne

laisse pas d'avoir sa Cour & son autorité particulière; s'y faire goûter, s'y faire aimer, combien de discernement, d'art & de prudence, que de talens naturels & acquis suppose un tel succès! C'est pourtant ce qu'avoit fait M. l'Abbé de Polignac à l'âge de 28 ans, & dès son premier voyage à Rome. Alexandre VIII qui étoit un des meilleurs esprits de son siècle, & qui avoit souvent des conférences avec le jeune Négociateur, disoit de lui, *Je ne sçais comment il fait, il ne me contredit jamais, il est toûjours de mon avis, & cependant c'est ordinairement le sien qui prévaut.*

Les affaires ayant été heureusement terminées, & les articles de l'accommodement étant dressés, l'Abbé de Polignac revint à la Cour pour les proposer à Sa Majesté; & c'est alors que ce Monarque lui rendit un témoignage en apparence tout contraire à celui du Pape, mais qui ne peignoit pas moins bien son caractère. *Je viens,* dit-il, au sortir d'une longue audience qu'il lui avoit donnée, *d'entretenir un homme, & un jeune homme, qui m'a toûjours contredit, & qui m'a toûjours plu.* En effet M. le Cardinal de Polignac garda toûjours sa politique & tout son art pour traiter avec les autres Princes, & n'employa jamais que sa candeur & son zèle pour le bien de l'Etat, en parlant à son Roi.

De retour en France l'Abbé de Polignac y partagea d'abord son loisir entre l'étude & les amis illustres qu'il s'étoit faits. Il entra ensuite dans le Séminaire des Bons-enfans, en 1692; mais le Roi l'en tira en 1693 pour l'envoyer en Pologne, en qualité de son Ambassadeur.

Jean Sobieski, que ses grandes actions avoient élevé sur le trône, régnoit encore; mais sa santé chancelante & qui dépérissoit tous les jours, faisoit prévoir les troubles qu'une vacance prochaine ne manqueroit pas d'exciter pour l'élection de son successeur.

Il étoit de l'intérêt de la France, attaquée par les principales Puissances de l'Europe liguées contr'elle depuis cinq à six ans, d'empêcher qu'un Prince dévoué à ses ennemis n'obtînt la Couronne de Pologne. Le Roi Sobieski la devoit

en partie aux puiſſans offices de Louis XIV, & Louis XIV auroit eu lieu de croire que les trois fils de ce Prince en conſerveroient une juſte reconnoiſſance, ſi depuis quelques années le Prince Jacques, leur aîné, n'eût pris des engagemens avec la maiſon d'Autriche, en épouſant la Princeſſe Palatine de Neubourg ſœur de l'Impératrice.

La Reine de Pologne, Marie d'Arquien, étoit née Françoiſe; mais elle s'étoit cru dégagée de tout devoir envers ſa patrie, depuis qu'elle étoit montée ſur le trône.

Cependant Louis XIV touché des vertus de Sobieski, conſervoit toûjours la même affection pour ce Prince & pour ſa famille, & auroit ſouhaité qu'au défaut de l'aîné de ſes fils, dont la partialité pour l'Empereur étoit trop déclarée, il fût poſſible de procurer la Couronne à l'un des deux cadets, lorſque le Roi leur père viendroit à décéder.

Dans ces circonſtances, & inſtruit des intentions de Sa Majeſté l'Abbé de Polignac partit pour la Pologne vers la fin du mois de Mai 1693. Il eſpéroit y trouver un puiſſant parti en faveur des cadets; mais la nation indiſpoſée contre l'aîné, regardoit l'excluſion qu'elle lui donnoit d'avance, comme une raiſon valable contre les deux autres.

Il fallut donc, pour ſe conformer aux conjonctures préſentes, travailler ſur un nouveau plan. Il y travailla ſi heureuſement, que le trône étant venu à vaquer, il eut non ſeulement aſſez de crédit pour en éloigner tout ennemi du nom François, mais il put encore ſans trop de préſomption, concevoir l'eſpérance flateuſe de mettre cette Couronne ſur la tête d'un Prince de la Maiſon de France. Il en écrivit au Roi deux jours après la mort de Sobieski, c'eſt-à-dire, le 29 Juin 1696, & ſon projet fut approuvé : projet d'autant plus difficile à exécuter, qu'il ſe préſentoit en même temps ſur la frontière, un compétiteur à la tête d'une puiſſante armée, menaçant d'un côté ceux qui lui refuſeroient leur voix, & de l'autre promettant mille avantages à la République, & faiſant goûter d'avance par ſes largeſſes, une partie de ce qu'il promettoit.

Dénué

Dénué de tous ces ſecours, l'Abbé de Polignac parvint cependant à faire élire & proclamer Roi de Pologne M. le Prince de Conti. Mais pour ſoûtenir cette élection, & réunir les ſuffrages diviſés entre ce Prince & l'Electeur de Saxe, dans un pays où l'unanimité décide, non la pluralité, où la liberté eſt telle, qu'un particulier mal intentionné peut faire manquer l'affaire la mieux concertée & la plus utile, ne fût-ce que pour montrer qu'il a part au gouvernement, il falloit combattre & ſurmonter le parti oppoſé avec les mêmes armes qui avoient été employées pour lui concilier des amis.

Quoique la France ne ſoit pas moins puiſſante par ſes richeſſes que redoutable par ſes armes, éloignée de la Pologne, & ne pouvant faire paſſer que lentement dans ce Royaume les ſommes que l'Ambaſſadeur avoit demandées, elles y arrivèrent trop tard, & l'éloquence du Miniſtre ne put ſuppléer à leur défaut. La guerre, qui en avoit retardé l'arrivée, retarda pareillement celle du Prince de Conti: ſa route par mer avec peu de vaiſſeaux, exigeoit néceſſairement des précautions pour éviter les eſcadres d'Angleterre & de Hollande, & entraînoit par-là mille inconvéniens & de longs délais. Il n'étoit plus temps quand il débarqua à l'Abbaye d'Oliva près de Dantzick qui ſe déclara contre lui par pluſieurs actes d'hoſtilité, & dont les autres Villes de Pruſſe imitèrent l'exemple. Ce Prince fut donc bien tôt obligé de ſe rembarquer. L'Abbé de Polignac contraint auſſi de ſe retirer, demeura quelque temps dans la Poméranie citérieure, à Stettin ou aux environs, & ne revint en France qu'au commencement de l'année 1698, après avoir perdu tous ſes équipages & tous ſes meubles, qui lui furent enlevés par les Dantzickois.

Le Roi ſe crut obligé de témoigner qu'il étoit mécontent de la conduite de ſon Ambaſſadeur, & lui commanda de ſe retirer dans ſon Abbaye de Bonport.

Ce n'eſt pas aux Sujets à pénétrer dans les motifs ſecrets des réſolutions de leurs Maîtres. L'Abbé de Polignac pouvoit juſtifier ſa conduite, & par le compte exact qu'il avoit rendu

de l'état des affaires, & par les ordres précis qu'il avoit reçus; mais puni par un Roi juſte, il ſe crut coupable, & n'attendit que de ſa ſeule bonté, ce qu'il auroit cru pouvoir attendre de ſa juſtice.

Ce fut dans cette retraite que rendu à lui-même, il entreprit d'écrire ce Poëme fameux, qui n'a encore vû le jour que par les copies qui s'en ſont échappées dans le public: ouvrage que la religion & l'amour de la vertu lui inſpirèrent, que la philoſophie lui dicta, & que ſes talens admirables & déja exercés pour l'Eloquence & pour la Poëſie, ornèrent de mille beautés utiles au deſſein qui le lui fit entreprendre, en un mot le Poëme de l'*Antilucrèce,* dont nous parlerons bien tôt plus au long.

Le Roi d'Eſpagne Charles II étant mort le 1.er Novembre 1700, les nouvelles de cette mort & du teſtament de ce Prince, où Philippe Duc d'Anjou étoit déclaré héritier univerſel de la Monarchie d'Eſpagne, pénétrèrent bien tôt juſque dans la ſolitude de l'Abbé de Polignac toûjours animé des mêmes ſentimens pour ſa patrie & pour ſon Roi. Il écrivit à Louis XIV, *Sire, ſi les proſpérités de Votre Majeſté ne mettent point fin à mes malheurs, du moins me les ſont-elles oublier.*

Ils finirent cependant ſes malheurs, il fut rappellé en 1702, & il reparut à la Cour avec plus d'éclat que jamais, par les marques de bonté ſingulières avec leſquelles il fut reçu de S. M. La diſgrace jette je ne ſai quoi de touchant ſur les grandes vertus & les qualités éminentes, ſoit par le contraſte des choſes qui devroient ſi peu être enſemble, ſoit qu'elle épure les unes, & qu'elle ajoûte aux autres: auſſi n'eſt-il pas étonnant ſous un Prince vertueux, qu'à la diſgrace ſuccède quelquefois une augmentation de faveur. La place d'Auditeur de Rote étant venu à vaquer par la promotion de l'Abbé de la Tremoille au Cardinalat le 17 Mai 1706, le Roi la donna à l'Abbé de Polignac.

On ſçait quelle eſt à Rome la conſidération de ce Tribunal, & le rang que ceux qui le compoſent, tiennent à cette Cour;

Douze Prélats y décident ſouverainement des matières bénéficiales de preſque toute la Catholicité, & ſouvent même des affaires civiles qui y ſont portées par appel. L'Abbé de Polignac, qui n'étoit encore que médiocrement verſé dans les queſtions du Droit Civil & Canonique, ſe fit un devoir de les étudier à fond, devint un excellent juge, & ſa réputation déja établie dans toute l'Europe, & particulièrement en Italie, s'accrut de ce nouveau titre.

Le Cardinal de la Tremoille qui étoit demeuré à Rome chargé des affaires de la Cour de France, eut pour lui les mêmes ſentimens que le Cardinal de Bouillon, & le fit entrer auſſi dans pluſieurs de ſes négociations. Clement XI qui occupoit alors le Saint Siége, & qui joignoit l'amour des Belles-lettres à une ſolide piété, l'honora d'une amitié tendre; le Cardinal de la Tremoille en ſût bien profiter dans plus d'une occaſion délicate, mais il en faiſoit honneur à l'Abbé de Polignac auprès du Roi, tandis que l'Abbé de Polignac écrivoit de ſon côté, que le ſuccès des affaires dont on l'avoit chargé, étoit entièrement dû au crédit & à l'habileté du Cardinal de la Tremoille. Sa Majeſté fut ſenſible à une eſpèce d'émulation ſi rare entre des Miniſtres, & qui tournoit toûjours à l'avantage de ſon ſervice. Elle en parla, & l'on ſait de quel prix étoient en pareille rencontre les paroles de ce grand Roi.

Juſte eſtimateur du mérite Louis XIV connoiſſoit trop parfaitement celui de l'Abbé de Polignac, pour en borner la récompenſe à la place d'Auditeur de Rote; dès-lors il le deſtinoit à des emplois encore plus importans, & ſe propoſoit de lui ouvrir le chemin aux plus hautes dignités.

Après trois années de ſéjour à Rome, M. l'Abbé de Polignac avoit eu permiſſion de revenir en France pour mettre ordre à ſes affaires, très-dérangées par les dépenſes & par les pertes qu'il avoit faites en Pologne. Le Roi lui avoit accordé des repréſailles ſur les vaiſſeaux Dantzickois, ſecours trop caſuel, & qui ne put réparer les dommages que tant d'accidens lui avoient cauſés. Il étoit encore à la

Cour en 1710, lorſqu'il fut queſtion de tenir de nouvelles conférences en Hollande, pour finir une guerre ſanglante que la ſucceſſion à la Couronne d'Eſpagne avoit excitée. Le Roi nomma le Maréchal d'Uxelles & l'Abbé de Polignac ſes Plénipotentiaires à Gertruidenberg, où ceux des Etats généraux des Provinces-unies devoient ſe trouver.

Le moment marqué pour la paix n'étoit pas encore arrivé; mais quelqu'infructueuſes que fuſſent ces conférences, la ſageſſe & la fermeté de l'Abbé de Polignac n'en furent pas moins eſtimées.

Comme l'entière reſtitution de la Monarchie d'Eſpagne, avec des circonſtances encore plus dures que la reſtitution même, faiſoit le principal objet des Alliés, l'Abbé de Polignac envoya au Roi un mémoire détaillé, où il montroit par de très-fortes raiſons, qu'il falloit courir les plus grands riſques, & braver les plus fâcheux événemens, plûtôt que d'abandonner l'Eſpagne ſous de pareilles conditions.

Cet avis ne manquoit pas de contradicteurs qui inſiſtoient ſur la néceſſité d'abandonner l'Eſpagne, & ſur l'état où ſe trouvoit actuellement la France, tant au dedans qu'au dehors du Royaume. C'eſt cependant le parti que prit le Roi; il rappella ſes Plénipotentiaires, & les conférences furent rompues. Les plus heureux ſuccès couronnèrent une réſiſtance ſi héroïque; les armes de Louis XIV & celles de Philippe V ſon petit-fils furent preſque par-tout victorieuſes; l'Empereur Joſeph mourut; l'Angleterre auparavant ſi animée contre la France, fut la première à ſeconder ſes deſirs; les affaires générales changèrent de face, & la paix fut propoſée à des conditions plus équitables.

On établit les conférences pour en traiter à Utrecht, & l'on en fixa l'ouverture au 12 Janvier 1712. L'Abbé de Polignac fut encore un des Plénipotentiaires que le Roi nomma pour y aſſiſter de ſa part, quoiqu'il y eût peu d'apparence qu'il pût y reſter juſqu'à l'entière concluſion des Traités. La raiſon en étoit auſſi honorable qu'avantageuſe pour M. l'Abbé de Polignac. Sa Majeſté lui avoit donné

une marque éclatante de ſon eſtime, en témoignant au Roi d'Angleterre Jacques III qui étoit encore en France, qu'il lui feroit plaiſir d'accorder à cet Abbé ſa nomination au Cardinalat. Deſtiné à la pourpre, le cérémonial attaché à cette dignité ne lui permit pas de demeurer Plénipotentiaire en ſecond juſqu'à la ſignature de la Paix, qui ſe fit avec la France le 11 Avril 1713. D'ailleurs le Pape avoit la délicateſſe de ne pas vouloir rendre publique ſa promotion pendant qu'il ſeroit en pays proteſtant. Créé Cardinal le 18 Mai 1712 il fut donc réſervé *in petto* juſqu'au 30 Janvier 1713, où il fut déclaré; & il ne reçut la calotte qu'en chemin pour la France, comme on en étoit convenu, & en pays catholique: elle lui fut remiſe auprès d'Anvers le 10 de Février ſuivant.

Il obtint dans la même année la charge de Maître de la Chapelle du Roi; mais il s'en démit en 1716, & l'Abbé de Breteuil, depuis Evêque de Rennes, lui ſuccéda.

Le feu Roi ne vécut pas aſſez pour donner à M. le Cardinal de Polignac d'autres marques de ſon eſtime; mais ſon auguſte Succeſſeur y a ſuppléé.

Ne diſſimulons point cependant que dans les commencemens de ce glorieux règne & durant la Régence, M. le Cardinal de Polignac eut ordre de ſe retirer dans ſon Abbaye d'Anchin; mais imitons en même temps ſon reſpectueux ſilence ſur les ordres ſuprêmes. Il fut rappellé trois années après, & les idées que de ſemblables événemens peuvent faire naître, furent entièrement effacées par les graces dont ſon rappel fut ſuivi.

Le 29 Décembre 1718.

Innocent XIII étant mort le 7 Mars 1724, M. le Cardinal de Polignac alla à Rome pour l'élection du Pape Benoît XIII, & il y demeura 8 ans chargé des affaires de France. Comme il s'agiſſoit principalement alors de matières de Doctrine, dont il ne nous convient pas de parler, nous dirons ſeulement qu'il y employa tout ce que ſon zèle & ſes talens conciliateurs étoient capables de lui inſpirer, tant pour la pureté de la foi, que pour la paix de l'Egliſe. Au

commencement de 1726, il fut nommé à l'Archevêché d'Auch; il revint en France dans le mois de Juillet 1732, & six mois après son retour le Roi le fit Commandeur de l'Ordre du Saint Esprit, où il avoit été associé, & dont il avoit eu permission de porter les marques dès l'année 1728. C'est pendant ce dernier séjour à Rome, & peu de temps après la naissance de Monsieur le Dauphin, qu'il donna sur la place Navone une de ces fêtes superbes, où la profusion, de concert avec le goût, apprend aux nations étrangères quelle est l'opulence d'un Etat, par la magnificence de ses Ministres.

Nous ne nous arrêterons pas davantage sur les négociations de M. le Cardinal de Polignac, ni sur les événemens de sa vie qui s'y rapportent. Tout ce qui le regarde en qualité d'homme public, appartient à l'Histoire de France, & doit en faire une des parties les plus intéressantes. Mais nous allons considérer dans l'homme particulier, un Philosophe sublime, orné de tout ce que la belle Littérature a de plus excellent.

M. le Cardinal de Polignac n'étoit pas demeuré oisif pendant les deux ou trois années de sa retraite à Anchin. Bien différent de ceux qui, après avoir soûtenu le poids des affaires, succombent à l'ennui du repos, il sût toûjours se faire des occupations également utiles & agréables. L'Anti-lucrèce qu'il avoit commencé à Bonport, vint une seconde fois à son secours. Il l'avoit déja beaucoup retouché & augmenté, mais il s'agissoit encore d'y ajoûter des livres entiers, d'y insérer un grand nombre d'expériences curieuses, & plusieurs découvertes qui étoient venues à sa connoissance depuis quelques années, &, nous osons le dire, depuis qu'il étoit entré à l'Académie des Sciences; car personne n'honora jamais nos assemblées d'une assiduité plus flatteuse, personne n'y fut jamais plus attentif, soit pour y puiser, soit pour y répandre des lumières. Aussi l'Antilucrèce, que l'on croiroit être l'ouvrage des trois célèbres Académies qui se glorifient de compter M. le Cardinal de Polignac parmi leurs membres,

& que toutes pourroient réclamer par les différens genres de beauté dont il brille, nous appartiendra-t-il toûjours de préférence, par la partie philoſophique qui y domine, qui le caractériſe & qui en fait la baſe. Tâchons donc d'en donner une idée exacte, autant du moins que les bornes preſcrites à ce diſcours pourront le permettre.

L'Antilucrèce eſt un Poëme Latin, du nombre de ceux qu'on appelle *Didactiques*, parce qu'ils ont pour but d'enſeigner des vérités importantes, ou quelqu'art utile à la vie. Il eſt écrit en vers héroïques. Il fut d'abord compoſé en ſix livres, & il l'a été depuis en neuf. Le neuvième livre, qui n'a jamais été achevé, ni peut-être commencé, quoique les principaux matériaux en fuſſent tout prêts, étoit deſtiné à des éclairciſſemens ſur divers endroits de ceux qui le précèdent. Le Poëme tel que nous l'avons, conſiſte donc en huit livres complets, qui ſont de mille, douze ou treize cens vers chacun.

Le titre d'Antilucrèce montre aſſez que cet ouvrage a été fait pour combattre à armes pareilles la Philoſophie de Lucrèce, ou, ce qui eſt la même choſe, celle d'Epicure, que ce Poëte avoit adoptée avec la plûpart des conſéquences dangereuſes dont elle eſt ſuſceptible.

M. le Cardinal de Polignac diſoit volontiers quelle avoit été l'occaſion de ſon Poëme. En revenant de Pologne il s'étoit arrêté quelque temps en Hollande, il y avoit eu pluſieurs entretiens, pluſieurs diſputes avec le fameux Bayle, dont le Dictionnaire critique paroiſſoit alors depuis peu. On ſçait de quelle manière les argumens d'Epicure, de Lucrèce & des Sceptiques, contre les vérités les plus importantes de la Religion & de la Morale, ont été célébrés & mis en œuvre dans ce Dictionnaire. Ils ne furent pas diſſimulés dans cette occaſion, & dès-lors M. le Cardinal de Polignac forma le projet de les réfuter; ce qu'il exécuta pendant ſon exil à l'Abbaye de Bonport. Ce n'eſt pourtant pas à Bayle qu'il s'adreſſe dans ſon Poëme ſous le nom Quintius, ainſi qu'a fait Lucrèce dans celui *de rerum Natura* à l'égard de Memmius:

Romain d'une famille illuſtre; mais c'eſt, comme nous ſçavons encore, à un homme de qualité, & de beaucoup d'eſprit, qui a été connu par quelques ouvrages, & avec qui M. le Cardinal de Polignac ſe trouvoit lié d'amitié.

Ces craintes prétendues vaines & puériles, dont le Poëte Latin veut délivrer ſon ami, l'auteur de l'Antilucrèce ſonge à les rétablir utilement dans le ſien. Il emploie enſuite tout ce que la Poëſie a de plus ſublime & de plus pathétique, pour lui faire goûter ce que la ſaine philoſophie a de plus conſolant. Ici il foudroie le vice, là il peint avec amour des vertus dont, ſans le ſçavoir, il étoit le modèle. L'homme dans ſon état naturel, vile & imperceptible partie de l'Univers, environné d'élémens qui concourent à le détruire, attaqué par ſes ſemblables, en proie aux bêtes féroces, ſans reſſource dans ſes maux, ſans appui dans ſes adverſités, c'eſt là l'objet que notre Poëte philoſophe préſente à l'homme même, pour lui faire deſirer un protecteur, & pour le rendre attentif à des preuves qui vont le convaincre qu'il en a un, le plus ſage & le plus puiſſant de tous, l'Auteur même de la Nature.

De ſemblables préliminaires font le ſujet du premier livre.

Les livres ſuivans ont auſſi pour but, mais ſous d'autres aſpects, de préparer les voies qui conduiſent à la grande vérité, qu'on ne trouvera traitée à fond que dans le ſeptième & le huitième, ou de diſſiper les nuages qui en obſcurciſſent l'entrée. Cette vérité eſt l'exiſtence d'un premier Eſtre, intelligent, & juſte rémunérateur.

Qu'on n'aille point imaginer ſur cet expoſé & ſur quelques autres endroits de ce diſcours, qu'il s'agit ici peut-être de Théologie & de vérités révélées qui paſſent les limites que nous avons dû ſagement nous preſcrire. La matière de l'Antilucrèce eſt, comme nous l'avons dit, purement philoſophique, par conſéquent de notre reſſort, & traitée comme elle auroit pu l'être au milieu d'Athènes & dans le Portique, ſi l'on y avoit connu les méditations de Deſcartes, ou ſi l'eſprit humain y avoit été plus âgé de deux mille ans: en un mot la Religion, quoique nommée en cent endroits, n'eſt ici proprement

proprement que dans l'intention. Ce seroit une pétition de principe, si elle avoit été employée dans les moyens, puisque la connoissance d'un premier Estre par les seules lumières de la raison, précède, selon l'ordre des choses, la connoissance de ce qu'il nous a révélé.

Le vuide, l'espace éternel & infini, parsemé seulement d'atomes ou corpuscules indivisibles qui s'y meuvent par eux-mêmes, & dont la rencontre fortuite produit tous les Phénomènes de l'Univers, les diverses tendances de ces atomes vers tels ou tels points de l'espace, le hazard enfin, ce mot vuide de sens, & donné pour maître du Monde, sont autant de dogmes Epicuriens, qu'il falloit réfuter, ou, pour me servir de l'expression du Poëte, autant de monstres qu'il falloit abattre, & qu'il frappe en effet de tous les coups qui leur furent jamais portés, & de nouveaux encore plus redoutables. Le Cartésianisme le plus rigide & le mieux conçu, brille dans le développement de ces questions, qui exigent, comme on sçait, une clarté & une précision toutes particulières. On peut dire même que nulle autre Philosophie avant Descartes, n'en avoit fait de vraies questions, si pour les rendre telles il faut y apporter des idées intelligibles.

Mais ce qu'il y a de surprenant dans ce Poëme, & qui l'est encore plus par l'adresse de l'exécution que par la hardiesse du dessein, c'est qu'en traitant ces matières l'auteur a sû y amener presque tout ce que la Physique, la Cosmographie & l'Histoire Naturelle offrent de plus remarquable; y décrire les Arts méchaniques les plus ingénieux ou les plus utiles, y faire entrer la Fable, y rappeller l'Histoire, & toûjours avec une élégance qu'on ne trouve que dans Virgile, ou dans ce même Lucrèce dont notre Poëte s'est déclaré l'antagoniste. Les tours les plus nobles & les plus variés, les transitions les plus heureuses, les figures les plus capables de soûtenir ou de réveiller l'attention, les comparaisons les plus justes & les plus instructives y font passer successivement sous les yeux mille objets divers, comme par une espèce

d'enchantement. C'eſt ici, il faut l'avouer, que la grande & ſublime Poëſie l'emporte infiniment ſur la Proſe dogmatique la plus élégante. Celle-ci ne produira jamais que des lecteurs, celle-là fait des ſpectateurs; elle attache l'eſprit, elle remue l'ame. Ce n'eſt pas le Cardinal de Polignac que vous écoutés dans ſon Poëme, c'eſt le ſpectacle même de la Nature où vous aſſiſtés avec lui. Les grands Poëtes de l'antiquité & quelques modernes nous ont donné des exemples de cette importante illuſion; mais ſi l'Antilucrèce vient à voir le jour, comme il le verra ſans doute par les ſoins d'un illuſtre ami à qui M. le Cardinal de Polignac l'a confié en mourant, j'oſe aſſurer qu'il en fournira une preuve éclatante.

De la réfutation des Atomes & du Vuide, & de toutes les propriétés chimériques dont la Philoſophie Epicurienne les avoit revêtus, l'auteur paſſe à l'origine du Mouvement, qu'il démontre n'être pas eſſentiel à la matière, & n'avoir par conſéquent d'autre cauſe que l'Auteur de la Nature.

Il traite enſuite de la ſpiritualité de l'ame, de ſa diſtinction d'avec le corps, de la ſimplicité & de l'unité de ſon être, qui la rendent indeſtructible à tout agent naturel.

La queſtion de l'ame des bêtes, l'une des plus épineuſes de la Philoſophie, quand la Philoſophie eſt deſtinée à préparer la Religion, ſe préſente ici naturellement, & ne pouvoit être paſſée ſous ſilence. Elle eſt accompagnée, en forme d'objection, & par le ſavant artifice dont nous avons parlé, de tout ce que l'Hiſtoire Naturelle nous apprend de plus curieux des mœurs, des ruſes & de l'induſtrie des animaux. Le principe interne, penſant, ou machinal, qui les fait agir, n'y eſt pas traité avec moins d'art & d'intelligence; diſcuſſion également curieuſe & ſublime.

M. le Cardinal de Polignac, tout Cartéſien qu'il étoit, n'avoit jamais été bien décidé ſur ce point. Il ſentoit parfaitement les avantages du pur machiniſme des bêtes, & combien on applaniſſoit par-là de difficultés; mais il voyoit en même temps ce machiniſme expoſé à de grandes objections. Le parti qu'il avoit coûtume de prendre dans ce

conflict de ſentimens contraires, étoit de montrer que dans l'un & l'autre cas la ſpiritualité de notre ame n'en étoit pas moins certaine, & qu'en abandonnant le reſte aux profondeurs d'une Sageſſe dont nous ne connoîtrons jamais les ſecrets, cette vérité & ſes dépendances n'en pouvoient recevoir aucune atteinte. C'eſt là auſſi le parti qu'il prend dans ſon Poëme. On voit pourtant qu'il penche vers le machiniſme; mais il l'abandonne, il le laiſſe indécis, pour ſe renfermer dans ſon véritable ſujet, ſachant qu'en toute eſpèce de guerre, on n'eſt jamais ſi fort que lorſqu'on embraſſe moins de terrein à défendre.

Le tour de ſes Vers tient beaucoup de celui de Virgile, ſon Poëte favori, qu'il poſſédoit & qu'il a imité en pluſieurs endroits, mais imité en Auteur original, & comme Virgile a imité Homère. Sa reſſemblance avec Lucrèce eſt plus apparente, parce qu'il en emprunte plus fréquemment les traits; mais elle eſt, à mon avis, moins réelle; & ces traits qu'il en emprunte, c'eſt le plus ſouvent pour les lancer contre lui-même, avec plus de force qu'ils n'en avoient en partant de cet adverſaire.

Je n'ai vû nulle part un ſtyle, qui à l'élégance & à la nobleſſe joigne tant de clarté, ſi ce n'eſt peut-être encore dans Virgile.

Mais trop ſemblable à ſon modèle en un ſeul point, M. le Cardinal de Polignac a eu, comme ce grand Poëte, le malheur de ne pouvoir mettre la dernière main à ſon ouvrage. Nous n'avons pas trouvé parmi les copies de l'Antilucrèce qui nous ont été confiées, l'article des expériences de Newton ſur la Lumière, non plus que celui de la règle de Képler ſur la révolution des Planètes, & pluſieurs autres grands morceaux que M. le Cardinal de Polignac nous avoit fait l'honneur de nous communiquer, & qui vrai-ſemblablement n'ont jamais été mis à la place qui leur étoit deſtinée. Il a dit auſſi pluſieurs fois qu'il avoit aſſez de matériaux pour étendre l'Antilucrèce juſqu'à dix, & même juſqu'à douze livres.

Nous ne croyons point cependant que ce qui restoit à faire dans ce Poëme, pour l'achever ou pour l'embellir, soit capable de rien ôter aux éloges qui lui sont dûs, ni à la gloire de son Auteur.

Il en est peut-être de ces sortes d'ouvrages non achevés, mais portés au point où se trouve actuellement celui-ci, comme de ces tableaux admirables dont parle Pline, & qui, selon ce savant connoisseur, n'en étoient que plus admirés, de cela même qu'ils étoient demeurés imparfaits. Saisis d'une douleur tendre à la vûe de ces chef-d'œuvres de l'art, auxquels la mort trop prompte de leurs auteurs a ravi les derniers traits, nous leur prêtons ce qui leur manque, nos regrets suppléent à nos desirs ; nous lisons sur l'ouvrage toute la pensée du génie qui l'a conçu, nous y voyons toutes les beautés qui alloient éclorre sous les mains de l'ouvrier ; & ces mains expirantes qui nous semblent y être encore attachées, en rehaussent le prix à nos yeux.

L'Antilucrèce ne fut pas plûtôt annoncé après le retour de M. le Cardinal de Polignac de son Abbaye de Bonport, que tout ce qui compose le monde savant, s'empressa d'en obtenir la lecture, d'en tirer des copies ou même de le traduire. On va voir que ce monde n'exclud pas ce qu'il y a de plus grand, ou qui approche le plus du trône. Madame la Duchesse du Maine, dont l'esprit infiniment cultivé & également digne de l'être, n'est borné en aucun genre de connoissances, voulut être instruite de celles qui étoient contenues dans l'Antilucrèce, & de la manière dont elles y étoient traitées. L'Auteur le lui traduisit verbalement d'un bout à l'autre. M. le Duc du Maine fit plus, il mit par écrit une traduction de tout le premier livre, & l'offrit à cette Princesse par une élégante épître dédicatoire ; & nous pouvons assûrer avec connoissance de cause, que le présent étoit digne de celle à qui il fut offert. M. le Duc de Bourgogne, ce Prince si chéri de la France, & dont les lumières & les vertus brillent encore dans l'auguste Monarque qui lui doit le jour, voulut avoir des conférences réglées avec M. le

Cardinal de Polignac ſur ſon Antilucrèce, après avoir donné à la lecture de cet ouvrage toute l'application qu'il mérite par lui-même & par ſon objet. Le feu Roi lui en entendit parler avec tant d'éloges, qu'il parut deſirer d'en connoître plus particulièrement les beautés; ce qui engagea M. le Duc de Bourgogne à le traduire, ſi ce n'eſt en entier, du moins en partie.

L'hiſtoire littéraire de M. le Cardinal de Polignac, ainſi que ſa vie politique, nous fourniroit pluſieurs autres ouvrages latins & françois, tant en vers qu'en proſe, dont nous ſerions en état de parler, mais dont nous n'entreprendrons pas même l'énumération. Tels ſont divers morceaux qui ont précédé l'Antilucrèce, & qui rouloient auſſi ſur des matières philoſophiques; des harangues, des plaidoyers, des mémoires, & ſur-tout un nombre prodigieux de lettres & de dépêches, parmi leſquelles il s'en trouve pluſieurs qui peuvent paſſer pour des chef-d'œuvres de politique & d'éloquence.

Cette collection d'Antiques, Marbres, Porphyres, Bronzes, Statues, Buſtes, Bas-reliefs qu'il avoit fait revivre, & dont il avoit orné ſon Palais, après les avoir retirés de deſſous les ruines de cette Ville autrefois maîtreſſe du monde, ville qu'il connoiſſoit dans toutes ſes époques, comme s'il y avoit vécu dans tous les temps, fera éternellement honneur à ſon goût pour les beaux arts & à ſon érudition. L'un & l'autre ont été relevés comme ils méritoient de l'être, dans une Académie qui a l'érudition & les beaux arts en partage.

Pluſieurs autres particularités de ſa vie, pluſieurs faits que nous pourrions encore entaſſer ici & que nous ſupprimons, rempliroient ſans doute l'éloge d'un homme ordinaire, mais il faut néceſſairement abréger dans celui d'un homme auſſi rare que M. le Cardinal de Polignac.

Il avoit atteint l'âge de quatre-vingts ans. Sa bonne conſtitution, ſa ſobriété, & ſa vie uniforme depuis que ſes affaires & la diſcuſſion importante d'un procès concernant ſon diocèſe, le retenoient à Paris, ſembloient lui promettre de plus longs jours. Cependant ſa ſanté s'affoibliſſoit conſidérablement

depuis quelques années. Il fut attaqué d'hydropiſie vers le milieu du mois d'Octobre dernier, & il mourut le 20 Novembre de la même année 1741. Il conſerva toute ſa raiſon dans le cours de ſa maladie, il jouit de toutes ſes lumières juſqu'au dernier ſoupir, & ſes lumières furent accompagnées de tous les ſentimens qu'elles étoient capables de faire naître, & qui ne l'avoient jamais abandonné.

Il avoit été reçu à l'Académie Françoiſe en 1704, à l'Académie des Sciences en 1715, & à celle des Belles Lettres en 1717.

Il aimoit ſouverainement ſa nation & ſon Roi, & il s'occupoit ſans ceſſe des moyens d'affermir ou d'augmenter leur gloire. Les Sciences & les Arts, les Savans & les Artiſtes lui étoient chers à ce titre, & par eux-mêmes; car les grands talens ne marchent point ſans une forte inclination pour tout ce qui ſe rapporte à leur objet.

Sa converſation étoit douce, amuſante & infiniment inſtructive, comme on le peut juger par tout ce qu'il avoit vû dans le Monde & dans les différentes Cours de l'Europe, par les grandes affaires qui avoient roulé ſur lui, en un mot par tout ce qu'il ſavoit, ayant frappé, pour ainſi dire, aux bornes de l'eſprit humain conſidéré par tous ſes côtés. Le ſon de ſa voix, & la grace avec laquelle il parloit & prononçoit ſa langue, achevoient de mettre dans ſon entretien une eſpèce de charme, qui alloit preſque juſqu'à la ſéduction. L'univerſalité de ſes connoiſſances s'y montroit, mais ſans deſſein ni de briller ni de faire ſentir ſa ſupériorité. Il étoit plein d'égards & de politeſſe pour ceux qui l'écoutoient, & s'il aimoit à ſe faire écouter, on ſe plaiſoit encore plus à l'entendre, par tout ce qu'il y avoit d'excellent, de curieux & d'utile à recueillir de ſa converſation.

Sa mémoire ne le laiſſa jamais héſiter ſur un mot, ſur un nom propre, ou ſur une date, ſur un paſſage d'auteur, ou ſur un fait quelqu'éloigné ou détourné qu'il pût être; elle le ſervoit conſtamment, & avec tout l'ordre que la méditation peut mettre dans le diſcours.

Son éloquence dans les grandes affaires, dans les délibérations, dans des dépêches importantes & raisonnées, ou telle qu'on la trouve en plusieurs endroits de ses écrits, se développoit par degrés, & avançoit toûjours sans se hâter, d'abord douce & insinuante, mais pleine de force en approchant du but. Cicéron s'y faisoit sentir avant Démosthène.

Une autre espèce d'éloquence plus indépendante de l'art, celle qui se montre & qui éclate tout-à-coup dans les cas imprévus, ne manquoit pas à M. le Cardinal de Polignac. Nous avons de lui plusieurs traits qui en font foi, & de ces reparties heureuses qui marquent également le coup d'œil vif de l'esprit, & l'élévation du cœur.

La connoissance & le sentiment qu'il avoit de notre ignorance sur l'étendue & les limites des forces de la Nature, pouvoient le rendre favorable un moment à certains faits extraordinaires, qu'une discussion exacte ne manque guère de faire évanouir; mais s'agissoit-il de philosopher, d'examiner & de discuter soigneusement de semblables faits, personne n'étoit plus ferme que lui sur les grands principes du raisonnement, ni plus rigide observateur des loix de la bonne Critique.

Les deux fameux systèmes qui partagent aujourd'hui les Sçavans, faisoient par préférence le sujet de ses entretiens, lorsqu'il se trouvoit avec des personnes capables d'en raisonner. Descartes & Newton mis dans la balance, il ne faut pas demander de quel côté elle penchoit entre les mains de M. le Cardinal de Polignac. Zélé Cartésien par choix, par habitude & même par principe de religion, le Newtonianisme, tel qu'il le concevoit, lui avoit toûjours paru dangereux par sa conformité avec les points fondamentaux de la Physique d'Epicure. Il s'en déclaroit ouvertement, & la dispute sur ce sujet, non plus que sur toute autre matière, ne lui déplaisoit pas. Mais quelque constant qu'il fût dans ses sentimens, il ne les défendoit jamais avec la moindre aigreur. Il déduisoit ses preuves, il exposoit ses objections avec ordre, paisiblement, & du ton dont il semble que parleroit la raison

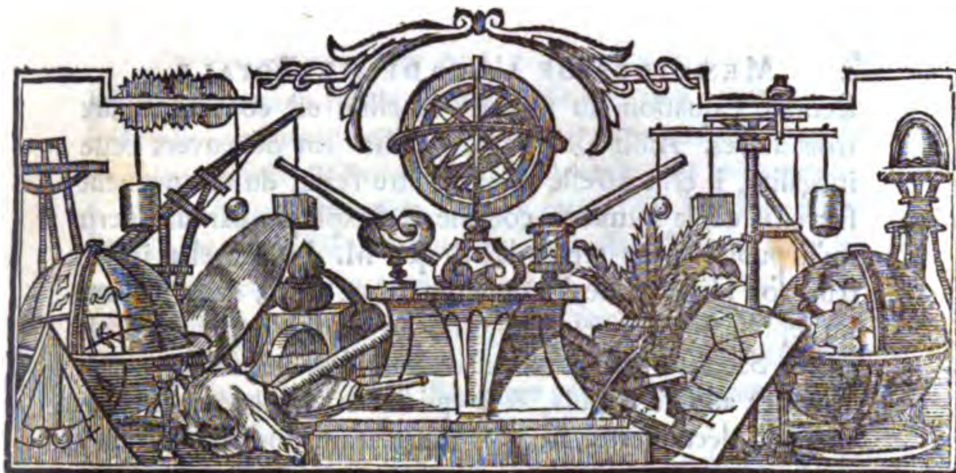
même ayant à s'expliquer ici-bas par des organes humains. On pouvoit hardiment le contredire, on auroit pu même le convaincre, sans déchoir un moment de sa familiarité & de sa bienveillance.

Il avoit une inclination marquée pour l'Agriculture, cet art utile, si propre à nous rappeler le souvenir des mœurs antiques, & il l'entendoit, comme il paroît par plus d'un endroit de son Poëme. Il s'étoit procuré depuis quelques années dans Paris & tout joignant son Palais, un vaste enclos, où il alloit tous les jours dans la belle saison, & où il cultivoit d'excellens fruits & des plantes rares: c'est là aussi qu'il se plaisoit à philosopher avec ses amis.

Enfin, car ce n'est pas un avantage à passer sous silence, M. le Cardinal de Polignac a été un des hommes du monde le mieux fait & de la plus grande mine, on ne pouvoit qu'en être frappé en l'abordant. Je ne sçai quoi d'altier & de relevé caractérisoit ses traits, une noble hardiesse sembloit les animer; mais il ne prenoit pas plûtôt la parole, qu'à cet air imposant succédoit un air de bonté & de douceur qui dissipoit toute crainte, & n'inspiroit que la confiance avec le respect. Son ame étoit alors véritablement peinte sur son visage: ame grande, généreuse & tranquille, qui a toûjours usé libéralement de ses trésors, ainsi que des biens de la fortune, sans les compter, & presque sans les connoître.



MEMOIRES



MEMOIRES
DE
MATHE'MATIQUE
ET
DE PHYSIQUE,

TIRE'S DES REGISTRES de l'Académie Royale des Sciences,

De l'Année M. DCCXLI.

REFLEXIONS Sur la Théorie du troisiéme Satellite de Jupiter.

Par M. MARALDI.



SI l'on considere le grand nombre des éléments qui entrent dans la théorie des Satellites de Jupiter, & la difficulté de les déterminer avec quelque précision, on ne sera point étonné que cette théorie soit encore si éloignée de sa perfection, & qu'on n'ait point encore pu découvrir si la 17 Juin 1741.

ſeconde Equation du premier Satellite eſt commune aux trois autres. Auſſi-tôt que M. Caſſini eut découvert cette inégalité, il crut qu'elle pouvoit être l'effet du mouvement ſucceſſif de la lumiére, comme il l'expliqua par un Ecrit qu'il publia en ce temps-là, & que M. du Hamel a inſéré dans ſon Hiſtoire de l'Académie, page 148; mais n'ayant pu repréſenter par cette inégalité les mouvements des trois autres Satellites, il abandonna cette hypotheſe, que M. Roemer adopta depuis, & à qui on en attribue ordinairement la découverte. Mais ſi l'aberration que M. Bradeley a découverte aux Etoiles fixes, & qui a été confirmée par les obſervations de pluſieurs Aſtronomes, eſt l'effet de la lumiére, joint au mouvement de la Terre, que les Phyſiciens regardent comme la preuve de ſon mouvement ſucceſſif, on ne peut plus ſe diſpenſer d'admettre dans la théorie des Eclipſes des quatre Satellites, la ſeconde Equation du premier, & elle doit être conforme à cette hypotheſe. Il y a tout lieu de croire que ſi on ne l'a point apperçue aux trois derniers Satellites, c'eſt qu'elle a été confondue avec d'autres irrégularités que nous ne connoiſſons point. J'ai fait voir l'année derniére que le ſecond Satellite eſt ſujet à une inégalité ſynodique, qui monte à 24 minutes de temps, tantôt additive & tantôt ſouſtractive, & que la variation de l'inclinaiſon de ſon Orbe, capable de produire dans les Eclipſes de ce Satellite une inégalité de 22 minutes, comme M. Maraldi mon oncle, l'a fait voir dans les Mémoires de l'Académie de 1729, nous empêchoit de découvrir la cauſe & les régles de la prétendue inégalité; car la variation de l'inclinaiſon augmente ou diminue la durée des Eclipſes, & par conſéquent accélere ou retarde l'Immerſion & l'Emerſion, qui ſont les phaſes qu'on obſerve plus fréquemment. Comme on ne peut obſerver qu'une de ces phaſes dans les Eclipſes du premier Satellite, & rarement les deux dans le ſecond, ſi on ne connoît point exactement la durée des Eclipſes, on n'eſt pas plus en droit, dans la comparaiſon que l'on en fait avec les Tables, d'attribuer la différence que

l'on y remarque, plûtôt à une cause qu'à une autre.

Cette considération nous prouve que les observations du troisiéme Satellite sont préférables à celles des trois autres, pour constater l'Equation de la lumiére. Ce Satellite est le seul dont on puisse observer la durée des Eclipses tous les ans, & en connoître plus souvent la variation. Ainsi nous avons jugé à propos de commencer par cet examen ; nous verrons ensuite quelle doit être l'Equation de la lumiére, suivant l'hypothese de M. Bradeley ; enfin nous montrerons comment elle s'accorde avec les observations.

Quelle que soit la cause de la variation de la durée des Eclipses du troisiéme Satellite, c'est aux limites des plus grandes latitudes qu'elle est plus sensible. Nous avons prouvé par quelques-unes de ces observations, dans un Mémoire de 1732, qu'elle avoit toûjours diminué depuis 1691 jusqu'en 1727, & nous avons rapporté l'année derniére une observation du 23 Août 1739, qui confirme cette diminution. Il s'agit de voir présentement ce qu'elle a été avant l'année 1691 ; mais nous n'avons aucunes observations faites aussi proche des limites que celles que nous avons rapportées en 1732, voici comment nous avons cru pouvoir y suppléer.

Après l'examen des causes de la variation de la durée des Eclipses du troisiéme Satellite, nous avons conjecturé en 1732, qu'elle pouvoit venir de l'Inclinaison, comme mon Oncle l'avoit pensé du second Satellite, & nous avons déterminé l'Inclinaison de son Orbe pour l'année 1691 de $3^d\ 0'\ 5''$, pour l'année 1715 de $3^d\ 5'\ 35''$, & pour l'année 1727 de $3^d\ 12'\ 5''$. Rien ne nous empêche de le supposer encore dans ce Mémoire, & nous pourrons par ce moyen substituer la recherche de la variation de l'Inclinaison à celle de la variation de la durée des Eclipses. Dans cette supposition, si la durée des Eclipses diminue, l'Inclinaison doit croître, & au contraire si la durée des Eclipses augmente, l'Inclinaison doit diminuer. Ainsi le lieu des Nœuds des Satellites & le diametre de la section de l'ombre de Jupiter dans l'ombre du Satellite étant donnés, on peut trouver

l'Inclinaiſon par toutes les obſervations de la durée de ſes Eclipſes, & la comparer à celle que nous avons déterminée en 1732. Nous aurons ſoin cependant de ne nous ſervir que des obſervations éloignées des Nœuds de 45 degrés, & au de-là, parce qu'à cette diſtance une erreur d'une minute de temps dans la durée des Eclipſes, en produit une de 4 minutes de degré dans l'Inclinaiſon, qui augmenteroit à meſure que les obſervations ſeroient plus proches des Nœuds. Nous avons trouvé trois obſervations avant 1691, propres pour cette recherche. La plus ancienne eſt du 11 Mai 1673, où la demi-durée de l'Eclipſe a été trouvée de $1^h\ 7'\ 40''$, Jupiter étant à $16^d\ 20'$ de la Balance, éloigné par conſéquent du Nœud deſcendant des Satellites, de $61^d\ 50'$, ce qui donne l'Inclinaiſon de $3^d\ 16'\ 42''$. La ſeconde obſervation eſt du 24 Novembre 1678, où la demi-durée de l'Eclipſe fut obſervée de $1^h\ 20'\ 0''$, Jupiter étant à $4^d\ 45'$ du Bélier, éloigné du Nœud aſcendant de $50^d\ 15'$, par cette obſervation nous avons trouvé l'Inclinaiſon de $3^d\ 13'\ 13''$. Par une autre obſervation de 1687, nous l'avons trouvée de $2^d\ 57'\ 24''$. On voit par ces trois obſervations, que la durée des Eclipſes du troiſiéme Satellite n'a pas toûjours été en diminuant, il y a apparence qu'elle a été auſſi courte avant 1673 qu'elle l'a été en 1739, puiſque nous avons trouvé par l'obſervation de 1673 l'Inclinaiſon de $3^d\ 16'\ 42''$ égale à celle que nous avons trouvée en 1739, qui eſt de $3^d\ 17'\ 35''$. Mais quelle eſt la progreſſion de la variation de l'Inclinaiſon? a-t-elle une période? On n'oſeroit le conclurre des obſervations que j'ai rapportées. Si l'Inclinaiſon n'eſt pas conſtante, & ſi elle eſt la cauſe des variations que nous avons remarquées dans la durée des Eclipſes, elle auroit autant diminué dans l'intervalle de 14 ans, ſçavoir depuis 1673 juſqu'en 1687, qu'elle a augmenté dans l'eſpace de 52 ans, ſçavoir depuis 1687 juſqu'en 1739. On ne ſçauroit concevoir une telle irrégularité, & je ſuis perſuadé que l'Inclinaiſon n'eſt pas la ſeule qui fait varier la durée des Eclipſes des Satellites de Jupiter. Parmi les cauſes qui peuvent la faire varier, je

ne doute point qu'il n'y en ait auſſi d'Optiques, telles que celles dont M. de Fouchy a donné la théorie en 1732. Mais nous ne pouvons pas les appliquer ici, parce que nous ne connoiſſons point la grandeur de ce qu'il appelle la moindre partie viſible du Satellite, nous connoiſſons encore moins l'intenſité de la lumiére, & par conſéquent nous ne pouvons pas calculer leurs variations. C'eſt pourquoi dans l'examen que nous nous ſommes propoſés de faire des obſervations du troiſiéme Satellite, pour conſtater l'Equation de la lumiére, & dans la certitude où nous ſommes de la variation de la durée de ſes Eclipſes, dont nous ne connoiſſons juſqu'à préſent d'autre cauſe que le changement d'Inclinaiſon, nous avons calculé l'Inclinaiſon de ſon Orbe par autant d'obſervations que nous avons pu trouver, en ſuppoſant les Nœuds fixes, & le diametre de la ſection de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe du Satellite, tel que nous l'avons donné en 1732; & ayant conſtruit des Tables de la demi-demeure du Satellite dans l'ombre ſuivant différentes Inclinaiſons, nous nous en ſommes ſervis dans le calcul des obſervations, ſuivant que nous avons jugé que devoit être l'Inclinaiſon, & ſuivant que des obſervations précédentes ou ſuivantes de la durée des Eclipſes nous l'indiquoient. Voici ces obſervations.

TABLE des Obſervations des Eclipſes du troiſiéme Satellite de Jupiter, par leſquelles on a calculé l'Inclinaiſon de ſon Orbe, les Nœuds étant ſuppoſés à 14d 30' du Lion & du Verſeau, & le demi-diametre de l'ombre de 3d 44'.

Dates des Immerſions & Emerſions.	Heures des Immerſ. & Emerſions.	Durée des Eclipſes.	Diſtance au Nœud.	Inclinaiſon.
1673. 11 Mai.....	10h 17' 50" Im. 12 33 11 Em.	2h 15' 21"	61d 50'	3d 16' 42"
1678. 22 Novembre	8 46 40 Im. 11 26 40 Em.	2 40 0	50 15	3 13 13
à Greenwich. 1687. 11 Mars....	15 9 10 Im. 17 42 10 Em.	2 33 0	62 29	2 57 34

Dates des Immersions & Emersions.	Heures des Immerſ. & Emersions.	Durée des Eclipses.	Distance au Nœud.	Inclinaison.
1691. 17 Décembre	6h 5′ 1″ Im. 8 11 41 Em.	2h 6′ 40″	89d 28′	3d 0′ 18″
24 Déc.	10 1 1 Im. 12 8 44 Em.	2 7 43	88 49	2 59 40
1693. 19 Février...	6 9 35 Im. 8 57 32 Em.	2 47 57	51 41	2 56 23
1698. 4 Avril....	12 20 37 Im. 14 29 0 Em.	2 8 23	85 13	3 3 56
1702. 6 Décembre	4 53 52 Im. 7 26 52 Em.	2 33 0	60 64	2 59 2
1703. 10 Octobre..	10 10 10 Im. 12 16 34 Em.	2 6 24	88 58	3 0 41
1704. 4 Janvier...	10 4 7 Im. 12 10 49 Em.	2 6 42	83 19	3 1 39
9 Février...	6 1 36 Im. 8 8 48 Em.	2 7 12	80 6	3 2 36
1705. 25 Janvier...	10 6 10 Im. 12 53 47 Em.	2 47 37	49 24	3 3 5
1715. 2 Août	13 53 29 Im. 15 55 26 Em.	2 1 57	87 28	3 4 14
7 Septembre	10 2 56 Im. 12 4 37 Em.	2 1 41	89 18	3 4 12
14 Sept.	14 8 4 Im. 16 7 22 Em.	1 59 14	88 39	3 5 58
1716. 19 Février...	6 8 5 Im. 8 14 40 Em.	2 6 35	74 34	3 7 16
1721. 19 Février...	13 24 42 Im. 15 39 42 Em.	2 15 0	71 36	3 3 2
1726. 2 Septembre	12 42 2 Im. 15 6 13 Em.	2 24 11	61 48	3 7 53
26 Décembre	5 11 30 Im. 7 19 8 Em.	2 7 38	72 19	3 8 37

Dates des Immersions & Emersions.	Heures des Immerf. & Emersions.	Durée des Eclipses.	Distance au Nœud.	Inclinaison.
1727. 12 Août....	14^h 3' 21" Im. 15 53 17 Em.	1^h 49' 56"	86^d 55'	3^d 12' 24"
à Petersbourg. 1728. 6 Avril....	8 16 12 Im. 10 30 40 Em.	2 14 28	65 16	3 11 44
1732. 1 Février...	10 35 44 Im. 13 27 41 Em.	2 51 57	46 31	3 5 59
1733. 1 Mars....	13 17 30 Im. 15 15 33 Em.	1 58 3	76 21	3 12 12
1739. 22 Août....	14 10 7 Im. 15 54 46 Em.	1 44 39	81 20	3 17 32

Comme l'on n'a reconnu jusqu'à présent aucune excentricité au troisiéme Satellite, nous avons supposé dans tous ces calculs le demi-diametre de l'ombre de Jupiter dans l'Orbe du Satellite, constant, parce que la variation qui lui pourroit arriver de celle des diametres de Jupiter & du Soleil, ne monte qu'à 25" de l'Orbe du Satellite. Il nous reste présentement à déterminer l'Equation de la lumiére suivant l'hypothese de M. Bradeley.

Cet Astronome a découvert par les observations de plusieurs Etoiles, de quelque grandeur qu'elles soient, que la vîtesse de la lumiére est à la vîtesse annuelle de la Terre, comme le rayon est au sinus de 20 secondes & $\frac{1}{4}$; d'où je conclus que dans le temps que la lumiére parcourt le rayon d'un cercle, la Terre parcourra le sinus de 20 secondes du même cercle. Mais la Terre parcourt par son moyen mouvement l'arc de 20 secondes de l'Orbe annuel, qu'on peut prendre pour le sinus même, en 8' 13"; donc la lumiére employera 8' 13" à parcourir le rayon de l'Orbe annuel. Mais Jupiter est plus éloigné de la Terre de tout le diametre de l'Orbe annuel, lorsqu'il est en conjonction avec le Soleil, que lorsqu'il est en opposition; donc l'Equation de la lumiére

étant o à l'oppofition (car c'eft en partant de-là qu'elle commence à fe faire appercevoir) elle fera 16′ 26″ à la conjonction, au lieu que M. Caffini ne l'a fuppofée que de 14′ 10″. Mais comme les conjonctions & les oppofitions arrivent tantôt plus près de la Terre, tantôt plus loin, à caufe de l'excentricité de Jupiter, il fuit de la même hypothefe une feconde Equation de la lumiére, qui étant o au périhélie, doit être de 4′ 6″ $\frac{1}{2}$ à l'aphélie, car l'excentricité de Jupiter eft de 5012 parties, dont le diametre de l'Orbe annuel eft 20000, qui eft à 12 parties près le quart du diametre de l'Orbe annuel. Nous avons conftruit deux Tables de ces Equations, qu'on peut appeller de la première & de la feconde Equation de la lumiére ; la première eft diftribuée pour tous les degrés de la diftance de Jupiter au Soleil, & la feconde pour tous les degrés de l'anomalie de Jupiter. Nous allons voir comment elles s'accordent avec les obfervations : mais je dois avertir auparavant, que dans le calcul des obfervations je me fuis fervi d'une Table de la premiére Equation des Conjonctions, calculée fuivant la théorie de Jupiter de M. Caffini ; celle qu'il a fait imprimer dans fes Tables, & qu'il a empruntée de mon Oncle, fait les Equations plus grandes que fuivant fa théorie : nous verrons fi mon Oncle a eu raifon de les augmenter. Voilà les précautions que nous avons cru devoir faire précéder au calcul que nous avons fait des obfervations du troifiéme Satellite, pour conftater l'Equation de la lumiére, voici en peu de mots le réfultat. J'ai calculé environ 300 obfervations du troifiéme Satellite ; la premiére eft du 16 Septembre 1669, & la derniére eft du 24 Février de la préfente année 1741, ainfi de l'une à l'autre il y a 72 ans, qui font fix périodes de Jupiter. Pour nous conformer aux Tables de M. Caffini, nous ferons commencer ces périodes au fixiéme Signe de l'anomalie de Jupiter, car c'eft là que commence fa Table des Equations des Conjonctions ; nous avons les obfervations de cinq de ces périodes complétes, où nous avons remarqué que dans les fix premiers Signes de ces
périodes,

périodes, qui sont les six derniers de l'anomalie de Jupiter, le calcul corrigé par l'Equation de la lumiére s'accorde beaucoup plus avec les observations, que si on négligeoit cette Equation, & qu'après cette correction il reste encore une inégalité additive qui, lorsqu'elle est plus grande, monte à 12 ou 14' environ, ce qui arrive ordinairement dans les huitiéme & neuviéme Signes de l'anomalie de Jupiter. Elle seroit souvent de plus de 20 minutes, si on négligeoit les Equations de la lumiére; nous avons plusieurs observations qui la demanderoient de plus de 25 minutes. Cette inégalité paroît commencer au sixiéme Signe de l'anomalie de Jupiter, & finir au douziéme, puisque dans ces Signes elle est plus petite, ou d'une dénomination différente.

Dans les six derniers Signes de ces périodes, qui sont les premiers de l'anomalie de Jupiter, l'inégalité qui reste après les corrections de la lumiére, est soustractive, mais moindre de quelques minutes que n'est l'additive dans les autres Signes, ce qui indiqueroit que l'Equation de la lumiére est encore trop petite, ou que les époques des moyens mouvements ne sont pas exactes ; sans les corrections de la lumiére, cette derniére inégalité seroit souvent additive, il est vrai aussi que souvent le calcul approcheroit plus des observations, mais il paroît plus naturel que si après ces corrections il reste quelqu'inégalité, elle soit additive pendant six Signes, & soustractive pendant six autres, & égale dans les uns & dans les autres.

La dénomination de cette derniére inégalité est la même que celle du centre de Jupiter, ou des Equations des conjonctions des Satellites, ce qui montre que mon Oncle a eu raison d'augmenter ces Equations, & nous feroit soupçonner une excentricité au troisiéme Satellite comme au quatriéme. Nous n'oserions cependant l'avancer, parce que les observations de 1676, 1677 & 1678, & celles de 1738, 1739, 1740 & 1741, qui ne sont point comprises dans les cinq périodes, y sont totalement contraires. Dans les premiéres années, sçavoir 1676, 1677 & 1678, Jupiter étant dans

les troiſiéme, quatriéme & cinquiéme Signes d'anomalie, l'inégalité a été additive, & la plus grande qu'on ait jamais obſervée. Dans les obſervations des derniéres années, ſçavoir 1738, 1739, 1740 & 1741, l'inégalité a été ſouſtractive dans les ſixiéme, ſeptiéme & huitiéme Signes d'anomalie de Jupiter; cependant cela ne nous empêchera pas d'admettre l'Equation de la lumiére, & de l'employer dans les calculs du troiſiéme Satellite : j'eſpere qu'on trouvera dans la ſuite la cauſe des autres irrégularités de ce Satellite.

Pour prouver ce que nous avons dit ci-deſſus, il faudroit rapporter toutes les obſervations & leurs différences avec les Tables, ce qui occuperoit trop de place dans ce Mémoire. Nous réſervons les obſervations pour un ouvrage particulier, où nous les donnerons avec celles des trois autres Satellites.



MOYENS DE CONGELER L'ESPRIT DE VIN,

Et de donner aux HUILES GRASSES quelques-uns des caractéres d'une Huile essentielle.

Par M. GEOFFROY.

LORSQUE je lus à la fin de 1739 mes observations sur le Remede de M.lle Stephens, je donnai une analyse du Savon par décomposition & récomposition. Une partie de cette analyse avoit été faite par le moyen de l'Huile de Vitriol; mais j'ai reconnu depuis qu'il n'est pas nécessaire, pour parvenir à cette fin, d'employer un acide si fort, & qu'un acide beaucoup plus foible suffit. En effet, le Vinaigre distillé ordinaire, substitué à l'Huile de Vitriol, fait de même la séparation du Sel & de l'Huile, à la vérité un peu plus lentement. 20 Mai 1741.

Cet acide végétal ayant digéré quelque temps sur 2 onces 2 gros de Savon blanc d'Alican, en a séparé une once 4 gros 54 grains d'Huile d'Olive très-limpide. Le reste de ce composé, solide avant l'expérience, est le Sel alkali de la Soude, qui, comme je l'ai dit dans le Mémoire précédent, ne sçauroit aller qu'à 3 gros 18 grains, parce qu'il faut presque la même quantité d'humidité pour donner à ce Sel une forme de Sel cristallisé. Mais si l'on veut qu'il soit plus concentré ou moins aqueux dans la Soude même, telle que les Savonniers l'employent dans la composition de leur Lessive, quelque réduction que l'on fasse de la quantité de ce Sel, on trouvera toûjours, en examinant ce que j'ai dit dans le Mémoire déja cité, qu'il doit y avoir dans 18 gros de Savon, au moins 2 gros de flegme ou d'humidité.

Le Vinaigre, dans la nouvelle décomposition du Savon, principal ingrédient du Remede Anglois, m'a paru confirmer

ce que j'ai déja dit, qu'un malade dans l'uſage de la Tiſane, & qui en boit par jour trois demi-ſeptiers chargés de 2 onces 2 gros de ce Savon, prenoit au moins une once 4 gros 49 grains & demi d'Huile d'Olive, & trois gros ou environ de Sel de Soude, mêlangé ou uni avec une petite portion de Chaux.

Cette vérification n'étoit pas le principal objet de mon travail. Je cherchois ſi je ne pourrois pas découvrir la raiſon de la conſiſtance de ce corps, composé d'une Leſſive de Sels & d'une Huile.

On ſçait que les principaux caractéres de l'Huile en général, ſont de ne ſe point mêler à l'eau, de la ſurnager ou de ſe précipiter au fond, comme le font certaines Huiles diſtillées ; de diſſoudre le Soufre commun, de former du Savon plus ou moins liquide, lorſqu'on la mêle avec des alkalis fixes mis en liqueur ; de ſe mêler avec toute autre matiére graſſe, ſoit qu'on l'ait exprimée, ſoit qu'on l'ait diſtillée ; de donner quand on la brûle, une flamme plus ou moins claire, & une ſuye plus ou moins abondante, à proportion qu'elle eſt plus ou moins pure. Cette différence de pureté rend auſſi l'Huile différemment inflammable, ſelon une obſervation rapportée à la fin de ce Mémoire.

L'Huile faite par expreſſion ou par ébullition, ſe diſtingue des Huiles eſſentielles, & même des matiéres purement réſineuſes, en ce que naturellement & ſans préparation, elle n'eſt pas diſſoluble dans l'Eſprit de Vin, quoique capable d'inflammabilité ; elle en differe encore, en ce que les Huiles eſſentielles mêlées avec l'eau, montent dans la diſtillation, & que c'eſt même un moyen de les rectifier, au lieu que les Huiles graſſes laiſſent monter l'eau toute ſeule, & reſtent au fond de l'Alembic.

Ainſi il faut qu'il y ait dans ces Huiles, connues ſous le nom d'*Huiles graſſes*, telles que l'Huile d'Olive, d'Amandes, de Lin, de Noix, de Chenevis, &c. quelque matiére qui s'oppoſe à leur union avec l'eau & avec les eſprits ardents, quelque corps du genre des Gommes, qui défend la partie

purement Huile, de l'action de l'Eſprit de Vin, comme à ſon tour la partie qui n'eſt que huileuſe ou inflammable, défend la gommeuſe de l'action diſſolvante de l'Eau, ſans quoi il ſe feroit une union aſſés prompte de l'Huile d'Olive, par exemple, avec l'une ou l'autre de ces deux liqueurs.

Mais la ſéparation de ces deux matiéres de différent caractére, qui compoſent l'Huile dont je parle, eſt extrêmement difficile, & je n'ai pu réuſſir juſqu'à préſent à les avoir ſéparément l'une de l'autre, en ſorte que l'une des deux fût ſeulement diſſoluble dans l'Eau, & l'autre ſeulement dans l'Eſprit de Vin. Si j'y parviens dans la ſuite, comme je l'eſpere, je pourrai dire avec plus de certitude qu'à préſent, que les Huiles communes, non eſſentielles, ne ſont autre choſe que des Gommes-réſines réſoutes, ſemblables ou de même genre que nos Gommes-réſines ſéches qui ſont diſſolubles en partie par l'Eau & en partie par un Eſprit ardent.

En attendant, les inductions qu'on peut tirer de certaines expériences, ſemblent autoriſer ce ſentiment ſur la réunion de deux matiéres de différent caractére dans une même Huile commune; car ſi on diſtille l'Huile d'Olive ou quelqu'autre huile graſſe ſur la Chaux vive, on retire par la diſtillation une huile beaucoup plus ténue, & qui, comme les Huiles eſſentielles, ſe diſſout & diſparoît dans l'Eſprit de Vin, parce que la Chaux a retenu dans ſes pores la partie gommeuſe ou mucilagineuſe de l'huile, ſoit comme plus groſſiére ou comme plus fixe, & qu'elle n'a laiſſé paſſer que la portion purement inflammable, parce qu'elle eſt la plus ténue ou la plus volatile.

Toute huile graſſe qu'on unit par digeſtion ou par ébullition à une leſſive de Sel alkali, concentrée & fort cauſtique, fait du Savon; mais toute huile graſſe ne le donne pas en forme ſolide, comme le Savon d'Alican, de Genes, &c. L'Huile de Lin, par exemple, ne fournira jamais qu'un Savon liquide avec un Sel alkali, quelque forte qu'en ſoit la leſſive. En voici, à ce que je crois, la raiſon, c'eſt que l'Huile de Lin ne ſe grumele & ne ſe coagule point au froid;

au contraire l'Huile d'Olive & l'Huile de Ben, qui cessent d'être liquides au moindre froid, donnent aisément un Savon solide, quand elles ont été suffisamment dissoutes ou divisées par une lessive de Sel alkali, avec laquelle on les a fait bouillir ou digérer pendant du temps.

La cause de la congélation de ces huiles, plus prompte qu'aucune des autres, ne m'est pas encore assés connue pour que je risque de l'expliquer : peut-être que d'autres expériences que je médite, me la feront découvrir. Ainsi je me contente, quant-à-présent, du fait ; & ce fait, c'est-à-dire, cette facilité que l'huile a de se congeler, paroît être d'autant mieux la principale cause de la solidité du Savon, que si l'on fait dissoudre dans une lessive alkaline, même incapable de se cristalliser, comme est celle de Potasse pure & de Chaux vive, quelque matiére inflammable qu'on puisse regarder comme une huile naturelle, mais tellement congelée, qu'elle en soit dure, cassante & même friable, on a en trois ou quatre heures de simple digestion, un véritable Savon qui n'a besoin que d'une digestion un peu plus longue pour être aussi solide que le Savon d'Alicante. Ce fait appartient à un Mémoire que M. Hellot donnera dans quelque temps sur la Cire végétale de la Caroline & de la Louisiane.

On peut encore faire concourir comme cause de la solidité du Savon ordinaire, la portion terreuse de la Chaux qui, étant entrée dans la lessive forte des Savonniers, s'est mêlée avec l'huile pendant l'ébullition, comme aussi la propriété particuliére qu'a le Sel alkali de la Soude de se cristalliser au froid, & de perdre aisément son humidité. Ainsi le Savon d'Alicante est composé de deux matiéres principales, qui séparément cessent d'être liquides quand le froid les surprend ; & de la proximité de leurs parties divisées, infiniment petites, & chacune congelée séparément, il résulte un tout ou une masse qui, de liquide au feu, devient compacte au froid, qui n'est pas séche au toucher comme le Sel le seroit s'il étoit seul, mais grasse & onctueuse, parce que ce sont des particules huileuses d'une petitesse extrême, mêlées avec

des cristaux salins aussi petits ou peut-être plus petits qu'elles. Divisés cette masse en des lames très-minces, évaporés-en l'humidité à une chaleur douce, ces lames perdront leur onctuosité, & deviendront friables, parce qu'alors le Sel de la Soude qui a été exposé à la chaleur, a perdu son humidité, & s'est calciné ou réduit en une farine encore plus fine qu'il ne l'étoit étant cristallisé, & cette farine recouvrant les particules huileuses qui sont aussi en partie desséchées, le tact n'en reçoit plus l'impression précédente de douceur & d'onctuosité. On peut se convaincre par le Microscope, que cette explication n'est pas simplement imaginée.

L'Huile d'Olive seule se mêle avec d'autres huiles : le Sel alkali dissout ou divise ces liqueurs grasses, mais le Savon qui résulte du mêlange de l'huile & du Sel alkali, n'est plus dissout dans les huiles. J'y en ai tenu de ratissé bien mince pendant plus d'une année, sans qu'il y ait reçu la moindre altération. Le Sel alkali qui n'est plus en dissolution dans le Savon formé & compact, s'y trouve en assés grande quantité pour empêcher que l'huile avec laquelle il est joint, ne s'unisse de nouveau avec d'autres huiles grasses : pour dissoudre ce composé, il faut une liqueur plus subtile, & elle-même composée de différentes substances. Le même sel qui l'empêche de se mêler aux huiles, empêche aussi son huile de brûler, car pour peu qu'on frotte un papier de Savon, on lui ôte la facilité qu'il a de s'enflammer à la lumiére d'une bougie.

Le Savon se fond & s'étend dans l'eau comme une matiére mucilagineuse : plus l'eau est pure, mieux il s'y mêle sans se grumeler, & il la fait paroître blanche ou laiteuse. Si c'est une eau crue, qui contienne quelque portion d'acide vitriolique, il ne fait que s'y diviser en flocons neigeux, inégalement suspendus dans le liquide ; c'est pourquoi le Savon peut servir à faire connoître assés bien la simplicité ou la pureté de l'eau d'une Riviére, d'une Source, &c. car pour peu que cette eau contienne d'acide, cet acide saisit une partie de l'alkali du Savon, & alors la proportion convenable &

néceſſaire entre l'huile & le ſel, pour faire un vrai Savon, n'étant plus telle qu'elle doit être, la diſtribution uniforme de ce composé ne ſe fait pas dans une telle eau comme dans une eau qui eſt pure.

Jamais le Savon ne ſe diſſout dans l'eau, de quelque pureté qu'on la puiſſe concevoir, ſans la teindre d'une couleur laiteuſe & opaque; par conſéquent il ne s'en fait pas une diſſolution auſſi parfaite que le ſeroit celle d'un métal dans l'acide qui lui convient. La raiſon en eſt que l'eau, ſuppoſée pure, étant un diſſolvant homogene, ne trouve dans le Savon qu'une ſeule matiére qu'elle puiſſe diſſoudre parfaitement, c'eſt-à-dire le ſel. La partie huileuſe, qui n'y eſt que diviſée, n'a point changé de nature, puiſqu'on la peut faire reparoître par un acide, & par conſéquent ayant conſervé ſon caractére d'huile, elle demeure incapable d'union avec l'eau.

Le Savon ſe fond moins bien dans le Vin blanc que dans l'Eau, quoique le Vin diſſolve certaines Gommes réſineuſes que l'Eau ne diſſout pas. Cette petite différence me paroît devoir être attribuée à l'acide tartareux ou végétal qui eſt dans le Vin; or puiſqu'il ſera prouvé par les expériences ſuivantes, que l'acide opere la deſunion de ce composé, il s'enſuit que ſi dans le Vin blanc l'huile du Savon ne ſe ſépare pas auſſi facilement que dans d'autres circonſtances dont il ſera parlé, c'eſt que cet acide n'y eſt pas aſſés abondant, mais qu'il ſuffit cependant pour empêcher que la diſſolution du Savon ne ſe faſſe avec une ſorte d'égalité, comme la plus petite quantité d'acide répandue dans de l'eau, fait paroître le Savon grumelé.

L'Eau de vie, qui contient pour l'ordinaire moitié d'eſprit inflammable, & dont l'autre moitié, qu'on regarde comme ſon flegme, eſt encore mêlée avec une matiére huileuſe très-abondante & légérement ſaline, diſſout le Savon beaucoup mieux que l'Eau, & encore mieux que le Vin blanc. Cependant cette diſſolution eſt toûjours un peu laiteuſe. Mais ſi dans trois onces & demie de bonne Eau de vie, on met

met ſeulement un gros de criſtaux de Soude pour alkaliſer ſon flegme huileux, alors elle tiendra en diſſolution parfaitement limpide, juſqu'à une once deux gros de Savon bien blanc, & elle reſtera en cet état tant que le vaiſſeau ſera aſſés bien bouché pour que le ſpiritueux de la liqueur ne puiſſe s'évaporer. Les grands froids font perdre à cette liqueur une partie de ſa fluidité, & on y apperçoit une ſorte d'épaiſſiſſement, lequel diſparoît quand les chaleurs reviennent.

Si l'Eau-de-vie ſimple paroît un peu laiteuſe quand elle a diſſous le Savon, c'eſt parce qu'elle eſt trop aqueuſe, ou parce qu'elle contient d'elle-même une portion d'huile qui lui donnoit déja une teinte jaunâtre. En y ajoûtant du Sel de Soude, on préſente à ſon acide tartareux un alkali, il s'en forme un Sel moyen réſout, qui eſt limpide, & l'Huile de l'Eau-de-vie rentre alors plus aiſément dans la partie ſpiritueuſe, parce qu'il n'y a plus d'acide qui l'en empêche.

Une preuve que c'eſt l'acide qui s'oppoſe au mélange parfait de l'huile avec la partie ſpiritueuſe inflammable, c'eſt que ſi l'on met dans de l'Eſprit de Vin acidulé, ou dans un eſprit acide dulcifié, une certaine quantité de Savon, la diviſion des matiéres différentes qui compoſent ce mixte, ſe fait preſqu'auſſi facilement que ſi l'on verſoit de l'acide pur ſur du Savon diſſous. La partie flegmatique de la liqueur diſſout le Sel alkali du compoſé, l'acide l'attaque, & la plus grande partie de l'huile ſurnage.

Ce qu'il y a de plus ſingulier à obſerver dans les expériences que je viens de lire, c'eſt que quand on fait fondre du Savon dans de l'Eau, on a toûjours une liqueur laiteuſe, parce qu'une infinité de petites parties opaques & indiſſolubles dans cette liqueur, y ſont ſuſpendues, & empêchent la tranſmiſſion libre des rayons de la lumiére. Mais ces mêmes parties, apparentes dans l'Eau, paroiſſent infiniment moins dans l'Eau-de-vie. C'eſt donc la partie ſpiritueuſe de cette liqueur inflammable qui les tient en diſſolution, & cependant cette même partie ſpiritueuſe n'eſt pas capable de

diſſoudre l'Huile d'Olive, quand elle n'a pas été unie précédemment à un Sel alkali, ou quand elle n'a pas été ſéparée du Savon par un acide végétal ou minéral. Car quoiqu'après cette ſéparation ſa couleur ſoit la même, cependant elle a acquis une partie des propriétés d'une Huile eſſentielle, c'eſt-à-dire, qu'elle eſt beaucoup plus inflammable, qu'elle donne moins de ſuye, enfin qu'elle s'unit dans l'inſtant à l'Eſprit de Vin ; à la vérité elle ne monte pas avec l'Eau dans la diſtillation comme le font les véritables Huiles eſſentielles. Il faut donc attribuer la cauſe de cette limpidité du mêlange de l'Eau-de-vie & du Savon, à la diſpoſition actuelle des particules de l'Huile, à leur diviſion en des atomes infiniment petits, & vraiſemblablement à ce que la partie gommeuſe ou mucilagineuſe de l'Huile ayant été diſſoute dans le flegme de l'Eau-de-vie avec le Sel alkali, le reſte de cette huile eſt devenu plus ſubtil, plus homogene, & par conſéquent plus propre à ſe diſſoudre totalement dans l'eſprit inflammable de la liqueur.

L'Eſprit de Vin diſſout les Huiles eſſentielles, & ne diſſout pas les Huiles faites par expreſſion ou par ébullition, à moins qu'elles n'ayent été purifiées, ſubtiliſées par les opérations dont j'ai parlé, & qu'un intermede terreux n'ait retenu leurs parties groſſiéres dans la diſtillation, ou qu'un Sel alkali uni à la Chaux, n'ait produit le même effet. L'Eſprit de Vin ſe charge auſſi des Sels alkalis volatils, & de quelques Sels moyens volatils, comme le Sel volatil du Vitriol de M. Homberg, connu ſous le nom de *Sel ſédatif;* il s'unit de même en partie aux eſprits volatils urineux, qui ſont des Sels volatils réſouts ; il ſe joint très-aiſément aux eſprits acides, même aux Sels volatils acides, tels que le Sel volatil du Succin, mais jamais il ne ſe mêle avec les Sels alkalis fixes, ſecs ou liquéfiés, à moins qu'ils n'ayent été violemment alkaliſés par le feu, ou encore mieux, à l'aide du principe inflammable de quelque Minéral avec lequel on les a tenus long-temps en fuſion ; car alors l'Eſprit de Vin en tire une teinture âcre & mordicante : la *Tinctura acris* de

M. Stahl en eſt un exemple. Si l'on voit quelquefois le Sel de Tartre ordinaire, la Potaſſe, la Cendre gravelée, ſe diſſoudre dans l'Eſprit de Vin, ce n'eſt alors que parce que cet eſprit eſt aqueux, car il n'y a que ſa partie flegmatique qui puiſſe en faire la diſſolution, & qui reſte liquide avec eux au fond du vaiſſeau au-deſſous de la partie ſpiritueuſe inflammable.

Mais quand le Sel alkali & l'Huile ont été unis enſemble par ébullition, quand on en a fait du Savon, qui n'eſt, pour ainſi dire, qu'un amalgame des deux, alors l'Eſprit de Vin les diſſout, & en apparence ſi parfaitement, que trois onces de cet eſprit peuvent tenir en diſſolution un gros de Savon blanc, & même plus, ſans que la limpidité de cette liqueur en ſoit aucunement altérée. Il eſt vrai qu'il faut aider cette diſſolution par une chaleur aſſés vive, laiſſer refroidir la liqueur, la décanter, & la tenir dans une Bouteille bien bouchée. Si l'on débouche la bouteille, & qu'on laiſſe évaporer la partie la plus inflammable & la plus volatile de l'Eſprit de Vin, on verra le Savon ſe précipiter peu-à-peu, & former des eſpeces de criſtaux flocomeux, compoſés de filets longs & ſoyeux, poſés parallelement les uns ſur les autres, comme le fil d'Amianthe le plus fin. Cette diſſolution du Savon n'eſt pas, comme je l'ai dit, une deſtruction de ſes parties, puiſqu'on peut les en retirer de nouveau, comme on retire le Mercure & l'Argent de la diſſolution de ces deux métaux qu'on auroit amalgamés avant que de les diſſoudre. Le Savon ne perd pas même ſon odeur, quoique diviſé en parties infiniment petites dans un liquide qui a une odeur encore plus pénétrante que la ſienne.

Cependant, avec le ſecours d'un acide, on acheve de donner à l'huile graſſe & groſſiére du Savon, la perfection dont j'ai déja parlé ; on la convertit en Huile, qui a les principaux caracteres de l'Huile éthérée. Il n'y a qu'à verſer ſur la diſſolution précédente de l'Eſprit de Vitriol juſqu'à agréable acidité, il ſe précipitera pendant la digeſtion une matiére ſaline diſſoluble dans l'eau. Décantés la liqueur qui,

après cette précipitation, conſerve encore ſa limpidité ; verſés deſſus deux fois autant d'eau, le mêlange deviendra laiteux, & l'huile ſe ſéparera. Cette huile qui, avant que d'entrer dans la compoſition du Savon, reſtoit dans l'Eſprit de Vin ſans s'y mêler, eſt diſſoute en un inſtant par cet eſprit ardent, lorſqu'elle a été purifiée comme je viens de le dire.

Quand j'ai diſſout ſeulement un gros de Savon blanc dans trois onces ou 24 gros de bon Eſprit de Vin, je décante cette diſſolution dans une Fiole cylindrique que je bouche bien. La liqueur eſt parfaitement limpide, ſans aucune teinte, & extrêmement fluide. Cependant je la puis condenſer aſſés vîte en une maſſe auſſi tranſparente que ſi elle n'avoit rien perdu de ſa fluidité, & qui paroît comme un cylindre ſolide du plus beau Criſtal. Je l'ai fait voir en cet état à pluſieurs perſonnes de l'Académie qui, à ce que je crois, s'en reſſouviennent. Pour que cette congélation ſe faſſe comme je viens de la décrire, j'expoſe la Fiole à l'air dans un temps froid où le Thermometre ſeroit ſeulement à 2 degrés au-deſſus du terme de la congélation, ou bien je l'enfonce un peu dans de la neige ; en 10 ou 12 minutes j'ai le *coagulum* tranſparent & uniforme, c'eſt-à-dire, ſans aucun glaçon qui le traverſe. Il ne faut pas laiſſer prendre à la liqueur un degré de froid trop vif, ni qu'elle en ſoit frappée trop bruſquement, parce qu'alors le *coagulum* auroit une couleur laiteuſe, & deviendroit opaque.

On peut expliquer ce phénomene de différentes maniéres. Tant que l'Eſprit de Vin ſe trouve dans un air tempéré, il conſerve le degré de fluidité qui lui eſt propre, & en cet état les particules des matiéres qui compoſent le Savon, y étant diviſées & ſubdiviſées preſqu'à l'infini, elles ſe tiennent ſuſpendues dans le liquide, ſans qu'on y puiſſe appercevoir aucune opacité, comme l'Argent & le Mercure, exactement diſſouts dans l'Eau-forte, n'alterent pas ſa limpidité ; mais lorſque dans mon expérience la liqueur vient à diminuer de volume, en ſe condenſant par le froid, les particules du Savon ſe rapprochent, & deviennent alors plus apparentes

qu'elles n'étoient auparavant dans cette liqueur, quand elle avoit son premier volume.

Il seroit peut-être plus simple de n'attribuer qu'à l'huile du Savon la cause de cette congélation diaphane par un froid modéré, & de l'opacité occasionnée par un froid plus vif. L'Huile d'Olive, ainsi que l'Huile de Ben, sont de toutes les huiles grasses celles qui se congélent le plus vîte au froid. Ainsi comme l'Huile d'Olive n'est que divisée dans l'Esprit de Vin, chacune de ses petites parties reste transparente tant que le degré du froid n'est pas assés fort pour leur faire perdre leur diaphanéïté, mais qu'il l'est seulement assés pour arrêter la rapidité de leur mouvement. S'il survient un froid trop vif ou trop subit, chacune de ces petites parties, globuleuses, ou de telle figure qu'on voudra, se congéle; & comme toute huile congelée est opaque, tous ces petits corps ayant perdu leur transparence, la liqueur totale ne paroît plus que d'une couleur laiteuse. Quand cette dissolution du Savon ne reçoit de l'air qu'une impression de froid modérée, ou moyenne entre le degré de chaleur nécessaire à la fluidité de l'huile & le degré de froid qui la grumele, sa congélation se fait & se distribue plus également, & toute la liqueur prend uniformément une sorte de solidité presque semblable à de la Colle de poisson dissoute dans de l'eau bien claire. Une raison assés forte qui peut faire attribuer cette congélation de la totalité de la liqueur à la seule huile du Savon, c'est que quand on tient long-temps ce *coagulum*, devenu opaque, au grand froid, il paroît sensiblement se resserrer, & même il exprime des gouttes d'Esprit de Vin qui reprennent la fluidité & la transparence qui leur sont propres.

L'expérience ne réussit pas de même avec l'Eau-de-vie, parce qu'étant beaucoup plus aqueuse, la dissolution du Savon s'y fait différemment que dans l'Esprit de Vin, & l'on ne peut parvenir à faire un *coagulum* un peu semblable au précédent, qu'en augmentant considérablement la quantité du Savon; alors ce qui en paroît coagulé, doit être regardé comme une espece de précipitation.

Il faut vraiſemblablement le concours du Sel alkali, & encore plus celui de l'acide qui ſépare l'huile du Savon, pour changer le caractére des huiles graſſes & communes, & les convertir en une eſpece d'Huile éthérée, car l'Eſprit de Vin ſeul ne fait pas cet effet. J'ai fait digérer pendant pluſieurs mois de l'Huile d'Olive & de l'Eſprit de Vin, mis à parties égales dans un même vaiſſeau. J'ai vû l'huile s'éclaircir, & perdre ſa couleur jaune, ſans que l'Eſprit de Vin parût ſe teindre. Le mélange fut au bout de quelque temps d'une tranſparence ſi uniforme qu'on auroit cru qu'il n'y avoit qu'une ſeule liqueur, & il falloit remuer le vaiſſeau pour s'aſſûrer qu'il y en avoit deux, dont l'une ſurnageoit l'autre. Malgré cette dépuration apparente, l'huile conſervoit ſon goût gras; peu-à-peu elle prit une odeur rance, & l'ayant expoſée au froid, elle s'y grumela fort vîte, & ſe congela comme elle faiſoit auparavant.

Ce n'eſt pas le Sel alkali ſeul qui prépare l'huile à être ſéparée pure par un acide; les matiéres calcinées terreuſes, même métalliques, font le même effet. On a déja remarqué ce que j'ai dit de la dépuration d'une Huile graſſe par le moyen de la Chaux vive; j'ajoûterai que ſi l'on fait cuire, à la maniére des emplâtres, une livre de Litharge bien broyée & bien lavée, avec deux livres d'Huile d'Olive, & qu'on ait l'attention d'entretenir dans le vaiſſeau aſſés d'eau pour empêcher le mélange de ſe brûler, on remarquera, pendant que l'huile s'incorpore avec la chaux du Plomb, qu'il s'en éleve une fumée dont l'odeur eſt ſemblable à celle du Savon. Lorſque la cuiſſon eſt achevée, on a une maſſe blancheâtre, qu'on pourroit appeller un *Savon métallique*, puiſqu'elle a pluſieurs des propriétés du Savon ordinaire, & qu'il ne lui manque preſque que celle de ſe fondre dans l'eau, à laquelle elle ne fait que communiquer un goût gras.

Si l'on fait bouillir cette maſſe huileuſe & métallique dans de l'Eſprit de Vin, & qu'enſuite on l'y laiſſe tranquille pendant quelque temps, on y voit paroître une pellicule graſſe, partie ſurnageant la liqueur, partie adhérente aux

parois du vaisseau. Filtrés cette liqueur pour l'avoir limpide, & l'exposés à un froid de deux degrés ou environ, elle deviendra trouble, ce qui n'arrive pas à une dissolution du Savon ordinaire dans l'Esprit de Vin. Mais dans l'expérience suivante, la base de ce Savon métallique, ou ce qui lui a donné sa solidité, est une matiére indissoluble dans la partie flegmatique de l'Esprit de Vin; ce sont donc les petites parties de la Litharge, nageantes dans ce liquide, qui en alterent la limpidité. Il faut les faire disparoître en les dissolvant : pour cela, il n'y a qu'à y ajoûter suffisante quantité de Vinaigre distillé, à mesure que cet acide attaque la Litharge, la liqueur totale s'éclaircit, & l'on voit l'huile se séparer des parties métalliques calcinées avec lesquelles elle étoit unie; elle prend peu-à-peu le haut de la liqueur, & elle y reparoît beaucoup plus transparente qu'elle n'étoit originairement. Séparés-la avec un Siphon, de nouvel Esprit de Vin la dissoudra.

Si l'on substituoit l'acide du Vitriol au Vinaigre distillé, on sépareroit de même de la masse précédente une huile dissoluble par un esprit ardent; mais l'acide vitriolique, au lieu de dissoudre la chaux du Plomb, la précipiteroit, parce que l'Huile de Vitriol ne dissout le Plomb que quand elle est extrêmement concentrée; encore faut-il la chauffer jusqu'à la faire bouillir.

On sépare encore une huile dissoluble de la masse huileuse & métallique, sans la dissoudre d'abord dans l'Esprit de Vin. Il n'y a qu'à la faire digérer dans du Vinaigre distillé, le Plomb s'y dissout peu-à-peu, l'huile le quitte, & s'éleve claire & limpide à la surface de cette liqueur acide.

Il paroît par toutes ces expériences, que les matiéres violemment calcinées, sont propres à s'unir avec les huiles, & à prendre corps plus facilement avec celles qui se congélent aisément au moindre froid, qu'avec celles qui restent fluïdes; que les acides décomposent les mélanges savonneux, quelque parfaits qu'ils puissent être; que pour ôter aux huiles par expression la matiére mucilagineuse ou gommeuse

qui les empêche de ſe joindre à l'Eſprit de Vin, il faut les faire paſſer au travers de ces matiéres calcinées ; qu'il n'importe pas qu'elles ſoient ſalines, terreuſes ou métalliques pour produire cet effet ; que par ces mêmes expériences, on a lieu de ſoupçonner que la matiére qui a été ſéparée, n'étoit pas inflammable, puiſque les huiles qui en ſont délivrées, en deviennent plus ſubtiles, ſe diſſolvent dans l'Eſprit de Vin, prennent feu beaucoup plus aiſément qu'auparavant, & rendent beaucoup moins de ſuye.

On a encore la preuve de l'exiſtence de cette matiére hétérogene par un moyen plus ſimple. Il n'y a qu'à mettre une livre d'Huile d'Olive, tirée nouvellement d'un tonneau plein, dans une Lampe de fer blanc qui ait une longue ſurface, y plonger une mêche un peu longue, de 40 à 50 fils de coton fin, ajuſtant le lumignon de maniére que lorſqu'il ſera allumé, ſa flamme ne faſſe point de dard pointu, il brûlera 28 à 30 heures ſans qu'on le mouche & ſans donner de fumée. Eteignés-le au bout de ce temps, & laiſſés la Lampe expoſée à l'air pendant trois ſemaines ou un mois; alors rallumés ce lumignon, dont vous aurés coupé le bout noir avec des ciſeaux, il ne brûlera pas plus d'une heure ſans s'éteindre, & deviendra plus dur que du charbon. Examinés l'huile de la Lampe, vous y trouverés deux ſortes de matiéres, l'une condenſée preſque comme du Succin, l'autre un peu plus liquide, mais beaucoup moins qu'elle ne l'étoit quand elle étoit nouvelle. Ainſi ce qu'il y avoit de groſſier & de non inflammable dans l'huile, s'en eſt précipité, & la mêche ſe trouvant, pour ainſi dire, obſtruée par cette matiére épaiſſie, elle ne peut plus pomper la partie inflammable, comme elle le faiſoit quand l'huile étoit bien fluide. Ce ſont ces deux matiéres, ſéparées l'une de l'autre naturellement & ſans aucun ſecours étranger, qu'il faut examiner, pour avoir une entiére certitude que les Huiles faites par expreſſion, ne ſont que des Gommes-réſines liquides, ainſi que j'ai crû pouvoir le dire dans ce Mémoire.



SUR

SUR LE CAS IRRE'DUCTIBLE DU TROISIE'ME DEGRE'.

Par M. NICOLE.

J'AI lû en 1738 deux Mémoires sur cette matiére, qui sont imprimés dans le Volume de cette année-là. L'un de ces deux Mémoires contient la maniére de réduire à des quantités réelles, la formule algébrique que Cardan a donnée il y a près de deux siécles. Cette formule de Cardan exprime la plus grande des trois Racines dont est composée une Equation du 3.me degré, dans le cas où ces trois Racines sont inégales, réelles & incommensurables. 6 Mai 1741.

Tous les Géometres sçavent que cette formule de Cardan renferme un mêlange de quantités réelles & de quantités imaginaires : ces quantités imaginaires qui entrent dans l'expression d'une grandeur qui doit être réelle, avoient toûjours été un sujet de scandale.

J'ai montré dans le Mémoire dont je parle, qu'en étendant en Suite infinie, chacun des deux signes radicaux qui entrent dans la formule de Cardan, il en résultoit deux Suites infinies; que chacune de ces deux Suites étoit composée de termes alternativement réels & imaginaires, & que tous les termes imaginaires qui étoient positifs dans l'une de ces Suites, étoient négatifs dans l'autre; par ce moyen toutes les quantités imaginaires se détruisant, la formule de Cardan ne se trouvoit plus composée que de quantités réelles.

Mais quoique j'eusse fait cette réduction en quantités réelles, je n'étois parvenu qu'à une expression algébrique qui contenoit une Suite composée d'une infinité de termes.

Depuis ce temps-là, en examinant cette Suite, dont tous les termes sont alternativement positifs & négatifs, j'ai vû qu'ils étoient les mêmes que ceux de la puissance n d'un

binome pris de deux en deux, & que la premiére partie de ce binome étoit une quantité algébrique composée d'un numérateur & d'un dénominateur, la seconde partie étant l'unité. Tous les termes positifs de la Suite qu'il faut sommer, sont donc ceux de la puissance *n* de ce binome pris de quatre en quatre, sçavoir les 1, 5, 9, 13, &c. termes.

Et tous les termes négatifs de cette Suite sont aussi ceux de la même puissance du même binome pris aussi de quatre en quatre, à commencer par le 3.me terme, sçavoir les 3, 7, 11, 15, &c. termes.

La résolution complète du fameux Probleme du Cas irréductible, se réduit donc à trouver les formules générales qui expriment les sommes des termes de la puissance *n* de ce binome pris de quatre en quatre.

Mais quoique jusqu'à présent j'aye employé bien du temps à la recherche de ces formules, je ne suis encore parvenu à les trouver que dans un cas particulier, c'est celui où il y a égalité entre le numérateur & le dénominateur de la quantité algébrique qui exprime la premiére partie du binome; alors cette premiére partie devient l'unité, & le binome est $1 + 1$. Or on sçait que toutes les puissances de ce binome sont exprimées par les bandes perpendiculaires du Triangle arithmétique de M. Pascal.

On verra donc dans ce Mémoire, la maniére de trouver les formules qui expriment les sommes des termes pris de quatre en quatre d'une bande perpendiculaire quelconque du Triangle arithmétique de M. Pascal.

Ces formules étant trouvées, il ne faut plus que les substituer à la place de la Suite infinie qui entre dans l'expression à laquelle on avoit réduit le Probleme du Cas irréductible, & mettre dans cette expression, pour le rapport des coefficients de l'Equation du 3.me degré qu'on vouloit résoudre, celui qui résulte de l'égalité entre le numérateur & le dénominateur de la quantité algébrique dont on a parlé.

Tout cela étant fait, on a la Racine de l'Equation du 3.me degré qu'on cherchoit pour ce cas particulier seulement,

qui contient cependant une infinité d'Equations qui y sont renfermées, & dont les trois Racines sont réelles, inégales & incommensurables.

J'ai fait voir dans les Mémoires de l'année 1738, p. 100, que l'expression de l'une des trois Racines de toute Equation du 3.me degré, qui est $\sqrt[3]{[\frac{1}{2}q + \sqrt{(\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3)}]} + \sqrt[3]{[\frac{1}{2}q - \sqrt{(\frac{1}{4}qq - \frac{1}{27}p^3)}]}$ peut se réduire dans le cas où $\frac{1}{27}p^3$ est plus grand que $\frac{1}{4}qq$, à cette autre expression $\sqrt[6]{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)} \times [\sqrt[3]{(\frac{q}{2\sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}} + \sqrt{-1})} + \sqrt[3]{(\frac{q}{2\sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}} - \sqrt{-1})}]$; & qu'en supposant $\frac{1}{2}q = a$, & $\sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)} = b$, cette expression devient $\sqrt[3]{b} \times [(\frac{a}{b} + \sqrt{-1})^{\frac{1}{3}} + (\frac{a}{b} - \sqrt{-1})^{\frac{1}{3}}]$, ou en faisant encore $\frac{1}{3} = n$, elle devient $b^n \times [(\frac{a}{b} + \sqrt{-1})^n + (\frac{a}{b} - \sqrt{-1})^n]$; qu'en élevant chacun de ces binomes à la puissance n, cette quantité devient

$$2b^n \times \left\{\begin{array}{l} (\frac{a}{b})^n - \frac{n \times n-1}{1.2} \times (\frac{a}{b})^{n-2} + \frac{n \times n-1 \times n-2 \times n-3}{1.2.3.4} \times (\frac{a}{b})^{n-4} \\ - \frac{n \times n-1 \times \ldots n-5}{1.2 \ldots 6} \times (\frac{a}{b})^{n-6} + \frac{n \times n-1 \times \ldots n-7}{1.2 \ldots 8} \times (\frac{a}{b})^{n-8} \\ - \frac{n \times n-1 \times \ldots n-9}{1.2 \ldots 10} \times (\frac{a}{b})^{n-10} + \&c. \end{array}\right.$$

dans laquelle il n'y a plus de grandeurs imaginaires. La question du Cas irréductible se réduit donc à trouver la somme de cette Suite.

Pour rendre cette Suite plus simple, soit supposé $a = b$, elle deviendra

$$2b^n \times \left\{\begin{array}{l} 1 - \frac{n \times n-1}{1.2} + \frac{n \times n-1 \times n-2 \times n-3}{1.2.3.4} - \frac{n \times n-1 \times \ldots n-5}{1.2 \ldots 6} \\ + \frac{n \times n-1 \times \ldots n-7}{1.2 \ldots 8} - \frac{n \times n-1 \times \ldots n-9}{1.2 \ldots 10} + \frac{n \times n-1 \times \ldots n-11}{1.2 \ldots 12} \\ - \frac{n \times n-1 \times \ldots n-13}{1.2 \ldots 14} + \frac{n \times n-1 \times \ldots 15}{1.2 \ldots 16} - \&c. \end{array}\right.$$

dont tous les termes sont ceux d'une bande perpendiculaire

quelconque du Triangle arithmétique de M. Pascal, pris de deux en deux, à commencer par le premier terme.

Soit donc construit ce Triangle arithmétique

1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.	1.
	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.	15.	16.
		1.	3.	6.	10.	15.	21.	28.	36.	45.	55.	66.	78.	91.	105.	120.
			1.	4.	10.	20.	35.	56.	84.	120.	165.	220.	286.	364.	455.	560.
				1.	5.	15.	35.	70.	126.	210.	330.	495.	715.	1001.	1365.	1820.
					1.	6.	21.	56.	126.	252.	462.	792.	1287.	2002.	3003.	4368.
						1.	7.	28.	84.	210.	462.	924.	1716.	3003.	5005.	8008.
							1.	8.	36.	120.	330.	792.	1716.	3432.	6435.	11440.
								1.	9.	45.	165.	495.	1287.	3003.	6435.	12870.
									1.	10.	55.	220.	715.	2002.	5005.	11440.
										1.	11.	66.	286.	1001.	3003.	8008.
											1.	12.	78.	364.	1365.	4368.
												1.	13.	91.	455.	1820.
													1.	14.	105.	560.
														1.	15.	120.
															1.	16.
																1.

On sçait qu'une des propriétés de ce Triangle est que la première bande perpendiculaire $1+1 \ldots\ldots = (1+1)^1$.

La 2.de $1+2+1 \ldots\ldots = (1+1)^2$.

La 3.me $1+3+3+1 \ldots\ldots = (1+1)^3$.

La 4.me $1+4+6+4+1 \ldots\ldots = (1+1)^4$.

La 5.me $1+5+10+10+5+1 \ldots\ldots = (1+1)^5$.

La 6.me $1+6+15+20+15+6+1 \ldots\ldots = (1+1)^6$.

La 7.me $1+7+21+35+35+21+7+1 = (1+1)^7$.

Et enfin que la bande perpendiculaire exprimée par n, sera

$$(2)^n = (1+1)^n = 1 + n + \frac{n \times n-1}{1.2} + \frac{n \times n-1 \times n-2}{1.2.3}$$

$$+ \frac{n \times n-1 \times n-2 \times n-3}{1.2.3.4} + \frac{n \times n-1 \times n-2 \times n-3 \times n-4}{1.2.3.4.5}$$

$$+ \frac{n \times n-1 \times n-2 \times \ldots n-5}{1.2\ldots6} + \frac{n \times n-1 \times \ldots n-6}{1.2\ldots7} + \&c.$$

Or comme les termes 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, &c. de cette

dernière Suite, sont ceux de la Suite qu'il faut sommer pour résoudre le Cas irréductible dans la supposition de $a = b$, & que les termes de celle qu'il faut sommer pour résoudre ce Probleme, ont alternativement les signes plus & moins, la question se réduit à trouver la somme des 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, &c. termes d'une bande perpendiculaire quelconque, & d'en retrancher la somme des 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, &c. termes de la même bande perpendiculaire, c'est-à-dire, qu'il faut trouver la somme des termes d'une bande perpendiculaire quelconque, pris de quatre en quatre.

La premiére somme à trouver sera composée des 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, &c. termes de cette bande.

La seconde somme sera composée des 2, 6, 10, 14, 18, 22, 26, &c. termes.

La troisiéme, des 3, 7, 11, 15, 19, 23, 27, &c. termes.

Et la quatriéme, des 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, &c.

Si l'on prend ces sommes de 4 en 4, depuis la premiére bande jusqu'à la 19.me, on aura pour la premiére bande

1.re	1	1	0	$0 = 2^1$.
2.de	1	2	1	$0 = 2^2$.
3.me	1	3	3	$1 = 2^3$.
4.me	2	4	6	$4 = 2^4$.
5.me	6	6	10	$10 = 2^5$.
6.me	16	12	16	$20 = 2^6$.
7.me	36	28	28	$36 = 2^7$.
8.me	72	64	56	$64 = 2^8$.
9.me	136	136	120	$120 = 2^9$.
10.me	256	272	256	$240 = 2^{10}$.
11.me	496	528	528	$496 = 2^{11}$.
12.me	992	1024	1056	$1024 = 2^{12}$.
13.me	2016	2016	2080	$2080 = 2^{13}$.
14.me	4096	4032	4096	$4160 = 2^{14}$.
15.me	8256	8128	8128	$8256 = 2^{15}$.
16.me	16512	16384	16256	$16384 = 2^{16}$.
17.me	32896	32896	32640	$32640 = 2^{17}$.
18.me	65536	65792	65736	$65280 = 2^{18}$.
19.me	130816	131328	131328	$130816 = 2^{19}$.

Si l'on examine les nombres qui composent ces quatre colonnes, on trouvera qu'ils suivent la loi marquée dans cette Table.

$$1\ldots\ \frac{(2)^1+(2)^1}{4}\cdot\frac{(2)^1+(2)^1}{4}\cdot\frac{(2)^1-(2)^1}{4}\cdot\frac{(2)^1-(2)^1}{4}=(2)^1.$$

$$2\ldots\ \frac{(2)^2}{4}\cdot\frac{(2)^2+(2)^2}{4}\cdot\frac{(2)^2}{4}\cdot\frac{(2)^2-(2)^2}{4}=(2)^2.$$

$$3\ldots\ \frac{(2)^3-(2)^2}{4}\cdot\frac{(2)^3+(2)^2}{4}\cdot\frac{(2)^3+(2)^2}{4}\cdot\frac{(2)^3-(2)^2}{4}=(2)^3.$$

$$4\ldots\ \frac{(2)^4-(2)^3}{4}\cdot\frac{(2)^4}{4}\cdot\frac{(2)^4+(2)^3}{4}\cdot\frac{(2)^4}{4}=(2)^4.$$

$$5\ldots\ \frac{(2)^5-(2)^3}{4}\cdot\frac{(2)^5-(2)^3}{4}\cdot\frac{(2)^5+(2)^3}{4}\cdot\frac{(2)^5+(2)^3}{4}=(2)^5.$$

$$6\ldots\ \frac{(2)^6}{4}\cdot\frac{(2)^6-(2)^4}{4}\cdot\frac{(2)^6}{4}\cdot\frac{(2)^6+(2)^4}{4}=(2)^6.$$

$$7\ldots\ \frac{(2)^7+(2)^4}{4}\cdot\frac{(2)^7-(2)^4}{4}\cdot\frac{(2)^7-(2)^4}{4}\cdot\frac{(2)^7+(2)^4}{4}=(2)^7.$$

$$8\ldots\ \frac{(2)^8+(2)^5}{4}\cdot\frac{(2)^8}{4}\cdot\frac{(2)^8-(2)^5}{4}\cdot\frac{(2)^8}{4}=(2)^8.$$

$$9\ldots\ \frac{(2)^9+(2)^5}{4}\cdot\frac{(2)^9+(2)^5}{4}\cdot\frac{(2)^9-(2)^5}{4}\cdot\frac{(2)^9-(2)^5}{4}=(2)^9.$$

$$10\ldots\ \frac{(2)^{10}}{4}\cdot\frac{(2)^{10}+(2)^6}{4}\cdot\frac{(2)^{10}}{4}\cdot\frac{(2)^{10}-(2)^6}{4}=(2)^{10}.$$

$$11\ldots\ \frac{(2)^{11}-(2)^6}{4}\cdot\frac{(2)^{11}+(2)^6}{4}\cdot\frac{(2)^{11}+(2)^6}{4}\cdot\frac{(2)^{11}-(2)^6}{4}=(2)^{11}.$$

$$12\ldots\ \frac{(2)^{12}-(2)^7}{4}\cdot\frac{(2)^{12}}{4}\cdot\frac{(2)^{12}+(2)^7}{4}\cdot\frac{(2)^{12}}{4}=(2)^{12}.$$

$$13\ldots\ \frac{(2)^{13}-(2)^7}{4}\cdot\frac{(2)^{13}-(2)^7}{4}\cdot\frac{(2)^{13}+(2)^7}{4}\cdot\frac{(2)^{13}+(2)^7}{4}=(2)^{13}.$$

$$14\ldots\ \frac{(2)^{14}}{4}\cdot\frac{(2)^{14}-(2)^8}{4}\cdot\frac{(2)^{14}}{4}\cdot\frac{(2)^{14}+(2)^8}{4}=(2)^{14}.$$

$$15\ldots\ \frac{(2)^{15}+(2)^8}{4}\cdot\frac{(2)^{15}-(2)^8}{4}\cdot\frac{(2)^{15}-(2)^8}{4}\cdot\frac{(2)^{15}+(2)^8}{4}=(2)^{15}.$$

$$16\ldots\ \frac{(2)^{16}+(2)^{9}}{4}\cdot\frac{(2)^{16}}{4}\cdot\frac{(2)^{16}-(2)^{9}}{4}\cdot\frac{(2)^{16}}{4}=(2)^{16}.$$

$$17\ldots\ \frac{(2)^{17}+(2)^{9}}{4}\cdot\frac{(2)^{17}+(2)^{9}}{4}\cdot\frac{(2)^{17}-(2)^{9}}{4}\cdot\frac{(2)^{17}-(2)^{9}}{4}=(2)^{17}.$$

$$18\ldots\ \frac{(2)^{18}}{4}\cdot\frac{(2)^{18}+(2)^{10}}{4}\cdot\frac{(2)^{18}}{4}\cdot\frac{(2)^{18}-(2)^{10}}{4}=(2)^{18}.$$

$$19\ldots\ \frac{(2)^{19}-(2)^{10}}{4}\cdot\frac{(2)^{19}+(2)^{10}}{4}\cdot\frac{(2)^{19}+(2)^{10}}{4}\cdot\frac{(2)^{19}-(2)^{10}}{4}=(2)^{19}.$$

$$20\ldots\ \frac{(2)^{20}-(2)^{11}}{4}\cdot\frac{(2)^{20}}{4}\cdot\frac{(2)^{20}+(2)^{11}}{4}\cdot\frac{(2)^{20}}{4}=(2)^{20}.$$

$$21\ldots\ \frac{(2)^{21}-(2)^{11}}{4}\cdot\frac{(2)^{21}-(2)^{11}}{4}\cdot\frac{(2)^{21}+(2)^{11}}{4}\cdot\frac{(2)^{21}+(2)^{11}}{4}=(2)^{21}.$$

$$22\ldots\ \frac{(2)^{22}}{4}\cdot\frac{(2)^{22}-(2)^{12}}{4}\cdot\frac{(2)^{22}}{4}\cdot\frac{(2)^{22}+(2)^{12}}{4}=(2)^{22}.$$

$$n\ldots\left.\begin{array}{llll}
(2)^n-(2)^{\frac{n+1}{2}} \cdot & (2)^n+(2)^{\frac{n+1}{2}} \cdot & (2)^n+(2)^{\frac{n+1}{2}} \cdot & (2)^n-(2)^{\frac{n+1}{2}} \\
-(2)^{\frac{n+2}{2}}\ldots\ldots & 0\ldots\ldots & +(2)^{\frac{n+2}{2}}\ldots\ldots & 0 \\
-(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & -(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & +(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & +(2)^{\frac{n+1}{2}} \\
0\ldots\ldots & -(2)^{\frac{n+2}{2}}\ldots\ldots & 0\ldots\ldots & +(2)^{\frac{n+2}{2}} \\
+(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & -(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & -(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & +(2)^{\frac{n+1}{2}} \\
+(2)^{\frac{n+2}{2}}\ldots\ldots & 0\ldots\ldots & -(2)^{\frac{n+2}{2}}\ldots\ldots & 0 \\
+(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & +(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & -(2)^{\frac{n+1}{2}}\ldots & -(2)^{\frac{n+1}{2}} \\
0\ldots\ldots & +(2)^{\frac{n+2}{2}}\ldots\ldots & 0\ldots\ldots & -(2)^{\frac{n+2}{2}} \\
\hline
\quad 4 & \quad 4 & \quad 4 & \quad 4
\end{array}\right\}=(2)^n.$$

Cette loi est telle dans chaque colonne, qu'à commencer au 3.me terme de chacune d'elles, & dont les quatre pris ensemble, forment la 3.me puissance de 1 + 1, qui est la premiére des puissances de 1 + 1 qui ait quatre termes; cette loi, dis-je, est telle, que depuis le 3.me jusques & compris le 10.me, depuis le 11.me jusques & compris le 18.me,

& depuis le 19.me jusques & compris le 26.me, & ainsi de suite à l'infini, en les prenant de huit en huit, ces huit termes ont pour formules générales les huit formules qui sont écrites au-dessous de chaque colonne.

En sorte que si l'on demande le 21.me terme de chaque colonne, ce qui est la même chose que les quatre sommes qui résultent des termes de la 21.me bande perpendiculaire du Triangle arithmétique pris de quatre en quatre, il faut d'abord de 21 en retrancher 2, à cause que la loi ne commence qu'au 3.me terme, il reste 19 ; ensuite il faut ôter de ce nombre, 8 autant de fois qu'il est possible, il restera 3, ce qui indique que les 3.mes formules

$$\frac{(2)^n-(2)^{\frac{n+1}{2}}}{4}\cdot\frac{(2)^n-(2)^{\frac{n+1}{2}}}{4}\cdot\frac{(2)^n+(2)^{\frac{n+1}{2}}}{4}\cdot\frac{(2)^n+(2)^{\frac{n+1}{2}}}{4}$$

qui sont écrites sous chaque colonne, sont celles dont il faut se servir pour le cas proposé.

Si donc on substitue 21 pour n, dans ces formules, on aura $\frac{(2)^{21}-(2)^{11}}{4}\cdot\frac{(2)^{21}-(2)^{11}}{4}\cdot\frac{(2)^{21}+(2)^{11}}{4}\cdot\frac{(2)^{21}+(2)^{11}}{4}$, ou ces quatre nombres 523776. 523776. 524800. 524800.

Si l'on demande le 104.me terme de chaque colonne de 104, il faut ôter 2, il reste 102 ; il faut ensuite diviser 102 par 8, il vient 12, & il reste 6. Ce nombre 6 indique les 6.mes formules qui sont sous chaque colonne.

Ces formules sont $\frac{(2)^n+(2)^{\frac{n+2}{2}}}{4}\cdot\frac{(2)^n}{4}\cdot\frac{(2)^n-(2)^{\frac{n+2}{2}}}{4}\cdot\frac{(2)^n}{4}$, dans lesquelles si l'on substitue 104 pour n, il viendra $\frac{(2)^{104}+(2)^{53}}{4}\cdot\frac{(2)^{104}}{4}\cdot\frac{(2)^{104}-(2)^{53}}{4}\cdot\frac{(2)^{104}}{4}$ pour les quatre quantités qui résultent de la 104.me bande perpendiculaire du Triangle arithmétique, dont les termes sont pris de quatre en quatre.

Mais on a montré que pour résoudre le cas irréductible dans l'exemple proposé de $a=b$, il falloit ôter d'un terme quelconque

quelconque de la premiére colonne, le terme correspondant de la troisiéme colonne.

Si donc des huit formules de la premiére colonne on ôte les huit formules de la troisiéme, on aura

$$\left.\begin{array}{l} -\frac{2}{4}\times(2)^{\frac{n+1}{2}} = -(2)^{\frac{n-1}{2}} \\ -\frac{2}{4}\times(2)^{\frac{n+2}{2}} = -(2)^{\frac{n}{2}} \\ -\frac{2}{4}\times(2)^{\frac{n+1}{2}} = -(2)^{\frac{n-1}{2}} \\ \quad 0 \quad\quad = 0 \\ +\frac{2}{4}\times(2)^{\frac{n+1}{2}} = +(2)^{\frac{n-1}{2}} \\ +\frac{2}{4}\times(2)^{\frac{n+2}{2}} = +(2)^{\frac{n}{2}} \\ +\frac{2}{4}\times(2)^{\frac{n+1}{2}} = +(2)^{\frac{n-1}{2}} \\ \quad 0 \quad\quad = 0 \end{array}\right\} = \pm(2)^{\frac{n-1}{2}}, \text{ ou } \pm(2)^{\frac{n}{2}}, \text{ ou } 0.$$

D'où l'on voit que ces huit différences se réduisent aux trois $\pm(2)^{\frac{n-1}{2}}$. $\pm(2)^{\frac{n}{2}}$. o.

La premiére $\pm(2)^{\frac{n-1}{2}}$ convient à toutes les bandes impaires du Triangle arithmétique, car on voit qu'elle résulte des 1.re 3.me 5.me & 7.me formules.

Les deux autres $\pm(2)^{\frac{n}{2}}$ & o conviennent à toutes les bandes paires du même Triangle, puisqu'elles résultent des 2.me 4.me 6.me & 8.me formules, où il est encore à remarquer que la premiére $\pm(2)^{\frac{n}{2}}$ de ces deux derniéres, convient aux bandes paires 2, 6, 10, &c. & que la seconde zéro, convient aux bandes paires 4, 8, 12, &c.

On voit donc par tout ce qui vient d'être dit, que les quatre sommes qui résultent de l'assemblage de tous les termes, pris de quatre en quatre, d'une bande perpendiculaire du Triangle arithmétique, ou, ce qui revient au même, que les quatre sommes formées par l'assemblage de tous les termes de la puissance n de la quantité $1+1$ ou 2, pris de 4 en 4, que ces quatre sommes, dis-je, sont telles, que la différence de la premiére à la troisiéme, pour toutes les puissances impaires, sera $\pm (2)^{\frac{n-1}{2}}$, & pour toutes les puissances paires, que cette différence sera $\pm (2)^{\frac{n}{2}}$ ou zéro.

Si donc on reprend la quantité

$$2b^n \times \left\{ \begin{array}{l} 1 - \frac{n \times \overline{n-1}}{1 \times 2} + \frac{n \times \overline{n-1} \times \overline{n-2} \times \overline{n-3}}{1.2.3.4} - \frac{n \times \overline{n-1} \times \ldots \overline{n-5}}{1.2\ldots 6} \\ + \frac{n \times \overline{n-1} \times \ldots \overline{n-7}}{1.2\ldots 8} - \frac{n \times \overline{n-1} \times \ldots \overline{n-9}}{1.2\ldots 10} + \frac{n \times \overline{n-1} \times \ldots \overline{n-11}}{1.2\ldots 12} \\ - \frac{n \times \overline{n-1} \times \ldots \overline{n-13}}{1.2\ldots 14} + \frac{n \times \overline{n-1} \times \ldots 15}{1.2\ldots 16} - \&c. \end{array} \right.$$

dont on a vû que la somme devoit fournir la solution du Cas irréductible dans la supposition de $a = b$, ou de $\frac{1}{2}q = \sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}$, & que l'on substitue pour la suite sa valeur $\pm (2)^{\frac{n-1}{2}}$ qui suppose que n est un nombre impair, on aura $2b^n \times (2)^{\frac{n-1}{2}} = b^n \times (2)^{\frac{n+1}{2}}$, ou en mettant pour n, sa valeur $\frac{1}{3}$, on aura $\sqrt[3]{b} \times (2)^{\frac{\frac{1}{3}+1}{2}} = \sqrt[3]{b} \times \sqrt[3]{4}$; & en mettant encore pour $\sqrt[3]{b}$, sa valeur $\sqrt[6]{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}$, on aura $\sqrt[3]{[4\sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}]}$. Mais de ce que $\frac{1}{2}q = \sqrt{(\frac{1}{27}p^3 - \frac{1}{4}qq)}$ on tire $q = \frac{1}{3}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)}$; si donc on substitue pour q, cette valeur, on aura $\sqrt{(\frac{2}{3}p)}$, la racine cherchée est donc $\sqrt{(\frac{2}{3}p)}$.

L'Equation générale est $x^3 - px + q = 0$, & dans le

cas présent est $x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)}$, dont la racine, selon la formule de Cardan, est $\sqrt[3]{[\frac{1}{6}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)} + \sqrt{(\frac{1}{54}p^3 - \frac{1}{27}p^3)}]}$ $+ \sqrt[3]{[\frac{1}{6}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)} - \sqrt{(\frac{1}{54}p^3 - \frac{1}{27}p^3)}]} = \sqrt[3]{[\frac{1}{6}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)}}$ $+ \sqrt{(-\frac{1}{54}p^3)}] + \sqrt[3]{[\frac{1}{6}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)} - \sqrt{(-\frac{1}{54}p^3)}]}$ $= \sqrt[6]{(\frac{1}{54}p^3)} \times [\sqrt[3]{(1 + \sqrt{-1})} + \sqrt[3]{(1 - \sqrt{-1})}]$ $= \sqrt{(\frac{1}{3}p)} \times \sqrt[6]{\frac{1}{2}} \times [\sqrt[3]{(1 + \sqrt{-1})} + \sqrt[3]{(1 - \sqrt{-1})}]$. & qui par notre formule est $\sqrt{(\frac{2}{3}p)}$.

EXEMPLE.

La formule générale de notre supposition, qui est $x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)} = 0$, étant donc divisée par $x - \sqrt{(\frac{2}{3}p)} = 0$, il viendra $xx + x\sqrt{(\frac{2}{3}p)} - \frac{1}{3}p = 0$, qui donne pour les deux autres racines $x = -\frac{1}{2}\sqrt{(\frac{2}{3}p)} \pm \sqrt{(\frac{1}{6}p + \frac{1}{3}p)}$, ou $x = -\frac{1}{2}\sqrt{(\frac{2}{3}p)} \pm \sqrt{(\frac{1}{2}p)}$.

Ainsi les trois racines de l'Equation

$$x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)} = 0$$

sont
$$x + \sqrt{(\tfrac{1}{6}p)} + \sqrt{(\tfrac{1}{2}p)} = 0$$
$$x + \sqrt{(\tfrac{1}{6}p)} - \sqrt{(\tfrac{1}{2}p)}$$
$$x - \sqrt{(\tfrac{2}{3}p)}$$

toutes trois réelles, inégales & incommensurables.

Si $p = 12$, l'Equation sera $x^3 - 12x + 8\sqrt{2} = 0$, les racines seront
$$x + \sqrt{2} + \sqrt{6} = 0.$$
$$x + \sqrt{2} - \sqrt{6} = 0.$$
$$x - 2\sqrt{2} \ldots\ldots = 0.$$

Si $p = 8\sqrt{5}$, l'Equation sera

$$x^3 - 8x\sqrt{5} + \frac{32}{3}\sqrt{(\tfrac{5}{3}\sqrt{5})} = 0,$$

les racines seront
$$x + \sqrt{(\tfrac{4}{3}\sqrt{5})} + \sqrt{(4\sqrt{5})}.$$
$$x + \sqrt{(\tfrac{4}{3}\sqrt{5})} - \sqrt{(4\sqrt{5})}.$$
$$x - 2\sqrt{(\tfrac{4}{3}\sqrt{5})}.$$

REMARQUE.

On a vû dans le ſecond des deux Mémoires imprimés ſur cette matiére dans le Volume de l'année 1738, p. 250, que de l'Equation générale $x^3 - px + q = 0$, on tire les deux autres $x^3 - ddx + 4q = 0$ & $d^3 - 3pd + \sqrt{(4p^3 - 27qq)} = 0$, en ſuppoſant que d eſt la différence de deux quelconques des trois racines renfermées dans l'Equation $x^3 - px + q = 0$.

Cette Equation, dans le cas préſent, eſt

$$x^3 - px + \tfrac{1}{3}p\sqrt{(\tfrac{2}{3}p)} = 0,$$

dont les trois racines ſont

$$x = \sqrt{(\tfrac{2}{3}p)},\ x = \sqrt{(\tfrac{1}{2}p)} - \sqrt{(\tfrac{1}{6}p)},$$
$$\&\ x = -\sqrt{(\tfrac{1}{2}p)} - \sqrt{(\tfrac{1}{6}p)}.$$

Les trois différences de ces trois racines ſont $d = \sqrt{(2p)}$, $d = \sqrt{(\tfrac{3}{2}p)} - \sqrt{(\tfrac{1}{2}p)}$, & $d = -\sqrt{(\tfrac{3}{2}p)} - \sqrt{(\tfrac{1}{2}p)}$, qui ſont les trois racines de l'Equation

$$d^3 - 3pd + \sqrt{(4p^3 - 27qq)}$$

qui ſe réduit, dans notre cas, à $d^3 - 3pd + p\sqrt{(2p)} = 0$.

Les quarrés de ces trois différences ſont $dd = 2p$, $dd = 2p - p\sqrt{3}$, $dd = 2p + p\sqrt{3}$.

Ces trois valeurs de dd, étant ſubſtituées dans l'Equation $x^3 - ddx + 4q$, qui eſt dans notre cas

$$x^3 - ddx + \tfrac{4}{3}p\sqrt{(\tfrac{2}{3}p)} = 0,$$

il viendra les trois Equations

$$x^3 - x \times (2p) + \tfrac{4}{3}p\sqrt{(\tfrac{2}{3}p)} = 0.$$
$$x^3 - x \times (2p - p\sqrt{3}) + \tfrac{4}{3}p\sqrt{(\tfrac{2}{3}p)} = 0.$$
$$x^3 - x \times (2p + p\sqrt{3}) + \tfrac{4}{3}p\sqrt{(\tfrac{2}{3}p)} = 0.$$

Ces trois nouvelles Equations ſeront encore trois nouvelles formules, dont on aura les trois racines de chacune.

Les trois racines de la premiére ſont $x = \sqrt{(\frac{2}{3}p)}$, $x = \sqrt{(\frac{3}{2}p)} - \sqrt{(\frac{1}{6}p)}$, $x = -\sqrt{(\frac{3}{2}p)} - \sqrt{(\frac{1}{6}p)}$.

Les trois racines de la ſeconde ſont

$x = -\sqrt{(\frac{1}{2}p)} - \sqrt{(\frac{1}{6}p)}$.

$x = \frac{1}{2} \times [\sqrt{(\frac{1}{2}p)} + \sqrt{(\frac{1}{6}p)}] + \sqrt{(\frac{3}{2}p - \frac{5}{4}p\sqrt{3})}$.

$x = \frac{1}{2} \times [\sqrt{(\frac{1}{2}p)} + \sqrt{(\frac{1}{6}p)}] - \sqrt{(\frac{3}{2}p - \frac{5}{4}p\sqrt{3})}$.

Les trois racines de la troiſiéme ſont

$x = \sqrt{(\frac{1}{2}p)} - \sqrt{(\frac{1}{6}p)}$.

$x = \frac{1}{2} \times [\sqrt{(\frac{1}{6}p)} - \sqrt{(\frac{1}{2}p)}] + \sqrt{(\frac{3}{2}p + \frac{5}{4}p\sqrt{3})}$.

$x = \frac{1}{2} \times [\sqrt{(\frac{1}{6}p)} - \sqrt{(\frac{1}{2}p)}] - \sqrt{(\frac{3}{2}p + \frac{5}{4}p\sqrt{3})}$.

Car on a vû dans le Mémoire cité, que chacune de ces trois Equations devoit avoir une des trois racines de l'Equation primitive $x^3 - px + \frac{1}{3}p\sqrt{(\frac{2}{3}p)} = 0$.



THEORIE CHYMIQUE DE LA TEINTURE DES ETOFFES.

Second Mémoire.

Par M. HELLOT.

DU ROUGE ET DU JAUNE.

20 Mai 1741.

DANS le Mémoire que je lûs au mois de Juin de l'année derniére, sur l'art de la Teinture, je m'étois proposé de démontrer que la différence des couleurs qu'on nomme de *bon teint*, & de celles qui ne sont que de *petit* ou de *faux teint*, dépendoit en partie de la préparation du sujet qu'on vouloit teindre, & en partie du choix des matiéres colorantes qu'on employoit ensuite. Je suis obligé, pour plus de clarté, de répéter ici ce que j'ai déja dit, & qu'on peut regarder, à ce que je crois, comme les principes généraux de cet art, que toute la méchanique invisible de la Teinture consiste à dilater les pores du corps à teindre, à y déposer des particules d'une matiére étrangére, & à les y retenir, de maniére que ni l'eau de la pluye, ni les rayons du Soleil, ne puissent les en faire sortir; à choisir des particules colorantes d'une telle ténuité, qu'elles soient retenues, suffisamment enchâssées, dans les pores du sujet, ouverts par la chaleur de l'eau bouillante, puis resserrés par le froid, & de plus, enduits de l'espece de mastic que laissent dans ces pores les sels choisis pour les préparer. J'ajoûtai aussi que les couleurs n'étoient de faux teint, que parce qu'on ne préparoit pas suffisamment le sujet, en sorte que les particules colorantes n'étant que déposées sur la surface naturellement trop lisse des corps, ou dans des pores dont la capacité n'étoit pas suffisante pour les recevoir, il étoit impossible que le moindre choc ne les en détachât.

Il est vrai qu'il y a des matiéres, le bois de Brésil, par

exemple, dont les parties colorantes, appliquées ſur une étoffe non préparée, la font paroître d'un rouge aſſés beau les premiers jours; mais ce rouge ſe ternit & s'efface à l'air de telle ſorte, qu'on ne ſoupçonneroit pas, au bout de quelques mois, que cette étoffe eût été teinte de cette couleur. De cette expérience, pluſieurs fois répétée, on a conclu que ce bois, & en général preſque tous les bois de teinture, étoient de faux teint, & en conſéquence il a été défendu aux Teinturiers du bon teint de s'en ſervir. Mais il ne ſeroit peut-être pas impoſſible de faire voir que le défaut qu'on reproche à ces bois, d'ailleurs fort utiles dans la teinture des étoffes de bas prix, ne doit être imputé qu'à ce que la maniére de les mettre en uſage eſt encore ignorée, & que ces bois pourroient être employés preſqu'auſſi utilement dans le bon teint, puiſqu'on peut tirer de celui de Fernambouc une couleur rouge beaucoup plus belle que les rouges de Garence, & que cette couleur, que j'ai expoſée à l'air & à la pluye pendant trois mois de ſuite de l'hiver dernier, n'y a cependant rien perdu de ſon rouge, & s'y eſt ſeulement ſalie, peut-être beaucoup moins que n'auroit fait l'écarlate la mieux teinte.

Communément on admet pour couleurs de bon teint toutes celles qui, expoſées au Soleil & au ſerein pendant douze jours complets, ne changent point, ou qui prennent une teinte un peu plus foncée ſans perdre leur nuance principale. Toute couleur au contraire qui, pendant le même eſpace de temps, s'éclaircit trop, ſe décharge & change, eſt réputée de mauvais teint. Mais comme cette épreuve, la ſeule véritable, & qui ſeule devroit ſuffire, ne peut être miſe en uſage dans les cas où il faut juger ſur le champ ſi une étoffe, expoſée en vente dans une Foire ou ailleurs, eſt de bon teint, au cas que ſon prix l'exige, il a fallu trouver des moyens de lui faire perdre, en peu de minutes, tout ce qu'elle perdroit étant expoſée pendant douze ou quinze jours au Soleil. Il y a dans le Réglement de M. Colbert ſur les Teintures, quelques méthodes preſcrites pour les éprouver.

Cependant l'expérience ayant fait connoître que ces méthodes étoient insuffisantes pour certaines couleurs, feu M. du Fay a travaillé long-temps pour en trouver qui fussent ou plus générales ou plus sûres ; & c'est d'après un très-grand nombre d'expériences, qu'il a faites avec beaucoup de soins, qu'on a rédigé la nouvelle instruction sur ces sortes d'épreuves, auxquelles on a donné le nom de *Débouillis*. Elle se trouve imprimée à la suite du Réglement de 1737, sur les Teintures.

Quelques-uns de ces débouillis se font par le Savon, d'autres par l'Alun, d'autres par le Tartre rouge, d'autres enfin par le Tartre rouge & l'Alun mêlés ensemble. Mais comme des régles générales, pour de pareilles épreuves, doivent être sujettes à bien des exceptions, ou qu'on n'a pu prévoir, ou qui, ayant été prévûes, n'ont pu être détaillées sans courir le risque de faire naître de la confusion & des sujets de contestations sans nombre, il est clair que ces régles, données comme trop générales, sont aussi trop rigoureuses dans plusieurs cas, où des couleurs claires demanderoient des sels moins actifs que des couleurs bien chargées, qui peuvent perdre une quantité considérable des particules qui les teignent, sans qu'on y apperçoive des changements fort sensibles. Il auroit donc fallu prescrire un débouilli presque pour chaque nuance; ce qui étoit impossible, vû leurs variétés. Ainsi l'Air & le Soleil sont la véritable épreuve; & toute couleur qui leur résiste pendant un certain temps, ou qui y acquiert ce que les Teinturiers nomment du *fond*, doit être réputée de bon teint, quand même elle changeroit beaucoup aux débouillis prescrits dans la nouvelle instruction. L'Ecarlate en est un exemple : comme le Savon emporte entiérement cette couleur, on l'a soûmise à l'épreuve de l'Alun de Rome ; & quand elle est de pure Cochenille, elle y doit prendre une couleur pourpre. Cependant si on expose de l'écarlate au Soleil, elle y perd à la vérité son vif, & devient plus foncée, mais cette nuance foncée n'est pas celle que l'Alun lui donne. Ainsi les débouillis ne peuvent pas, dans ce

ce cas & dans plusieurs autres, être substitués à l'action de l'air & du Soleil, quant à la parité de l'effet. J'ai cru devoir commencer par ce que je viens de lire, avant que de décrire les procédés qui donnent aux étoffes la couleur rouge, afin qu'on sçût d'avance ce que c'est qu'une couleur de bon teint chés les Teinturiers.

La couleur rouge étant une des cinq couleurs primitives de l'art de la Teinture, & l'une des trois avec lesquelles on peut faire méchaniquement presque toutes les couleurs, à l'exception du noir, elle devoit suivre le bleu, dont j'ai traité dans mon premier Mémoire, & être suivie du jaune par lequel je finirai celui-ci, où je mettrai le moins de détails ennuyeux qu'il me sera possible.

Les matiéres qu'on employe dans l'usage ordinaire, pour faire les rouges de bon teint, sont la racine de Garence & le Kermès. Pour les rouges de feu, dits écarlate, & pour les pourpres & cramoisis, on se sert des parties colorantes de la Gomme-lacque, de la Cochenille mesteque ou cultivée, & quelquefois de la Cochenille sylvestre, qui ne fait pas si beau, dont il faut au moins quatre parties pour faire l'effet d'une seule de mesteque, & qui par conséquent n'est pas beaucoup en usage. On tire encore des rouges assés beaux du *Coccus Polonicus*, autre espece de petit insecte dont on faisoit autrefois un grand commerce en Pologne; mais dont l'effet n'est pas comparable à celui de la Cochenille. Quant à la Pérelle, l'Orseille des Canaries, préparées; les bois de Brésil, de Sainte-Marthe, de Fernambouc & autres; les rouges qu'ils donnent, en suivant les méthodes consacrées par la routine de l'ouvrier, sont souvent fort beaux, mais de peu de durée, ou parce que leur couleur est trop volatile pour ne pas s'évaporer à l'air, ou parce qu'on n'a pas encore trouvé, comme je l'ai dit, le moyen de la fixer sur les étoffes. Le Roucou, le Safran bâtard bien dégorgé, donnent aussi de fort beaux rouges, mais qui ne résistent pas plus que les précédents. Ainsi l'emploi de ces drogues a été prohibé dans le bon teint.

GARENCE. La Racine de Garence ou de *Rubia Tinctorum*, est la seule partie de cette plante qui serve à la Teinture. De tous les rouges, c'est le sien qui est le plus ténace, quand il est appliqué sur une Laine bien dégraissée, puis préparée par les Sels avec lesquels on l'a fait bouillir pendant deux ou trois heures, sans quoi ce rouge, presqu'inaltérable après cette préparation du sujet, ne résisteroit pas plus aux épreuves que les rouges des autres ingrédients de faux teint. C'est ce qui prouve ce que j'ai déja dit, que les pores de la Laine doivent être non seulement bien nettoyés de la graisse ou transpiration de l'animal, qui peut y être encore restée, malgré le dégraissage ordinaire, qui se fait dans trois parties d'eau & une partie d'urine, mais encore qu'il faut que ces mêmes pores soient enduits d'une couche de quelques Sels que j'ai nommé *durs*, dans mon premier Mémoire, parce qu'ils ne se calcinent point à l'air, & que l'eau de la pluye ni l'humidité de l'air ne peuvent les dissoudre. Tel est le Tartre blanc ou rouge, ou le cristal de Tartre, dont on met pour l'ordinaire un quart ou un tiers dans le bouillon préparant, avec deux tiers ou trois quarts d'Alun.

La racine de Garence la plus belle, vient ordinairement de Zélande, où l'on cultive cette plante dans les Isles de Tergoés, Zirzée, Sommerdyck & Thoolen : celle de la premiére de ces Isles est estimée la meilleure. Le terroir en est argilleux, gras & un peu salé. Les terres qu'en général on préfere pour cette culture, sont les terres neuves qui n'ont servi auparavant qu'à des pâturages. Les Zélandois ont obligation de la culture de cette plante & du grand commerce qu'ils font de sa racine, aux Réfugiés de Flandres qui la leur ont portée.

On la connoît dans le commerce sous les noms de *Garence-grappe*, de *Garence robée* & de *Garence non robée* : c'est pourtant la même racine ; toute la différence pour la qualité, est que la grappe ou robée se prépare avec la racine dépouillée de son écorce, & que la non robée contient cette écorce & les petites racines qui sortent de la racine principale.

L'une & l'autre se fabriquent par un seul & même travail, que je ne détaillerai point ici, pour ne pas allonger inutilement ce Mémoire. Il consiste à trier les plus belles racines pour la premiére sorte, à les faire sécher avec de certaines précautions, à les moudre, à en séparer l'écorce au moulin, & à conserver le milieu de la racine moulue dans des tonneaux, où on la laisse deux ou trois ans, parce qu'après ce temps elle est meilleure pour la teinture qu'elle ne l'auroit été en sortant du moulin. Si la Garence n'étoit pas enfermée de la sorte, elle s'éventeroit, & la couleur en auroit moins de vivacité. Elle est d'abord jaune dans le tonneau, mais elle rougit & brunit en vieillissant. Il faut, pour l'usage de la teinture, la choisir d'une couleur de Safran, en mottes les plus fermes, & d'une odeur forte, qui cependant ne soit pas desagréable. On la cultive aussi aux environs de Lille en Flandres & dans quelques endroits du Royaume où l'on a reconnu qu'elle croissoit naturellement.

Les Garences qu'on employe dans les Indes orientales & dans le Levant pour la teinture des Cotons, sont un peu différentes de celle de ce pays. On les nomme *Chat* à la Côte de Coromandel, où cette racine est apportée des Bois de la Côte de Malabar : c'est le *Chat sauvage*. Le cultivé vient de Vaour & de Tuccorin, mais le plus estimé de tous est le *Chat de Perse*, qu'on nomme *Dumas*. On recueille aussi sur la Côte de Coromandel la racine d'une autre plante nommée *Raye de Chaye*, ou *Racine de couleur*. C'est une racine longue & menue, qui donne au Coton une belle couleur rouge, lorsqu'il a reçu toutes les préparations qui doivent précéder sa teinture & la suivre. On cultive à Kurder, au voisinage de Smyrne, & dans les campagnes d'Ak-hissar & de Yor-das, à trois petites journées de la même Ville, une Garence qu'on nomme dans le pays *Chioc-boya, Ekme, Hazala*. C'est de toutes les Garences la meilleure pour la teinture rouge, selon les épreuves qui en ont été faites. Aussi est-elle beaucoup plus estimée dans le Levant que celle de Zélande que les Hollandois y portent. Cette même Garence

eſt nommée par les Grecs modernes *Lizari*, & par les Arabes *Fouoy*. Il y a encore une autre ſorte de Garence naturelle au Canada, connue ſous le nom de *Tyſſavoyana :* c'eſt une racine extrêmement menue, qui fait à peu-près le même effet que notre Garence d'Europe.

Pour teindre un drap blanc bien dégraiſſé, en rouge de Garence, on le fait bouillir pendant trois heures au moins dans une chaudiére, où l'on a mis la quantité d'eau néceſſaire, avec 4 ou 5 onces d'Alun de Rome, 1 ou 2 onces de Tartre crud pour chaque livre de drap, & environ un quinziéme d'eau ſure, qui eſt une décoction de ſon de Froment qu'on a laiſſé aigrir. Après l'avoir retiré de la chaudiére, on l'exprime légerement, & on le porte tout humide dans un lieu frais, où on le laiſſe ſept à huit jours, afin que les ſels ayent le temps d'agir deſſus, & de préparer les pores de la Laine à recevoir la teinture. Ce temps étant expiré, on lave ce drap pour emporter les ſaletés ſuperficielles que le Tartre pourroit y avoir laiſſées; car les ſels qu'on employe en teinture ne ſont jamais les plus purs : les ouvriers ſont trop avides de gain pour ne pas choiſir ceux qui leur coûtent le moins. Pour teindre ce drap garni de ſels, on prépare un nouveau bain d'eau nette, & lorſque cette eau eſt ſeulement tiéde, ou qu'on peut encore y tenir la main, on y jette une demi-livre de la plus belle Garence-grappe pour chaque livre de drap, on la brouille bien dans la chaudiére; quand on s'apperçoit qu'elle a donné ſa teinture à l'eau, qui doit toûjours reſter entre le tiéde & le bouillon, on y plonge le drap, que l'on roule ſans diſcontinuer, ſur un rouet bas, aſſujetti au deſſus de la chaudiére, afin que la couleur prenne uniment. Sans cette agitation continuelle, l'étoffe ſeroit teinte inégalement, & l'on y verroit des places de différentes couleurs. Lorſque l'eau du bain ne paroît plus colorée, ou qu'elle n'a plus qu'une couleur de paille, c'eſt une marque que toute la teinture de la Garence s'eſt appliquée ſur le drap : alors on augmente le feu pour faire bouillir cette eau pendant quelques minutes; ce qui acheve d'aſſûrer la teinture

sur l'étoffe, parce que la simple chaleur de l'eau tiéde n'auroit pas été suffisante pour la parfaite dissolution du Tartre crud, resté adhérent aux fibres de la Laine.

Ces rouges de Garence ne sont jamais beaux comme ceux du Kermès, & le sont beaucoup moins que ceux de la Gomme-lacque ou de la Cochenille; mais ils coûtent peu, & par conséquent on s'en sert pour les étoffes communes, dont le bas prix ne pourroit pas supporter celui d'une teinture plus chere. Tous les rouges de l'Infanterie & de la Cavalerie sont ordinairement des rouges de Garence, qu'on rend plus vifs quelquefois en les falsifiant, malgré les défenses, avec des drogues de petit teint.

J'ai déja dit que la Garence employée sans avoir passé les étoffes au bouillon d'Alun & de Tartre, leur laisse sa couleur rouge; mais elle la donne mal unie, & de plus elle n'a aucune solidité. Ce sont donc les sels qui en assûrent la teinture. Ainsi la question est de sçavoir si c'est simplement en dérochant, pour ainsi dire, les pores de la Laine, c'est-à-dire, en ôtant les restes de la transpiration huileuse du Mouton, qu'on les prépare à recevoir plus immédiatement les particules colorantes de la racine, ou bien si une portion de ces sels, sur-tout de celui des deux qui ne peut être emporté même par l'eau tiéde, y reste pour happer, saisir & mastiquer ensuite l'atome colorant dans les pores de la Laine, ouverts & dilatés par la chaleur de l'eau pour le recevoir, & resserrés ensuite par le froid pour le retenir. Pour déterminer ceux qui seroient de la premiére opinion, il n'y a qu'à substituer à l'Alun & au Tartre crud quelque sel alkali, comme Potasse, lessive clarifiée de Cendres ordinaires, ou autre sel lixiviel pur, mis en proportion convenable pour ne pas fondre la Laine, & ensuite passer l'étoffe dans un bain de Garence, le drap en sortira coloré, mais cette couleur n'aura aucune solidité; la seule eau bouillante en emportera plus des trois quarts. Or on ne peut pas dire qu'un sel alkali fixe soit incapable de dérocher les pores de la Laine de leur suain ou graisse du Mouton, puisque les sels

lixiviels sont employés avec un succès connu, dans tous les cas où il s'agit d'ôter à une étoffe, de quelque genre qu'elle soit, la graisse qui l'a tachée, & que l'eau seule n'enleveroit pas, puisqu'avec cette graisse étrangere à l'étoffe & le sel alkali il se fait une espece de savon que l'eau emporte ensuite aisément. De plus, prenés un morceau de drap teint en rouge de Garence selon la méthode ordinaire du bon teint, faites-le bouillir quelque temps dans la solution du sel alkali fixe mis en petite dose, vous détruirés aussi la couleur, parce que l'alkali fixe attaquant les petits atomes de cristal de Tartre ou de Tartre crud, qui tapissent les pores des fibres de la Laine, il s'en compose un Tartre soluble que l'eau dissout, comme on le sçait, très-aisément, & par conséquent les pores s'étant ouverts dans l'eau chaude de cet essai, l'atome colorant en est sorti avec l'atome salin qui le mastiquoit. Si on lave ce drap dans de l'eau froide, on voit le surplus de la couleur s'y délayer, & il reste d'une couleur demi-fauve ou sale.

Si, au lieu de Sel alkali simple, on se sert de Savon, qui est un sel alkali mitigé par l'huile, & qu'on y fasse bouillir pendant quelques minutes un autre morceau de drap teint comme le précédent, le rouge en deviendra plus beau, parce que l'alkali enveloppé d'huile, n'a pu attaquer le sel acide végétal du Tartre crud, & l'ébullition n'a fait que détacher les particules colorantes mal enchâssées : leur nombre diminuant, ce qui en reste, doit donner une couleur moins chargée & plus claire.

J'ajoûterai pour surcroît de preuves de l'existence actuelle des sels dans les pores d'une Laine teinte en rouge de Garence, que le plus ou le moins de Cristal de Tartre donne des variétés infinies, non seulement de nuances, mais même de couleurs, avec cette seule racine ; car si l'on diminue la dose de l'Alun, & qu'on augmente celle du Tartre, on a un rouge canelle, & même si l'on ne met dans le bouillon que du Tartre seul, on perd le rouge, & l'on n'a que du canelle foncé, ou couleur de fauve ou de racine, mais de très-bon

teint, parce que le Tartre crud, qui eſt un ſel acide, a tellement diſſout la partie qui auroit coloré en rouge, qu'il n'en eſt reſté qu'une très-petite quantité avec les fibres ligneuſes de la racine, laquelle alors rentre dans la claſſe des racines communes, qui pour l'ordinaire ne donnent qu'une couleur fauve, plus ou moins foncée, ſelon la quantité qu'on employe. Il ſera prouvé, dans la ſuite de ce Mémoire, que l'acide qui rend les rouges plus vifs, les diſſout ſi l'on en met trop, & les diviſe en des particules d'une ſi grande petiteſſe, qu'elles échappent à la vûe.

Si au lieu de Tartre, qui eſt un ſel dur, on employe dans le bouillon avec l'Alun un ſel aiſément diſſoluble, tel que le Salpetre, pour préparer l'étoffe à recevoir la teinture de la Garence, la plus grande partie de ſon rouge devient inutile ; il diſparoît ou ne s'applique pas, & l'on n'a qu'un canelle, à la vérité fort vif, mais qui ne réſiſte pas, parce que le Salpetre ſe rediſſout trop aiſément dans l'eau, où l'on fait dégorger l'étoffe après qu'elle eſt teinte.

Qu'à la place de ces deux ſels on ſe ſerve de Sel de Glauber, on a une vilaine couleur fauve, qui ne tient ni à l'air ni aux autres épreuves, parce que ce ſel ſe diſſout trop facilement & ſe calcine de même.

Les ſels alkalis volatils ou urineux qui développent de certaines plantes, telles que la Pérelle, l'Orſeille des Canaries & d'autres *Lichens*, un fort beau rouge qu'on n'y auroit pas ſoupçonné auparavant, développent auſſi le rouge de la Garence, mais en même temps ils lui communiquent leur volatilité, en ſorte que lorſque j'ai voulu employer de la Garence que j'avois préparée comme on prépare l'Orſeille, avec de l'Urine fermentée & de la Chaux vive, je n'ai eu que des couleurs de noiſette, plus ou moins claires, mais qui ſont ſolides, parce qu'il n'étoit entré dans le bain que la petite portion du volatil urineux qui humectoit la Garence; que l'ébullition a ſuffi pour le faire évaporer, & que d'ailleurs le drap étoit ſuffiſamment garni des ſels du bouillon, fait à l'ordinaire, pour retenir ce qui étoit reſté des parties colorantes de cette racine.

Quand on applique un rouge pur, celui de la Cochenille, par exemple, ſur un drap précédemment teint en bleu, & enſuite préparé par le bouillon de Tartre & d'Alun pour recevoir ce rouge, on a un pourpre ou un violet, à proportion de la quantité de bleu, ou de la quantité de ce rouge pur. Le rouge de la Garence ne fait pas le même effet, parce que ce n'eſt pas un rouge pur comme celui de la Cochenille, & qu'ainſi que je l'ai dit plus haut, il eſt altéré par le fauve, couleur propre aux fibres ligneuſes de cette racine comme aux fibres ligneuſes de preſque toutes les autres racines communes. Ainſi ce rouge ſali par le fauve, fait ſur le bleu une couleur de café ou de marron, plus ou moins foncé ſuivant l'intenſité précédente du bleu appliqué le premier. Si on veut que ce café ou ce marron ait un reflet pourpré, il faut néceſſairement y employer un peu de Cochenille pour le bon teint, & un peu d'Orſeille ou de bois de Bréſil pour le petit teint.

C'eſt afin d'éviter ce fauve des fibres ligneuſes de la racine, que les Teinturiers qui font les plus beaux rouges de Garence, ont grand ſoin de n'employer le bain qu'à tiéde, & de retirer l'étoffe trois ou quatre minutes après qu'il a commencé à bouillir; car pour peu que l'eau bouille davantage, la Garence rend un teint conſidérablement plus terne, parce qu'alors la chaleur de l'eau eſt aſſés forte pour que les particules qui colorent en fauve, ſe détachent & s'appliquent avec les particules rouges. On éviteroit cet inconvénient, ſi dans le temps que la racine de Garence eſt encore fraîche, on pouvoit trouver le moyen de ſéparer aiſément du reſte de cette racine le cercle rouge qui eſt au deſſous de ſa pellicule brune, & qui entoure la moelle du milieu : mais ce travail augmenteroit trop le prix de cet ingrédient ; & comme ce qu'on en ſépareroit ainſi avec beaucoup de patience, ne donneroit jamais un rouge auſſi beau que le rouge de la Cochenille, il paroît aſſés inutile de l'eſſayer en grand. Tout au plus pourroit-on le tenter pour teindre en rouge les Cotons dont le prix pourroit porter les frais de cette ſéparation.

La

La Garence s'employe avec la Cochenille pour faire les demi-écarlates : il en ſera parlé à l'article de l'emploi de cet inſecte. Je finirai celui-ci par une expérience qui m'a donné un pourpre aſſés beau ſans employer de Cochenille, & ſans que le drap eût été d'abord teint en bleu. J'ai fait bouillir un morceau de drap blanc, peſant demi-once, avec 10 grains d'Alun de Rome & 6 grains de Criſtal de Tartre. Au bout d'un quart d'heure je l'ai retiré, exprimé & laiſſé refroidir ; puis j'ai ajoûté au même bain 24 grains de Garence-grappe : après qu'elle a eu fourni ſon teint à cette eau encore empreinte des ſels, j'y ai fait tomber 20 gouttes d'une diſſolution de Biſmuth faite dans parties égales d'eau & d'eſprit de Nitre, puis j'y ai replongé le drap. Au bout de demi-heure je l'ai retiré, exprimé & lavé ; il étoit d'un cramoiſi preſqu'auſſi beau que s'il eût été fait avec de la Cochenille, & même il avoit aſſés de fond ou aſſés de couleur unie pour reſter en cet état. Cependant, pour voir quelle ſeroit la différence en augmentant la teinte, je le replongeai dans le même bain, je continuai de le faire bouillir encore un quart d'heure, & je l'eus d'un pourpre aſſés vif. Ce pourpre, qui eſt une découverte en teinture, & qui fournit à la Chymie des conſéquences dont il ſera parlé dans un autre article de ce Mémoire, ayant été éprouvé par le débouilli de l'Alun, s'y avive & s'embellit ; & à celui du Savon, il reſte d'un rouge beaucoup plus beau que les rouges ordinaires de Garence.

Si je garde pendant pluſieurs jours le drap humecté de ſon bouillon de Tartre & d'Alun, qu'enſuite je le teigne dans un bain de Garence ſimple & ſans ſels, ſelon la méthode ordinaire, juſqu'à ce qu'il ait pris une couleur canelle vive, & qu'enſuite j'ajoûte à ce bain de la même diſſolution de Biſmuth, je n'aurai qu'une couleur de marron & point de pourpre ; ce qui fait voir combien il faut être exact en décrivant les procédés de Teinture, & que c'eſt par ce défaut d'exactitude que tous les Livres qu'on a publiés ſur cet art, ont été juſqu'à préſent inutiles, parce qu'on a négligé d'y

indiquer des circonſtances de manipulation abſolument néceſſaires pour réuſſir dans la couleur qu'on y cherche. Dans cette ſeconde expérience le drap a pris trop de ſels, ils ont peut-être ſéjourné trop long-temps deſſus, & dans la teinture il n'y en avoit pas, & principalement d'Alun, qui pût précipiter ſa terre avec le Biſmuth ſur le teint de la Garence; précipitation qui s'opere par l'adſtriction de cette racine. Je me ſuis peut-être trop étendu ſur la pratique des teintures que l'on fait avec la Garence, mais j'ai cru devoir le faire pour être plus court dans les articles qui ſuivent.

KERMÉS. Le Kermès eſt une Gale-inſecte qui croît, qui vit & qui multiplie ſur l'*Ilex aculeata cocci glandifera*. C. B. P. On le trouve dans les Garrigues des environs de Vauvert, de Vendemian & de Narbonne, mais en plus grande quantité en Eſpagne, du côté d'Alicante & de Valence. Les payſans du Languedoc le viennent vendre tous les ans à Montpellier & à Narbonne, auſſi-tôt qu'ils en ont fait la récolte. Ceux qui l'achetent pour l'envoyer à l'étranger, l'étendent ſur des toiles, & ont ſoin de l'arroſer avec du Vinaigre pour tuer des vermiſſeaux qui ſont quelquefois dedans, & qui produiſent une poudre rouge, qu'en Eſpagne ſur-tout, on ſépare de la coque, après l'avoir laiſſé ſécher, en la paſſant par un tamis. On en fait enſuite de groſſes balles, & on met au milieu de chacune, dans un ſac de peau, de cette poudre, au *prorata* de la quantité que toute la partie a produite, afin qu'en vendant les balles à différents particuliers, chacun ait ſa portion de cette poudre. J'ai cherché de cette poudre à Paris, mais je n'en ai pu trouver chés aucun marchand. On envoye ordinairement ces balles à Marſeille, d'où on les fait paſſer dans le Levant, principalement à Alger & à Tunis, où l'on aſſûre qu'on fait un grand uſage du Kermès dans la teinture.

Cet inſecte, que quelques Teinturiers qui s'en ſervent encore, appellent *graine*, parce qu'il en a la figure, a ſervi autrefois à faire cette couleur rouge qu'on appelloit *Ecarlate de France*. Les draperies rouges des anciennes Tapiſſeries

ſont teintes avec cet ingrédient, & leur couleur, qui dans quelques Tapiſſeries a juſqu'à 200 ans d'ancienneté, n'a preſque rien perdu de ſa vivacité. On connoît à préſent cette couleur ſous le nom d'*Ecarlate de Veniſe*, parce qu'elle y eſt extrêmement en uſage, & qu'on y en fait plus qu'en aucun autre endroit de l'Europe. Le goût en a paſſé en France & dans la plûpart des autres pays, parce qu'elle a effectivement moins de feu, & qu'elle eſt plus brune que l'écarlate moderne à laquelle on eſt accoûtumé; mais elle a ſur elle l'avantage de ſe ſoûtenir plus long-temps, & de n'être point tachée par la boue & par les liqueurs acres.

Voici de quelle maniére on doit faire cette écarlate de Graine, qui n'eſt plus guére en uſage que pour les Laines deſtinées aux tapiſſeries. On commence par *ébrouer* la Laine filée, c'eſt-à-dire, que pour 20 livres, on met dans la chaudiére un demi-boiſſeau de Son, enfermé dans un ſac, avec la quantité d'eau néceſſaire pour que cette Laine y ſoit bien abreuvée; on la fait bouillir une demi-heure, après quoi on la retire de l'eau, on l'exprime, ou on la laiſſe égouter: pendant ce temps-là on prépare le bouillon, qui eſt compoſé d'environ un quart d'eau ſure & de trois quarts d'eau de riviére, dans laquelle on met 4 livres d'Alun de Rome & 2 livres de Tartre rouge. Quand ce bain eſt bouillant, on y plonge les écheveaux de Laine, les tournant de temps en temps ſur les bâtons qui les enfilent, & au bout de deux heures on les leve, & les ayant exprimés foiblement, on les enferme dans un ſac de toile qu'on porte à la cave, où on les laiſſe cinq ou ſix jours, comme on a fait l'étoffe préparée pour le rouge de Garence. Le ſixiéme jour on prépare un nouveau bain d'eau de riviére la plus claire, & lorſqu'elle commence à être tiéde, on y jette 12 onces de Kermès pulvériſé, pour chaque livre de Laine, au cas qu'on veuille une écarlate bien pleine ou bien fournie de couleur. Si le Kermès étoit trop vieux, il en faudroit au moins livre pour livre. Quand le bain commence à bouillir, on y met la Laine, qui doit être encore humide: en cas qu'on l'eût laiſſé ſécher,

il faudroit l'humecter de nouveau dans de l'eau tiéde ; ce qui eſt une régle générale pour toutes les couleurs, parce que ſi on mettoit les Laines ou les étoffes, ſéches, dans les bains de teinture, jamais elles ne prendroient la couleur également. Après que la Laine aura reſté une bonne heure dans ce bain, où l'on doit avoir tourné & retourné les écheveaux autour de leurs bâtons, on la laiſſera égouter, on l'exprimera & on la lavera en eau courante. Le Teinturier peut profiter du reſte de ſon bain encore coloré, ce qui s'appelle une *ſuite*, & y teindre d'autres Laines préparées par le bouillon des ſels comme les précédentes, en des couleurs qui ſeront des nuances dégradées de la premiére. On peut donner un peu plus d'éclat à cette couleur, qui eſt rouge de ſang, en paſſant la Laine dans un bain d'eau plus que tiéde, où l'on a fait fondre une petite quantité de Savon. A la vérité, le Savon la *roſe* un peu, c'eſt-à-dire, lui donne un petit œil tirant ſur le cramoiſi, mais elle en eſt plus belle. L'Eau-forte miſe en petite quantité ſur le bain de Kermès, ou encore mieux la Compoſition pour l'écarlate, dont il ſera parlé ci-après, rend la couleur encore un peu plus agréable, mais alors elle eſt ſujette à tacher à la boue.

Ce qui rend le rouge de Kermès auſſi ſolide que celui de la Garence, c'eſt qu'il eſt appliqué ſur une Laine préparée de même par des ſels qui réſiſtent à l'action de l'air & du Soleil : c'eſt auſſi vraiſemblablement parce que cet inſecte s'étant nourri de la ſéve d'un arbriſſeau aſtringent, a conſervé cette propriété de donner plus de reſſort aux parois des pores de la Laine pour ſe reſſerrer plus vîte & plus fortement, quand elle ſort de l'eau bouillante & qu'on l'expoſe à l'air froid. Que ce ſoit par cette raiſon, ou parce qu'il ſe fait avec les aſtringents une précipitation de la terre de l'Alun, j'ai remarqué que toutes les racines, les écorces, les fruits & les autres matiéres qui ont quelqu'adſtriction, donnent toutes des couleurs de bon teint, en les employant avec l'Alun & le Tartre crud. Il ſera encore parlé de cette précipitation dans l'article de la Cochenille.

On peut faire une écarlate moins brillante que celle de la Cochenille pure, en mettant dans le bain moitié Kermès, moitié Cochenille, & ajoûtant un peu de Composition. La couleur en est plus solide que celle de la Cochenille seule, mais aussi elle n'est pas si belle. C'est cette couleur qu'on nomme *E'carlate demi-graine.* La plûpart des Teinturiers n'étant plus dans l'usage d'employer le Kermès, lui substituent la racine de Garence, qui leur coûte moins, lorsqu'ils ont des demi-écarlates à teindre.

En employant le Kermès seul avec la Crême de Tartre & la Composition, sans ajoûter d'Alun, on a en un seul bain un canelle vif, au lieu d'un rouge, par la raison ci-devant dite, que les acides réduisent les rouges en parties si ténues, que la plûpart échappent à la vûe. Mais si on passe ce canelle dans un bain d'Alun, on fait reparoître une partie de ce rouge.

Avec la Crême de Tartre, la Composition & l'Alun, ce dernier mis en plus grande quantité que les deux autres, le Kermès donne une couleur de lilas.

Si à l'Alun & au Tartre on substitue le Tartre vitriolé, & qu'on ajoûte la Composition, on a un gris d'agathe, dans lequel à peine apperçoit-on un peu de rouge, parce que l'acide de la Composition a trop divisé le rouge de l'ingrédient colorant, & que le Tartre vitriolé ne contenant point la terre de l'Alun, n'a pu rassembler suffisamment d'atomes rouges. Mais ces gris d'agathe tiennent aux épreuves, parce que le Tartre vitriolé est un sel dur, qui, comme le Tartre crud, ne se calcine point aux rayons du Soleil, & ne peut être dissout par l'eau de la pluye.

Le Sel de Glauber employé avec le Kermès, détruit entiérement son rouge, & donne un gris terreux qui ne tient pas aux épreuves, parce que ce sel ne résiste, ni à l'eau, qui le dissout très-vîte, ni aux rayons du Soleil, qui le réduisent aisément en poussiére.

Le Vitriol vert & le Vitriol bleu, substitués séparément à l'Alun, mais employés avec le cristal de Tartre, détruisent

pareillement ou voilent la couleur rouge du Kermès par leurs parties métalliques. Dans ces deux expériences, le Kermès agit comme le feroit la Noix de galle ou le Sumach, & par conséquent il précipite le Fer du Vitriol vert, qui teint le drap en gris-brun, & le Cuivre du Vitriol bleu, qui teint le sien en olivâtre. Quand à la place du Vitriol bleu je mets une dissolution de Cuivre dans l'Eau-forte, j'ai aussi une couleur olivâtre; ainsi la précipitation du métal est suffisamment démontrée.

Le Vitriol blanc de Goslar, dont la base n'est pas encore exactement connue, étant employé avec le cristal de Tartre, change le rouge du Kermès en violet; & si à ce Vitriol blanc je substitue la teinture rougeâtre, extraite de la mine de Bismuth par le moyen de l'Eau-forte & ensuite par le Sel commun, ce qui fait l'Encre sympathique singuliére sur laquelle j'ai donné un Mémoire en 1737, j'ai un violet semblable, seulement un peu plus foncé. Cette identité de couleur met sur la voye pour trouver la base du Vitriol blanc. Car comme la teinture de la mine de Bismuth, qui donne l'Encre sympathique bleue, ne fait cet effet que parce qu'elle contient la matiére bleue du Smalt & une petite portion de Bismuth, il est très-vraisemblable que le Vitriol blanc qui, avec le Kermès, donne un violet à peu-près semblable, ne fournit cette teinte bleue au rouge du Kermès que parce qu'il contient aussi une certaine quantité de ce Smalt & de Bismuth, que l'acide sulfureux, vague dans les entrailles de la terre, a extraite de cette mine; & l'on a d'autant plus de raison de le croire, que tout le Vitriol blanc qui vient de Goslar, est tiré d'une Mine qui fournit du Plomb, de l'Arsénic, du Bismuth & plusieurs autres matiéres dont les récréments, fondus ensuite avec le Sable & un Sel alkali, se vitrifient en une masse bleue qu'on nomme le *Safre*. Pour augmenter encore le vraisemblable de ces conséquences, j'ai fait un essai de teinture avec l'Alun, la crême de Tartre & le Kermès; j'ai ajoûté au bain une certaine quantité de dissolution de Bismuth, & j'ai eu un violet encore plus vif que le violet donné par l'Encre sympathique.

Toutes les fois qu'on employe avec le Kermès des acides mis en trop grande quantité, soit acide du Vitriol, du Nitre ou du Sel commun, le jus de Citron ou le Vinaigre, même l'Eau sure, on fait disparoître, comme je l'ai déja dit, le rouge des particules colorantes, & l'on n'a que des canelles vifs, ou des canelles tirants sur l'aurore. Les sels alkalis fixes ne détruisent pas de même ce rouge, mais ils le rosent & le salissent, en sorte que le drap se trouve teint d'une couleur de lilas terne.

Ce seroit trop allonger ce Mémoire que de décrire séparément les résultats des 50 expériences que j'ai faites avec cet ingrédient, différemment altéré par des sels & des dissolutions métalliques : elles ne seroient pas même d'une grande utilité pour l'art de la Teinture, puisqu'un grand nombre des couleurs qu'elles m'ont fournies, peuvent se tirer beaucoup plus aisément des ingrédients communs ou moins chers que le Kermès. Je passe à l'article de la Cochenille.

La Cochenille fine, qu'on nomme *Mesleque* ou *Tescalle*, est un insecte dont on fait une récolte considérable dans le Mexique. Les naturels du pays & les Espagnols, qui n'ont que de petits établissements, le cultivent, c'est-à-dire, qu'ils ont soin de le retirer de dessus la plante qui le nourrit, avant la saison des pluyes. Ils font mourir & sécher ce qu'ils ont dessein d'en vendre, & conservent soigneusement le reste, pour le faire multiplier quand la mauvaise saison est passée. Cet insecte se nourrit & se multiplie sur une espece d'*Opuntia*, qu'on nomme *Topal*. Il peut se conserver dans un lieu sec pendant des siécles entiers sans se gâter, & j'en ai une petite quantité qu'on a envoyée d'Amsterdam avec toutes les preuves requises de 130 ans d'ancienneté ; cependant cette Cochenille est aussi entiére que si elle arrivoit de l'Amérique, & fait en teinture le même effet qu'une Cochenille nouvelle. COCHENILLE.

La Cochenille *sylvestre* ou *campessiane* nous vient aussi de la Vera-cruz. C'est dans les Bois du Nouveau Mexique que les Indiens vont la chercher. L'insecte s'y nourrit, y croît,

y multiplie fur les *Opuntias* non cultivés qui y font en abondance. Il y eft expofé, dans la faifon des pluyes, à toute l'humidité de l'air, & il y meurt naturellement. Cette Cochenille eft toûjours beaucoup plus menue que la Cochenille fine ou cultivée ; fa couleur eft meilleure ou plus folide, mais elle n'a jamais le même éclat, & d'ailleurs il n'y a pas beaucoup de profit à l'employer, puifqu'il en faut quatre parties, & quelquefois plus, pour tenir lieu d'une feule partie de Cochenille fine.

On trouve auffi quelquefois à Cadix de la Cochenille avariée : c'eft de la Cochenille fine qui a été mouillée de l'eau de la mer, à l'occafion de quelque naufrage, tel que celui de la Flotte de la nouvelle Efpagne au Canal de Bahama en 1734. Ces fortes d'accidents en diminuent confidérablement le prix ; car comme le Sel marin rofe le teint de la Cochenille, celle-ci ne peut fervir qu'à faire des pourpres, qui encore ne font pas des plus beaux. Il s'eft pourtant trouvé un particulier en 1735, qui avoit le fecret de l'employer prefqu'auffi avantageufement pour l'écarlate que la Cochenille la plus faine. Ce fecret n'eft pas difficile à découvrir, mais il en faut laiffer jouir l'inventeur, & ne pas le priver de la récompenfe qu'il en peut efpérer dans des temps où l'on en auroit befoin.

L'écarlate couleur de feu, connue autrefois fous le nom d'*Ecarlate de Hollande*, aujourd'hui fous celui d'*Ecarlate des Gobelins*, & dont Kunckel attribue la découverte à un Chymifte nommé *Kufter*, eft la plus belle & la plus éclatante couleur de la teinture ; elle eft auffi la plus chere, & l'une des plus difficiles à porter à fa perfection. On ne peut même guére déterminer quel eft ce point de perfection ; car indépendamment des différents goûts qui partagent les hommes fur les couleurs, il y a auffi des goûts généraux, pour ainfi dire, qui font que dans un temps des couleurs font plus à la mode que dans d'autres. Ce font alors ces couleurs de mode qui font des couleurs parfaites. Autrefois on vouloit des écarlates pleines, foncées, d'une couleur que la vûe

fupportât

supportât aisément. Aujourd'hui on les veut orangées, pleines de feu, & dont l'œil ne puisse soûtenir l'éclat. Je ne déciderai point lequel de ces goûts mérite la préférence, mais je vais donner la maniére de les faire d'une façon & de l'autre, & de toutes les nuances qui tiennent le milieu entre ces extrémités, ce qui dépend de la quantité de l'acide, ou de ce qu'on nomme la *Composition.*

Il n'y a point de Teinturier qui n'ait une recette particuliére pour faire l'écarlate, & chacun est persuadé que la sienne est la meilleure. Cependant la réussite ne dépend que du choix de la Cochenille & de l'eau qui doit servir à la teinture, & aussi de la maniére de dissoudre l'Etain qui entre dans la Composition; car ce métal, mal choisi ou dissout sans précaution, est souvent la cause du peu d'éclat d'une écarlate, faite d'ailleurs avec tous les soins possibles. Comme c'est par cette dissolution qu'on donne la couleur vive de feu au teint de la Cochenille, qui sans cette liqueur acide seroit naturellement de couleur cramoisie, je vais donner la maniére de préparer la Composition qui m'a le mieux réussi.

Je prends 8 onces d'Esprit de Nitre, qui est toûjours plus pur que l'Eau-forte commune & de bas prix, employée ordinairement par les Teinturiers. Je m'assûre par les méthodes connues des Chymistes, qu'il ne contient point d'acide vitriolique. J'affoiblis cet acide nitreux en versant dessus 8 onces d'eau de riviére filtrée: j'y dissous peu-à-peu une demi-once de Sel ammoniac bien blanc, pour en faire une Eau régale, parce que, comme on le sçait, l'Esprit de Nitre n'est pas le dissolvant de l'Etain. Enfin j'y ajoûte 2 gros seulement de Salpêtre de la troisiéme cuite. On pourroit le supprimer, mais je me suis apperçu qu'il contribuoit à unir la couleur, c'est-à-dire, à la faire prendre plus également. Dans cette Eau régale affoiblie je fais dissoudre une once d'Etain d'Angleterre en larmes, que j'ai grenaillé auparavant; mais je ne fais tomber ces petits grains d'Etain dans le dissolvant, que les uns après les autres, attendant que les premiers soient dissouts avant que d'en mettre de nouveaux, afin d'éviter la

perte des vapeurs rouges qui s'éleveroient en grande quantité, & qui se dissiperoient si la dissolution du métal se faisoit trop précipitamment. Ces vapeurs sont nécessaires à conserver, &, comme Kunckel l'avoit observé de son temps, elles contribuent beaucoup à la vivacité de la couleur, soit parce que c'est un acide qui s'évaporeroit en pure perte, soit qu'elles contiennent un sulfureux qui donne de l'éclat à la couleur. Cette méthode est beaucoup plus longue, à la vérité, que celle des Teinturiers, qui versent d'abord leur Eau-forte sur l'Etain grenaillé, & qui attendent qu'il se fasse une vive fermentation, & qu'il s'en éleve beaucoup de vapeurs, pour l'affoiblir par l'eau commune. Quand mon Etain est ainsi dissout peu-à-peu, la Composition de l'écarlate est faite, & la liqueur est d'une belle couleur de dissolution d'Or, sans aucune boue précipitée ni sédiment noir, parce que je me sers d'un Etain pur, sans alliage, & tel qu'il coule dès la premiére fonte de sa mine dans les fourneaux de Cornouailles, au lieu qu'il est rare de trouver de l'Etain à petit chapeau qui ne laisse pas de sédiment noir au fond du vaisseau. Cette dissolution de l'Etain, très-transparente quand elle est nouvellement faite, s'épaissit & devient laiteuse & opaque dans les grandes chaleurs de l'Eté. La plûpart des Teinturiers sont dans l'opinion qu'alors elle est tournée, & qu'elle n'est plus bonne à rien. Cependant j'ai reconnu que la mienne, malgré ce défaut, faisoit l'écarlate aussi vive que si elle fût restée limpide. De plus, dans les temps froids elle reprend sa premiére transparence ; ce qui, à la vérité, n'arrive pas si exactement à la Composition qui n'a pas été préparée avec les précautions que j'ai indiquées. Il est nécessaire d'avertir qu'il faut tenir cette dissolution dans un grand flacon bouché d'un bouchon de cristal.

En supposant qu'on ait de la Composition déja préparée, il faut, pour teindre un drap blanc en écarlate, le bien humecter d'abord, en le mettant dans de l'eau de riviére un peu plus que tiéde pendant un bon quart d'heure, puis le retirer, l'exprimer légerement & le garder humide, afin qu'il

ſe teigne plus uniment. Il faut auſſi de l'eau de riviére la plus pure pour tirer le teint de la Cochenille : on n'y réuſſiroit pas de même avec de l'eau de puits, ou avec toute autre eau crue & gypſeuſe. Il eſt même aſſés convenable de préparer l'eau de riviére, pour peu qu'elle ſoit ſuſpecte, en mettant dans la chaudiére un ſac de toile blanche, rempli de Son de froment, ou de quelque racine douce & mucilagineuſe, comme de Guimauve, ratiſſée & coupée par tranches.

Il faut environ une once & demie de Cochenille fine, pulvériſée & paſſée par un Tamis fin, pour teindre une aulne de drap blanc, humecté comme on vient de le dire, & que je ſuppoſe du poids de 2 livres ou environ lorſqu'il eſt ſec. Cette doſe de Cochenille s'employe en deux fois, ſçavoir, un tiers pour le bouillon qui prépare le drap, & lui donne en même temps une couleur de roſe vive, & les deux autres tiers pour la rougie ou ſecond bain qui acheve de le teindre. On pourroit, à la rigueur, faire de l'écarlate en un ſeul bain, mais j'ai reconnu qu'elle n'en ſort pas ſi parfaite. Pour le bouillon, on met dans une chaudiére d'Etain fin 30 à 40 pintes d'eau de riviére ; lorſqu'elle eſt un peu plus que tiéde, on y ajoûte 2 onces de Creme de Tartre bien pulvériſée & 4 gros de Cochenille en poudre fine, on brouille bien l'eau du bain, & auſſi-tôt qu'elle eſt prête à bouillir, on y ajoûte 2 onces au moins de Compoſition. Elle change tout d'un coup la couleur du bain, qui, de cramoiſi brun qu'il étoit, devient de couleur de ſang artériel. Auſſi-tôt que le bain a commencé à bouillir, on y plonge le drap, & on l'y tourne & retourne pendant une heure & demie, après quoi on le leve, on l'exprime, & on le lave dans l'eau froide. Dès cette premiére préparation, il eſt d'une couleur de roſe très-vive, & l'eau du bain, qu'il faut jetter, n'eſt preſque plus colorée. Pour la rougie, on remet dans la chaudiére d'Etain la même quantité d'eau que la premiére fois, une once de Cochenille pulvériſée, qu'on remue bien juſqu'à ce que le bain ſoit fort chaud, enſuite on y ajoûte une once ou une once & demie de Compoſition, & ordinairement point de

Criſtal de Tartre, parce que le drap en a retenu ſuffiſamment du premier bouillon pour aſſûrer la teinture. Lorſque l'eau de ce ſecond bain commence à bouillir, on y replonge le drap, & on l'y fait bouillir juſqu'à ce qu'il ait pris toute la couleur de la Cochenille, & que l'eau n'ait plus qu'une couleur de paille; ce qui va à une demi-heure ou trois quarts d'heure. On le leve alors, & on l'évente pour le refroidir ſubitement, afin de condenſer les ſels, puis on le lave à la riviére. Quelques Teinturiers ajoûtent dans la rougie une demi-once d'Amidon, qu'on a bien délayé auparavant dans de l'eau chaude; mais cette matiére colante s'applique quelquefois inégalement ſur le drap, & empêche le teint de la Cochenille de s'y dépoſer uniment, ce qui le fait paroître de couleur plus vive dans des endroits que dans d'autres: ainſi on peut ſupprimer cet ingrédient avec avantage. Un drap teint, comme je viens de le dire, a du fond, paroît nourri de couleur, & la vûe peut la ſupporter ſans ſe fatiguer. Si on met plus de Compoſition que la doſe ci-devant indiquée, on a une écarlate plus jaune ou plus couleur de feu, qui fait de la peine à regarder long-temps, qui ſe brunit aſſés vîte à l'air, & qui a encore un défaut plus conſidérable, c'eſt que la Laine eſt tellement altérée par le trop d'acide, que le moindre effort déchire le drap.

Les demi-écarlates ſe font de même que les écarlates: ils ne ſont pas ſi beaux, mais ils ſont plus ſolides, parce qu'on y met une partie de belle Garence avec deux parties de Cochenille. Mais pour avoir le même vif que trois parties de Cochenille donneroient, ſi on l'employoit ſeule, on ajoûte un peu plus que la doſe ordinaire de Compoſition, ce qui diminue la bonté de l'étoffe, & la rend un peu rude au toucher. Par conſéquent il vaudroit beaucoup mieux tolérer dans les écarlates de mode qui ont cette couleur jaune qui plaît tant depuis quelques années, une petite quantité de *Terra merita*, laquelle, avec la Cochenille, donne un couleur de feu fort vif, quoique peu ſolide, que de permettre d'altérer le drap par une trop grande quantité d'acide.

Quant à la théorie de cette couleur, je crois qu'on peut la concevoir ainsi. La Cochenille infusée ou bouillie dans de l'eau pure, donne une couleur cramoisie tirant sur le pourpre; c'est sa couleur naturelle. Mettés de cette infusion dans un verre, & versés dessus de l'Esprit de Nitre bien pur, goutte à goutte, vous éclaircirés tellement cette couleur, qu'après avoir passé par différentes nuances, elle deviendra jaune; si vous en mettés encore, à peine vous appercevrés vous qu'il y ait eu originairement du rouge dans la liqueur du verre : ainsi j'ai cru devoir dire que l'acide détruit ce rouge, & qu'en le dissolvant il le divise en des parties si ténues, que l'œil ne peut plus les appercevoir. Si dans l'expérience vous employés de l'acide vitriolique, les premiers changements de la couleur vous donneront des nuances pourprées, puis des couleurs de lilas claires, enfin des couleurs de chair pâles. Ce bleuâtre qui se mêle au rouge pour faire du pourpre, peut venir d'une petite portion de Fer dont toute huile de Vitriol est rarement exempte.

Dans le bouillon de l'écarlate on ne met pour tout sel que de la Creme de Tartre; on n'y ajoûte point d'Alun comme dans le bouillon des autres couleurs, parce qu'il roseroit la teinture. Cependant il faut une matiére terreuse blanche, une chaux, qui, avec les parties rouges de la Cochenille, puisse faire une sorte de Lacque, laquelle s'enchâsse dans les pores de la Laine à l'aide du Cristal de Tartre. On trouve cette chaux blanche dans la dissolution d'un Etain bien pur. Qu'on fasse l'expérience de cette teinture dans quelque petit vaisseau de terre vernissée, & lorsque la Cochenille a communiqué toute sa teinture à l'eau chaude, qu'on y verse de la Composition goutte à goutte, & qu'on examine avec une loupe ce qui se passe à chaque instillation de goutte, on verra qu'il se forme un petit cercle blancheâtre où se fait une fermentation assés vive, & l'on appercevra la chaux d'Etain, qui se sépare d'abord blanche, se teindre presque sur le champ de la couleur vive dont le drap sera teint dans la suite de l'opération. Pour preuve que cette

chaux blanche de l'Etain eſt néceſſaire à cette couleur, c'eſt que ſi on employoit la Cochenille avec l'Eſprit de Nitre ſeul & le Criſtal de Tartre, on auroit un fort vilain cramoiſi. Si l'on ſe ſervoit de la diſſolution de quelqu'autre métal dans le même acide, comme de Fer ou de Mercure, on auroit du premier, un gris de cendre foncé, & du ſecond une couleur de marron jaſpée, ſans qu'on pût appercevoir dans l'un ni dans l'autre aucun veſtige du rouge de la Cochenille. Or comme après ce que je viens de dire, il eſt très-raiſonnable de ſuppoſer que la chaux blanche de l'Etain ayant été teinte par les parties colorantes de la Cochenille que l'acide du diſſolvant a avivées, il s'en eſt formé une eſpece de lacque terreuſe, dont les atomes ſe ſont introduits dans les pores de la Laine, dilatés pendant la chaleur de l'eau bouillante: on peut croire auſſi qu'ils s'y ſont maſtiqués avec le Criſtal de Tartre alors diſſout, & que ces pores s'étant contractés fort vîte par le froid ſubit communiqué au drap en l'éventant, ces particules colorées s'y trouvent ſuffiſamment enchâſſées pour être de bon teint. Si par la ſuite l'air leur fait perdre leur premiére vivacité, cette perte n'eſt pas toûjours la même en tous lieux; elle eſt relative aux matiéres hétérogenes dont l'air eſt empreint. On ſçait par expérience qu'à la campagne, & ſur-tout dans les lieux élevés, un drap écarlate conſerve beaucoup plus long-temps ſon œil vif que dans les grandes villes, où les vapeurs alkalines urineuſes ſont plus abondantes. De même la boue de la campagne, qui, hors des grandes routes, n'eſt ordinairement qu'une terre délayée par l'eau des pluyes, ne tache pas l'écarlate ainſi que la boue des villes, où il y a des matiéres urineuſes, & ſouvent beaucoup de Fer diſſout, comme dans les boues de Paris. Or on ſçait que toute matiére alkaline détruit l'effet d'un acide. C'eſt par cette raiſon que ſi l'on fait bouillir un morceau de drap écarlate avec une leſſive de Cendres ou de Potaſſe, on rend d'abord cette couleur pourprée, & en continuant de le faire bouillir, on l'enleve entiérement, parce qu'il ſe fait avec le Sel alkali & le Criſtal de Tartre, ainſi que je l'ai déja dit, un

Tartre ſoluble que l'eau diſſout & détache aiſément de deſſus le drap. Tout le maſtic des parties colorantes eſt détruit alors, & elles rentrent dans la leſſive des ſels.

Je n'ajoûterai ici des trente expériences que j'ai faites avec la Cochenille, que celles qui ſont les plus ſingulières.

Le Zinc, par exemple, diſſout dans l'Eſprit de Nitre, en convertit le rouge en ardoiſé violet.

Le Sel de Saturne mis à la place du Criſtal de Tartre, fait un lilas.

Le Tartre vitriolé fait par la Potaſſe & le Vitriol, détruit le rouge de la Cochenille, & ne donne qu'un gris d'agathe.

Le Biſmuth diſſout en Eſprit de Nitre, puis mis dans un vaiſſeau de Fer blanc avec un bain de Cochenille, fait un lilas terne; le même, en vaiſſeau de Cuivre, donne un gris de tourterelle fort beau & fort vif.

La diſſolution de Cuivre dans l'Eſprit de Nitre, fait un cramoiſi ſale.

Celle d'Argent de coupelle, une couleur de cannelle un peu fauve.

La Cochenille & l'Arſénic donnent un cannelle un peu plus vif que le précédent.

L'Or diſſout en Eau régale, donne une couleur de marron vergetée, qui fait paroître le drap comme s'il eût été fabriqué avec des Laines de différentes couleurs.

Le Mercure diſſout par l'Eſprit de Nitre, fait à peu-près le même effet.

Le Sublimé corroſif brûle & détruit le drap.

Le Sel de Glauber, ſeul, détruit le rouge de la Cochenille, comme fait le Tartre vitriolé, & donne comme lui un gris agathé, mais qui n'eſt pas de bon teint.

Enfin, la teinture extraite de la mine de Biſmuth, convertit le rouge de la Cochenille, comme celui du Kermès, en un pourpre violet preſqu'auſſi beau que ſi l'on eût appliqué ce rouge ſur un drap précédemment teint en bleu céleſte.

Chacun de ces effets ſinguliers demanderoit un grand nombre d'expériences pour tâcher d'en découvrir la cauſe;

mais je prie qu'on me dispense, quant-à-présent, de ces détails, qui ne finiroient pas s'il falloit rapporter dans ce Mémoire tout ce qui a été fait à leur occasion.

GOMME-LACQUE. On peut employer aussi le rouge de la Gomme-lacque à faire des écarlates, & si elles n'ont pas tout l'éclat de l'écarlate faite avec la Cochenille seule, elles ont l'avantage d'avoir plus de solidité. La Gomme-lacque la plus estimée pour les teintures, vient de Siam; c'est la plus riche en couleur : elle doit être adhérente à de petits bâtons ou branches d'arbres. Il faut la choisir la plus rouge intérieurement, & le plus tirant sur le noir à l'extérieur. Il paroît par l'examen particulier que M. Geoffroy en a fait, que ce ne peut être qu'une sorte de Ruche approchant en quelque façon de celles que les Abeilles & d'autres insectes ont coûtume de travailler.

Quelques-uns l'employent pulvérisée & enfermée dans un sac de toile pour teindre les étoffes; mais cette méthode est mauvaise, car il passe toûjours au travers des mailles de la toile quelque portion de la Gomme-résine qui se fond dans l'eau bouillante de la chaudiére, & qui s'attache sur le drap où elle tient si fort, quand il est refroidi, qu'on est obligé de le gratter avec un couteau.

D'autres la réduisent en poudre, & la font bouillir dans l'eau : après qu'elle y a rendu toute sa teinture, ils laissent refroidir le bain. La partie résineuse se dépose au fond : on décante l'eau colorée, & on la fait évaporer à l'air, où pour l'ordinaire elle s'empuantit, & lorsqu'elle a pris une consistance de cotignac, on la met dans des vaisseaux pour la conserver. Mais sous cette forme il est assés difficile de déterminer au juste la quantité qu'on en employe. C'est ce qui m'a fait chercher le moyen d'avoir cette teinture séparée de sa gomme-résine, sans être obligé de faire évaporer une si grande quantité d'eau pour l'avoir séche & la réduire en poudre. Je supprime le détail de tous les essais que j'ai faits avec l'eau de chaux affoiblie, avec la décoction du cœur d'Agaric, avec la décoction de la racine d'Aristoloche ronde, recommandée pour cela dans un ancien *Codex* de la Faculté de Médecine

de Médecine de Paris, parce que l'eau laiſſe bien à la vérité une partie du teint qu'elle a tiré, ſur le filtre où je la verſe, mais elle paſſe encore trop colorée, & il faudroit l'évaporer pour avoir toute la teinture; c'eſt cette évaporation que je voulois éviter. Ainſi j'ai eu recours à quelqu'autre racine mucilagineuſe qui ne donnât point de teinture à l'eau, mais dont le mucilage pût retenir les parties colorantes, & reſtât avec elles ſur le filtre. La racine de grande Conſoude eſt ce qui juſqu'à préſent m'a le mieux réuſſi. Je l'employe ſéche & en poudre groſſiére, & j'en mets un démi-gros par pinte d'eau, que je fais bouillir un bon quart d'heure, enſuite je la paſſe par un linge, & je la verſe très-chaude ſur de la Gomme-lacque pulvériſée & paſſée par un tamis de crin. Elle en tire ſur le champ une belle teinture cramoiſie. Je mets le vaiſſeau en digeſtion pendant 12 ou 15 heures, ayant ſoin d'agiter ſept ou huit fois la Gomme qui ſe tient au fond. Enſuite je décante l'eau chargée de la couleur, dans un vaiſſeau aſſés grand pour que les trois quarts puiſſent reſter vuides, & je le remplis d'eau froide. Je verſe deſſus quelques gouttes d'une forte diſſolution d'Alun de Rome: le teint, devenu mucilagineux par la préparation précédente, ſe précipite; & ſi l'eau qui le ſurnage, paroît encore colorée, j'ajoûte quelques gouttes de la diſſolution d'Alun pour achever la précipitation, ce que je continue juſqu'à ce que l'eau qui ſurnage le précipité, ſoit auſſi décolorée que de l'eau ordinaire. Quand le mucilage cramoiſi s'eſt bien affaiſſé au fond du vaiſſeau, je tire l'eau claire avec un ſiphon, & je verſe le reſte ſur un filtre de papier pour achever de l'égouter, & le faire ſécher enſuite au Soleil. Si la premiére eau mucilagineuſe n'avoit pas tiré tout le teint de la Gomme, c'eſt-à-dire, ſi cette Gomme n'étoit pas reſtée couleur de paille, il faudroit verſer deſſus de la nouvelle décoction de grande Conſoude toute bouillante, & répéter tout ce qui a été fait pour la premiére extraction de la teinture.

De cette maniére, je ſépare toutes les parties colorantes que la Gomme-lacque peut fournir; & comme je fais ſécher

ensuite cette teinture extraite pour la pulvériser, je sçais ce que cette Gomme m'en a rendu, & je suis plus sûr aussi des doses que j'employe dans la teinture des étoffes, que ne sont ceux qui se contentent d'évaporer l'eau teinte en consistence d'extrait, parce que celui qui sera resté le plus humide, sera le moins colorant. Une Gomme-lacque bien choisie, détachée de ses bâtons, ne donne de teinture séche & réduite en poudre qu'un peu plus du cinquiéme & un peu moins du quart de son poids. Ainsi il n'y a pas un avantage si grand que bien des gens se l'imaginent, à l'employer à la place de la Cochenille. Mais on peut, pour rendre la couleur écarlate plus solide qu'elle ne l'est ordinairement, l'employer dans le premier bain ou bouillon, & se servir de Cochenille pour la rougie.

Si l'on veut faire de l'écarlate avec le teint de la Lacque, extrait selon ma méthode & mis en poudre, il y a une précaution à prendre pour le délayer, qui est inutile quand on se sert de la Cochenille, parce que si on le mettoit, comme elle, dans l'eau du bain prête à bouillir, il se passeroit plus de trois quarts d'heure de temps en pure perte pour le Teinturier, avant qu'il fût entiérement dissout. Ainsi, afin d'aller plus vîte, je mets la dose de cette teinture séche, que j'ai dessein d'employer, dans un grand vaisseau de Fayence ou d'Etain fin : je verse dessus un peu d'eau chaude ; & lorsqu'elle est bien humectée, j'y ajoûte la quantité nécessaire de Composition pour l'écarlate, agitant le mélange avec un pilon de verre. Cette poudre, qui paroissoit d'un pourpre sale & foncé, prend alors en se dissolvant, un rouge couleur de feu extrêmement vif. J'en verse la dissolution dans le bain, où j'ai mis fondre d'abord le Cristal de Tartre, & aussi-tôt que l'eau de ce bain est bouillante, j'y plonge le drap, l'y faisant tourner & retourner jusqu'à ce qu'il soit teint. Tout le reste de l'opération n'a rien de différent de celle qui donne l'écarlate par la Cochenille. Je crois avoir observé cependant que l'extrait de la Gomme-lacque, préparé selon ma méthode, fournit environ un neuviéme de teinture plus que la

Cochenille, au moins plus que celle dont je me suis servi pour faire cette comparaison.

Si l'on substitue au Cristal de Tartre & à la Composition quelque sel alkali fixe ou de l'eau de chaux, le rouge vif de la Gomme-lacque se convertit en couleur de lie de vin.

Si à la place de ces altérants on employe le Sel ammoniac seul, on a des couleurs de cannelle ou de marron clair, selon qu'il y a plus ou moins de ce sel.

Mais toutes ces expériences ne conduisent à rien d'utile pour la Teinture, puisqu'au lieu d'embellir la couleur rouge de la Lacque, qui est ce que l'on doit chercher, elles la changent de telle sorte, qu'on ne tire de cette drogue de prix que des couleurs communes & ternes, qu'on tireroit à bien meilleur compte des ingrédients les plus communs. On peut faire la même réflexion sur toutes les expériences faites avec la Cochenille, & que j'ai ci-devant rapportées. Cependant il n'est pas difficile d'appercevoir que toutes ces expériences, inutiles pour le Teinturier, ne sont pas méprisables pour le Physicien qui chercheroit la cause de ces changements dans les couleurs matérielles; & le peu que j'en ai dit, suffit pour faire voir que cette matiére est une des plus fécondes qu'on puisse traiter.

Coccus Polonicus.

Le *Coccus Polonicus* est un petit insecte rond, un peu moins gros qu'un grain de Coriandre. On le trouve adhérent aux racines du *Polygonum cocciferum*, plante nommée *Kosmaczeck* par les Polonois, qui est la même que le *Polygonum Germanicum incanum flore majore perenni* de Rai, & que M. de Tournefort a nommée *Alchimilla gramineo folio majore flore*. Selon M. Brey, on trouve cet insecte en abondance dans le Palatinat de *Kiovie*, voisin de l'Ukraine, vers les Villes de Ludnow, Piatka, Stobdyszcze, & dans d'autres lieux déserts ou sablonneux de l'Ukraine, de la Podolie, de la Volhinie, du grand Duché de Lithuanie, & même dans la Prusse du côté de Thorn. Ceux qui en font la récolte, sçavent que c'est immédiatement après le Solstice d'Eté que le *Coccus* est mûr & plein de son suc purpurin. Ils ont à la main une

petite bêche creuſe, faite en houlette, & qui a un manche court : d'une main ils tiennent la plante; ils la levent de terre avec l'autre main armée de cet inſtrument, ils en détachent ces petites bayes ou inſectes ronds, & remettent la plante dans le même trou pour ne la pas détruire, ce qu'ils font avec une grande dextérité. Ayant ſéparé le *Coccus* de ſa terre par le moyen d'un crible fait exprès, ils prennent garde qu'il ne ſe convertiſſe pas en vermiſſeau. Pour l'en empêcher, ils l'arroſent de vinaigre, & auſſi quelquefois d'eau la plus froide, puis ils le portent dans un lieu chaud, mais avec des précautions, ou l'expoſent au Soleil pour le ſécher lentement, parce qu'un deſſéchement trop prompt leur feroit perdre leur belle couleur. Quelquefois ils ſéparent ces petits inſectes de leurs véſicules, en les preſſant doucement avec l'extrémité des doigts; alors ils en forment de petites maſſes rondes. Il faut faire cette expreſſion avec beaucoup d'adreſſe & d'attention, autrement le ſuc colorant feroit réſout par une trop forte compreſſion, & la couleur pourpre ſe perdroit. Les Teinturiers achetent beaucoup plus cher cette teinture réduite en maſſe, que quand elle eſt encore en grains. Bernard de Bernitz, de la Diſſertation duquel j'ai emprunté une partie de ce que je viens de dire, ajoûte qu'autrefois les Seigneurs Polonois qui avoient des terres dans l'Ukraine, affermoient avantageuſement la récolte du *Coccus* aux Juifs, & le faiſoient recueillir par leurs vaſſaux; que les Turcs & les Arméniens qui achetoient cette drogue des Juifs, s'en ſervoient à teindre la Laine, la Soye, les crins & les queües de leurs chevaux; que les femmes Turques s'en peignoient les extrémités des doigts d'une belle couleur incarnate; qu'autrefois les Hollandois achetoient auſſi le *Coccus* fort cher, & qu'ils l'employoient avec moitié de Cochenille; que de la teinture de cet inſecte on pouvoit avec la Craye lavée, faire une Lacque auſſi belle que la Lacque de Florence, & qu'on en préparoit un beau rouge pour la toilette des Dames en France & en Eſpagne.

Soit que toutes ces propriétés ſoient exagérées, ſoit que

le *Coccus* qu'on m'a envoyé de Dantzick fût éventé ou trop vieux, je n'ai jamais pu en tirer, en le traitant ou comme le Kermès, ou comme la Cochenille, que des lilas, des couleurs de chair, des cramoisis, plus ou moins vifs, & je n'ai pu parvenir à en faire de l'écarlate. D'ailleurs celui que j'ai employé, a coûté presqu'aussi cher que la belle Cochenille, & ne fournit pas la cinquiéme partie de la teinture que rend cet insecte du Mexique. C'est apparemment pour cette raison que le commerce de cet ingrédient est extrêmement tombé, & qu'on ne le connoît plus que de nom dans la plûpart des Villes d'Europe qui ont quelque réputation pour leurs teintures. La Cochenille a pris le dessus, & a fait abandonner toutes ces autres drogues qui lui sont inférieures.

Je ne donnerai point le détail des vingt-quatre expériences que j'ai faites, parce que j'ai suivi à peu-près les mêmes procédés qui ont été décrits dans les articles précédents, & il suffit, à ce que je crois, de faire voir à la Compagnie la Carte des Echantillons.

Il me reste, avant que de finir ce Mémoire, à dire quelque chose des essais que j'ai faits pour assûrer le mieux qu'il est possible, la teinture rouge que les Teinturiers du petit teint font avec les différentes especes de bois connus sous le nom général de *bois de Brésil*, & qui, selon leur méthode ordinaire, est toûjours de faux teint. Prévenu que ce défaut doit être imputé au manque de sels dont ils épargnent la dépense, se contentant de mouiller les étoffes, sans les faire bouillir avec le Tartre & l'Alun, avant que de les mettre dans la chaudiére où est leur teinture de Brésil, j'ai essayé la méthode du bon teint, & je puis presque me flater d'avoir réussi; au moins un des essais de rouge que j'ai faits avec le Fernambouc, a résisté à l'air pendant trois mois du mauvais temps de l'Hyver dernier sans rien perdre de sa couleur. Si un autre essai, fait de même, résiste à l'action du Soleil de l'Eté prochain, ce sera sans contredit une découverte très-utile pour la Teinture, & alors j'en rendrai le procédé public;

car il y a grande apparence que ce qui aura réuſſi avec un de ces bois, réuſſira de même avec tous les autres bois de teinture, quels qu'ils ſoient.

Je puis encore ajoûter qu'il eſt poſſible de faire avec l'Orſeille des Canaries, des rouges réſiſtants à l'air, preſqu'auſſi beaux que ceux qu'on nomme *demi-écarlates*. Ces deux articles ſont réſervés pour un autre Mémoire, qui ſervira de ſupplément à celui-ci.

DU JAUNE.

J'ai peu de choſe à dire ſur cette couleur : les ingrédients qui la donnent, ne ſont pas rares; preſque toutes les Plantes qui ont des fleurs jaunes la fourniſſent, & même ordinairement de bon teint, en ſuppoſant cependant que l'étoffe ait été préparée par le bouillon d'Alun & de Tartre. Les plantes le plus en uſage, & dont la couleur eſt regardée comme la plus ſolide, ſont la Gaude, la Sarrette, la Géneſtrole, le Fenu Grec & le bois jaune. La Gaude eſt de toutes, celle qui eſt le plus généralement employée, quand on veut un jaune vrai : la Sarrette & la Géneſtrole ſont meilleures pour les Laines ou étoffes qu'on deſtine à mettre en verd, parce que leur couleur naturelle tire un peu ſur le verdâtre. Le Fenu Grec & le bois jaune donnent des nuances un peu différentes. Mais en variant la doſe des ſels, la quantité de l'ingrédient colorant & le temps de l'ébullition, on peut faire de chacune de ces plantes, des nuances à l'infini. J'en ai une preuve dans les eſſais que j'ai faits avec la fleur de *Virga aurea Canadienſis,* qui deviendra utile à l'art de la Teinture, ſi quelqu'un ſe met en devoir de la cultiver & de la multiplier : je crois même qu'il pourroit y trouver un profit conſidérable.

La couleur jaune ſe traite comme les rouges de Garence; ainſi il eſt inutile d'entrer dans des détails qui ne ſeroient que des répétitions.

De toutes les expériences rapportées dans ce Mémoire, il réſulte, & je le répete, que ſans les Sels qui ſont en uſage

dans l'art de la Teinture, il n'y a point de couleur ténace ni ſolide ; qu'il faut que les pores des fibres ou filets de la Laine dont on a fabriqué les étoffes, ou dont on doit les fabriquer, ſoient nettoyés, aggrandis, enduits, puis reſſerrés, pour que l'atome colorant y ſoit retenu, pour ainſi dire, comme un diamant dans le chaton d'une bague ; que ſi l'on examine par le microſcope, un brin de Laine teinte & un brin de Laine non teinte, mais bien nette, on y appercevra une différence extrêmement ſenſible, qui ne peut guére être attribuée qu'à cette méchanique ; qu'il n'y a point d'ingrédient colorant, de la claſſe du bon teint, qui n'ait une faculté aſtringente, plus ou moins grande ; que cela ſuffit pour en conclurre aſſés vraiſemblablement, qu'il ſe précipite une portion de la terre de l'Alun ; que cette terre, avec les ſucs colorants, forme une eſpece de Lacque, peu différente de celle des Peintres, mais infiniment plus fine ; que les ingrédients de faux teint peuvent devenir plus ténaces, en leur fourniſſant l'aſtriction qui leur manque, par quelque drogue qui en ait abondamment, & qu'alors le bouillon de Tartre & d'Alun rendra leur teinture beaucoup plus ſolide ; que dans les couleurs où l'on ne peut employer l'Alun, il lui faut ſubſtituer un autre corps qui fourniſſe à ce ſuc colorant une baſe auſſi blanche que celle de l'Alun ; que l'Etain pur donne cette baſe dans la teinture en écarlate ; que lorſque tous ces petits atomes de Lacque terreuſe colorée ſe ſont introduits, pendant & par l'ébullition, dans les pores dilatés du ſujet, l'enduit tartareux qui les tapiſſe, ſert à y maſtiquer ces atomes ; & qu'enfin le reſſerrement des pores occaſionné par le froid, acheve l'opération, en les y retenant ſi obſtinément, que rien ne peut plus les en détacher.



DE'MONSTRATIONS
DE LA RE'GLE DE DESCARTES,
Pour connoître le nombre des Racines positives & négatives dans les E'quations qui n'ont point de Racines imaginaires.

Par M. l'Abbé DE GUA.

Juillet 1741. DESCARTES a donné sans démonstration, à la page 108 de sa Géométrie (édit. de Paris, an. 1705.) la fameuse Régle que j'entreprends de démontrer dans ce Mémoire, & qui est tout à la fois, & très-utile, & très-simple. *On connoît de ceci,* dit cet Auteur, *combien il peut y avoir de Racines vrayes & combien de fausses en chaque E'quation, à sçavoir, il y en peut avoir autant de vrayes que les signes + & — s'y trouvent de fois être changés, & autant de fausses qu'il s'y trouve de fois deux signes +, ou deux signes — qui s'entresuivent,* &c.

Ces mots *il peut y avoir,* que Descartes répete deux fois dans cette proposition, évitant au contraire constamment l'expression *il y a,* marquent assés qu'il n'a pas regardé la Régle qu'il avoit découverte, comme absolument générale, & qu'il a vû au contraire qu'elle devroit seulement avoir lieu, lorsque les Racines que les Equations peuvent avoir, seroient toutes réelles.

Pour se convaincre de cette vérité de fait, qu'il n'est pas inutile de constater, ainsi qu'on le verra plus bas, il pourroit suffire de rapprocher ici deux autres propositions du même ouvrage; dans l'une, qu'on trouve à la page 106, & qui est la premiére où l'Auteur ait parlé du nombre des Racines, il s'exprime ainsi : *Sçachés donc qu'en chaque E'quation autant que la quantité inconnue a de dimensions, autant peut-il y avoir de diverses Racines, c'est-à-dire, de valeurs de cette quantité;* & dans l'autre, page 117, où il donne l'idée des quantités imaginaires,

imaginaires, il s'énonce en cette ſorte : *Au reſte tant les vrayes Racines que les fauſſes ne ſont pas toûjours réelles, mais quelquefois ſeulement imaginaires, c'eſt-à-dire, qu'on peut bien en imaginer toûjours autant que j'ai dit en chaque Equation, mais qu'il n'y a quelquefois aucune quantité qui correſponde à celles qu'on imagine.*

Ces trois paſſages raſſemblés prouvent ſans doute que Deſcartes a diſtingué le nombre des Racines qu'une Equation *a en effet*, c'eſt-à-dire, ſelon lui, le nombre de ſes Racines réelles, du nombre de Racines qu'une Equation *peut avoir* en général, dans lequel ſe trouvent compriſes auſſi ſes Racines imaginaires. On ne peut donc conclurre de ſa Régle, qu'une Equation quelconque a le nombre de Racines poſitives ou négatives, déſigné par cette régle, qu'autant que cette Equation *a réellement* toutes les Racines qu'elle *peut avoir* en général, & eu égard à ſon degré, c'eſt-à-dire, qu'autant qu'elle n'a point de Racines imaginaires.

D'ailleurs les Racines imaginaires ne ſont, à proprement parler, ni poſitives, ni négatives, & ainſi l'énoncé de la régle deviendroit contradictoire, ſi l'on vouloit que cette régle s'étendît aux Equations qui renferment des Racines imaginaires ; car dans ce cas le nombre de Racines, tant poſitives que négatives, qu'elle fourniroit en ſomme, ſeroit évidemment plus grand que le nombre de Racines poſitives ou négatives, que l'Equation auroit en effet.

Mais ſi ces inductions ſemblent l'une & l'autre aſſés juſtes, il n'étoit pas néantmoins abſolument néceſſaire, pour juſtifier Deſcartes, d'entrer dans un pareil détail, puiſque cet Auteur s'eſt expliqué lui-même dans la ſuite ſur ce point d'une maniére préciſe. Je trouve cette explication dans la 77.me Lettre du troiſiéme Tome. *Sa ſeconde objection*, dit Deſcartes dans cette Lettre, en parlant de Fermat, *eſt une fauſſeté manifeſte ; car je n'ai pas dit dans l'art. 8 du 3.me Livre ce qu'il veut que j'aye dit, à ſçavoir qu'il y a autant de vrayes Racines que les ſignes + & — ſe trouvent de fois changés, ni n'ai eu aucune intention de le dire : j'ai dit ſeulement qu'il y en peut autant avoir, & j'ai montré expreſſément, art. 17 du 3.me Livre*

(c'eſt l'endroit que nous venons de citer ſur les Racines imaginaires) *quand c'eſt qu'il n'y en a pas tant, à ſçavoir, quand quelques-unes de ces vrayes Racines ſont imaginaires.* Pourra-t-on voir ſans étonnement que long-temps après un éclairciſſement auſſi formel, divers Auteurs dont nous parlerons tout-à-l'heure, ayent imputé à Deſcartes d'avoir étendu ſa régle aux Equations qui n'ont point toutes leurs Racines réelles?

Quelque nombre de Diſciples & de Commentateurs qu'ait eu ce grand Géometre dans l'eſpace de près d'un Siécle, il paroît néantmoins que perſonne n'eſt encore parvenu à démontrer la régle dont nous parlons. Ce fait eſt atteſté en particulier par le célébre M. Wolf, à qui l'hiſtoire des Mathématiques eſt ſi bien connue, & par l'illuſtre aveugle M. Saunderſon, de la Société royale de Londres, & Profeſſeur de Mathématiques à Cambridge, dont l'ouvrage poſthume ne paroît que de l'année derniére. *Tertium hoc Theorema,* dit M. Wolf au chap. 5 de ſon Analyſe, art. 330, *quod Harriottus per inductionem invenit, nemo hactenùs demonſtrare potuit.* (Harriot eſt un Auteur Anglois, poſtérieur à Viete, & antérieur à Deſcartes). Pour M. Saunderſon, il s'exprime ainſi dans ſes Eléments d'Algébre : * *Cette régle eſt attribuée communément à notre compatriote Harriot, qui a été ſans contredit le premier inventeur des propriétés générales des Equations qui ont été données juſqu'ici* (il veut ſans doute parler de celles qu'il a données juſque-là dans ſon Livre, & encore cela n'eſt-il pas véritable, ſelon que je le ferai voir ailleurs) *ou qui pourront l'être dans la ſuite. Mais quel que ſoit celui qui l'a imaginée le*

* This rule is uſually aſcribed to our contryman Harriott, who was undoubtedly the firſt diſcoverer of thoſe general properties of Equations hitherto delivered, or to be delivered. But whoſoever it was that firſt hit upon it, this is certain that he left not demonſtration of it, nor have i ever met with one in any treatiſe of Algebra, that has hitherto fallen into my hands, though moſt of them make mention of the rule. And indeed whoever conſiders the immenſe number of caſes that muſt neceſſarily come under conſideration in a demonſtration of this nature, will not be very ready to attempt it univerſally... On the other hand it ſeems much more probable that this rule was found out by experience than from any regular inveſtigation of it..... *Page 683. Of the elements of Algebra by Nic. Saunderſon.*

premier, il est certain qu'il n'en a point laissé de démonstration ; je n'en ai même jamais trouvé aucune dans les différents Traités d'Algébre qui sont tombés jusqu'ici entre mes mains, quoique la plûpart de ces Traités fassent mention de la régle. En effet, si l'on considere le nombre immense de cas auxquels il faudroit faire attention dans une démonstration de ce genre, on n'aura pas grande envie de la chercher généralement.... D'ailleurs il paroît plus que probable que cette régle a été trouvée plûtôt par expérience ou observation, que par des recherches méthodiques.

Si nous pensons comme ces deux Professeurs au sujet du fait dont il est ici principalement question, nous ne jugeons pas de même qu'on doive attribuer à Harriot la découverte de la régle qu'on donne communément à Descartes. Au contraire, après avoir lû le Livre d'Harriot avec toute l'attention possible, nous n'y avons rien trouvé qui eût véritablement rapport à cette régle, de sorte que nous nous croyons obligés à rétablir, pour ainsi dire, Descartes dans la possession qu'on voudroit injustement lui ravir.

C'est sans doute le 41.me chapitre du Traité d'Algébre de Wallis, qui a été l'occasion de l'erreur de M. Wolf & de M. Saunderson. On sçait que ce Traité est en partie historique. On n'ignore pas non plus que Wallis n'a rien oublié dans cet ouvrage, pour arracher en quelque façon à Viete & à Descartes leurs découvertes algébriques, dont il se plaît au contraire à revêtir Harriot son compatriote. C'est dans cette vûe qu'il a placé au chapitre 41.me, où se trouve l'histoire d'Harriot, presque tout ce que l'Algébre & l'Analyse contiennent de plus intéressant. Il y fait donc mention de notre régle, qu'il déduit par une espece d'induction, des exemples d'Harriot ; mais il oublie, sans doute à dessein, de remarquer que cette induction ne fût jamais apperçue de l'Auteur dont il parle. Il se sert même dans la suite, de de cette expression, *de horum priore Cartesium consentientem habemus,* pour donner à entendre que Descartes n'avoit fait en cela que copier Harriot, & il le marque plus expressément peu après en ces termes : *Cùm itaque Cartesius, in*

Geometria sua, à sola forsan inspectione casuum ab Harriotto enumeratorum hanc sine limitatione habet regulam...... omninò erratum est : outre qu'il suppose encore ici que Descartes a cru sa régle générale pour toutes sortes d'Equations, *hanc sine limitatione habet regulam*, & plus bas, *absque cautione illa perperam omissa, quam interponere debuisset*, quoique, selon que nous l'avons déja prouvé, rien ne soit moins fondé que ce reproche.

Pour réfuter Wallis sur l'article dont il est ici principalement question, nous ne nous servirons que du témoignage de Wallis lui-même, & de Wallis parlant dans le même ouvrage. Il conteste dans l'endroit que nous venons de citer, que la régle pour le discernement des Racines appartienne à Descartes; plus bas, au chapitre 53, page 215, il continue à la vérité de proscrire cette régle, à cause de son prétendu défaut de limitation, mais commençant alors à se contredire, il ne fait plus difficulté de la donner à son véritable auteur : *Cùm autem*, dit-il en parlant de la régle de Descartes pour résoudre les Equations du 4.me degré, *hoc unicum esse dico quod in Harriotto non habetur, vel expressis verbis, vel ipso oculo conspicuum, hanc excipio regulam quam habet Cartesius pro æstimando numero radicum....... Cartesianum utique hoc est, sed falsum est, habetque Harriottus regulas certiores*; derniére assertion qui certainement est encore peu exacte, ainsi que j'aurai occasion de le prouver dans un autre ouvrage.

Wallis au reste n'est pas le seul qui ait attaqué la régle que nous nous proposons de démontrer. Le Journal des Sçavants de l'année 1684, nous apprend à la page 250, que Rolle la taxoit aussi de fausseté : *Il seroit à souhaiter*, lisons-nous dans ce Journal, *que cette régle, qui est en effet très-commode, fût aussi certaine que quantité d'autres que cet Auteur a données; mais M. Rolle, ayant eu occasion de l'examiner, a observé qu'elle n'est pas générale, & ayant communiqué ses observations à Messieurs de l'Académie royale des Sciences, ces Messieurs sont demeurés d'accord qu'il y a plusieurs cas où elle ne se trouve pas véritable.* Le Journaliste donne ensuite

deux exemples de ce genre; mais comme dans ces exemples il se trouve des Racines imaginaires, on voit que la difficulté de Rolle étoit la même que celle de Wallis, & qu'elle naissoit du mal-entendu dont nous avons fait mention au commencement de ce Mémoire.

C'est ce que remarqua fort bien le P. Prestet de l'Oratoire, dans la 2.de édit. de ses Elém. Liv. 8, p. 362. Cet Auteur avoit précédemment jugé suffisante une espece de preuve par induction qu'il avoit donnée de la régle en question; mais ayant depuis reconnu son erreur, il crut devoir en convenir publiquement: il saisit donc cette occasion pour répondre à Wallis & à Rolle, & il le fit en donnant à la régle le sens que nous lui avons donné. C'est en effet le même que Schooten avoit déja anciennement fixé en ces termes: *Notandum hæc concernere Æquationes quæ producuntur ex suis Radicibus in se invicem ductis*, &c. (Voyés la Géométrie de Descartes, édit. de 1659, page 285). C'est semblablement celui que les autres Commentateurs, & en particulier le P. Rabuel Jésuite, ont constamment suivi depuis; enfin, ce qui devroit sur-tout avoir fait cesser depuis long temps toutes disputes sur ce sujet, c'est celui que Descartes avoit déterminé lui-même dans le passage de ses Lettres que nous avons cité plus haut.

La remarque de Rolle insérée dans le Journal des Sçavants & la réponse du P. Prestet ne pouvoient manquer de réveiller l'attention de l'Académie. Elle vit avec surprise que le premier de ces deux Auteurs lui attribuât ses propres pensées, & elle crut devoir le désavouer. Duhamel, qui en étoit alors Sécrétaire, fit donc mention dans son Histoire, de l'Observation de Rolle, que ce Géometre avoit, dit-il, communiquée à la Compagnie avant que d'en être membre, & il ajoûta que l'Académie ayant chargé Cassini & de la Hire d'examiner sa critique, ils avoient rapporté que Schooten avoit déja fait la même remarque, mais que cet Auteur prétendoit que Descartes même n'avoit pas donné sa régle pour générale.

Depuis ce temps l'illuſtre M. Halley eſt le ſeul Auteur de ma connoiſſance qui ait continué de prendre la régle de Deſcartes dans un ſens différent de celui qu'on doit lui donner. Au reſte, quoique ce ſçavant Anglois ne ſe ſoit point aſſés garanti de l'erreur où l'entraînoit l'autorité de ceux qui l'avoient précédé, on ne peut pourtant pas le ſoupçonner, ainſi que Wallis ſon compatriote, d'avoir embraſſé cette opinion par un motif peu juſte ; il avoit donné dans les Tranſactions Philoſophiques du mois de Mai 1694 à Viete, Auteur François, tous les éloges qu'il mérite, & dans l'ouvrage dont il eſt queſtion maintenant, & qui ſe trouve à la fin de l'Arithmétique univerſelle, édit. de 1732, ſous ce titre, *de numero Radicum,* il reprend Deſcartes, mais comme il eſt permis de reprendre un grand homme; il lui applique, ainſi qu'à Harriot, qu'il reprend auſſi, & avec plus de raiſon, ce vers d'Horace, *Quandoque bonus dormitat Homerus*, & il conclut en ces termes, *Fallit itaque regula Carteſii ubi tot veras dari Radices...... pronuntiat, fruſtra etiam in commentariis ſuis ſpalma hoc excuſante Schootenio.* Sans doute que la déciſion de l'Académie n'étoit point encore parvenue à la connoiſſance de M. Halley, lorſqu'il compoſoit le Mémoire dont ces paroles ſont extraites.

Mais ſi cette déciſion a dû en effet fixer le ſens véritable de la Régle de Deſcartes, n'auroit-elle pas dû en même temps exciter de plus en plus les Géometres à chercher une démonſtration rigoureuſe de cette régle, au lieu de ſe contenter de la déduire par induction, comme on doit préſumer que Deſcartes l'avoit fait, ou de l'inſpection ſeule des Equations numériques, ou de la formation des Equations Algébriques par la multiplication de leurs Racines ſuppoſées connues? Un ſilence ſi conſtant ſur une vérité qu'on pouvoit deſormais regarder preſque comme un principe, & dont cependant on n'appercevoit point encore l'évidence, n'étoit-il point en quelque ſorte peu honorable pour les Mathématiques? Ce ſont-là les conſidérations qui ont ſur-tout contribué à m'animer dans ma recherche, & je leur dois principalement les

deux Démonſtrations différentes que ce Mémoire renferme.

La premiére de ces Démonſtrations ſera plus longue, mais plus directe que l'autre; j'ai cru ne la devoir point obmettre, parce qu'elle contient des diviſions & des ſubdiviſions de cas pouſſées plus loin qu'elles ne le ſont communément dans les Démonſtrations d'Algébre. Quant à la ſeconde, elle a ſur-tout l'avantage de dépendre en partie d'une application aſſés ſinguliére de la Géométrie à l'Algébre. Cette application, que je regarde comme un principe fort fécond, me ſervira en particulier dans un autre Mémoire, où je lui donnerai plus d'étendue, à découvrir des régles générales pour connoître le nombre des Racines réelles ou imaginaires, poſitives ou négatives, dans une Equation quelconque, en ſuppoſant néantmoins, ſi la propoſée eſt d'un degré au deſſus du quatriéme, & qu'elle ne doive avoir ni toutes ſes Racines réelles, ni toutes ſes Racines imaginaires, qu'on ſçache ou réſoudre ou conſtruire les Equations de degrés inférieurs.

PREMIERE DÉMONSTRATION
DE LA RÉGLE DE DESCARTES.

LEMME.

Une Equation quelconque n'ayant que des Racines réelles, ſi l'on prend dans cette Equation trois termes conſécutifs, dont le premier & le dernier ayent le même ſigne, & dont les coëfficients ſoient reſpectivement F, G & H, *leurs expoſants étant tels qu'on voudra, le quarré du coëfficient intermédiaire* G *ſera néceſſairement plus grand que le rectangle* FH *des deux coëfficients extrêmes.* Fig. 1.

DÉMONSTRATION.

Soit l'Equation propoſée celle qu'on voit à la Figure premiére; qu'on écrive de ſuite au deſſous d'elle toutes les progreſſions arithmétiques aſcendantes qu'on apperçoit dans cette Figure, de façon que la premiére de ces progreſſions ayant commencé au 1.er terme de la propoſée, la ſeconde au 2.d, la troiſiéme au 3.me, & ainſi de ſuite, on parvienne

enfin à une où l'unité ſe trouve précisément placée ſous *F*, le premier des trois coëfficients donnés; & qu'on écrive de même au deſſus de la propoſée, mais dans un ordre contraire, c'eſt-à-dire, en allant de droite à gauche, toutes les autres progreſſions arithmétiques qu'on voit encore dans la Figure, juſqu'à ce que l'unité s'étant éloignée continuellement & de plus en plus du dernier terme de la propoſée, elle ſe trouve enfin préciſément au deſſus de *H*, le dernier des trois coëfficients donnés.

Cela étant fait, ſi l'on multiplie chaque terme de la propoſée par chacun de tous ceux qui lui correſpondent dans toutes les progreſſions, tant ſupérieures qu'inférieures, on appercevra ſans peine:

1.° Que le produit qui viendra de cette multiplication n'aura que trois termes, leſquels ſeront correſpondants aux trois termes de la propoſée, qui auront eu *F*, *G*, *H*, pour coëfficients; car tous les autres termes de ce produit, s'il pouvoit en avoir d'autres, auroient zéro pour un de leurs facteurs, & ainſi ils doivent néceſſairement s'évanouir.

2.° Que ſi de ce produit on forme une Equation nouvelle, le premier terme de cette nouvelle Equation aura pour coëfficient *F* multiplié ſucceſſivement par tous les facteurs compris dans ces deux progreſſions ($1, 2, 3 \ldots$ &c. m), ($3 \ldots$ &c. $n - m - 2$, $n - m - 1$, $n - m$), c'eſt-à-dire, par tous ceux qui ſont placés dans la ligne verticale où ſe trouve *F*.

De même le coëfficient du ſecond terme de cette Equation ſera composé de *G*, & de tous les facteurs compris dans ces deux progreſſions ($2, 3 \ldots\ldots$ &c. m, $m + 1$), ($2, 3 \ldots$ &c. $n - m - 2$, $n - m - 1$), leſquels ſe trouvent dans la même verticale que *G*.

Et enfin le coëfficient de ſon dernier terme ſe formera de *H*, & de tous les facteurs placés directement ou au deſſus, ou au deſſous de *H*, c'eſt-à-dire, de tous ceux que comprennent ces deux progreſſions ($3 \ldots\ldots$ &c. m, $m + 1$, $m + 2$), ($1, 2, 3 \ldots$ &c. $n - m - 2$).

La

La nouvelle Equation prendra donc nécessairement cette forme

$$(1.2.3\ldots\&c.\,m).(3\ldots\&c.\,\overline{n-m-2}.\overline{n-m-1}.\overline{n-m}).Fx^{n-m}$$
$$+(2.3\ldots\&c.\,m.\overline{m+1}).(2.3\ldots\&c.\,\overline{n-m-2}.\overline{n-m-1}).Gx^{n-m-1}$$
$$+(3\ldots\&c.\,m.\overline{m+1}.\overline{m+2}).(1.2.3\ldots\&c.\,\overline{n-m-2}).Hx^{n-m-2}=0.$$

Mais comme les facteurs 3, 4, 5... &c. m sont communs à toutes les progressions inférieures, & que de même les facteurs 3, 4, 5... &c. $\overline{n-m-2}$ sont communs à toutes les progressions supérieures, on pourra par conséquent diviser à la fois les trois termes de cette Equation par tous les facteurs compris dans ces deux progressions (3, 4, 5... &c. m), (3, 4, 5... &c. $\overline{n-m-2}$), aussi-bien que par x^{n-m-2}, ce qui la réduira à cette forme

$$1.2.\overline{n-m-1}.\overline{n-m}.Fx^2+2.\overline{m+1}.2.\overline{n-m-1}.Gx+\overline{m-1}.\overline{m+2}.1.2.H=0.$$

Et la divisant encore par le nombre 2, commun à tous ses termes, & ôtant de son expression le facteur inutile 1, on parviendra à cette derniére forme

$$\overline{n-m-1}.\overline{n-m}.Fx^2+2.\overline{m+1}.\overline{n-m-1}.Gx+\overline{m+1}.\overline{m+2}.H=0.$$

Or l'Equation proposée n'ayant que des Racines réelles, celle-ci qui n'est que du second degré, ne pourra manquer d'avoir aussi ses deux Racines réelles ; car il est démontré dans plusieurs ouvrages, & en particulier dans l'Analyse démontrée du P. Reyneau, que si une Equation quelconque n'a que des Racines réelles, & qu'on la multiplie terme à terme, & successivement par les termes correspondants de différentes progressions arithmétiques descendantes jusqu'à zéro, ou ascendantes depuis zéro, de façon qu'à chaque multiplication elle perde successivement & par ordre un de ses derniers, ou un de ses premiers termes, cette Equation ne peut acquérir par de pareilles multiplications aucune Racine imaginaire. Cette propriété suit nécessairement de ce que les Racines d'une Equation quelconque, multipliée

terme à terme par les termes correfpondants d'une progreffion arithmétique de l'efpèce qu'on vient de décrire, font toûjours les limites ou des Racines que la propofée elle-même auroit eues avant cette multiplication, ou bien de ces mêmes derniéres Racines élevées à l'expofant négatif — 1; & elle pourra auffi fe déduire du troifiéme des Théoremes qui doivent fervir à notre feconde Démonftration de la Régle de Defcartes.

On aura donc par la nature des Equations du fecond degré, dont les termes extrêmes ont le même figne, & dont toutes les Racines doivent être réelles,

$$\tfrac{1}{4} \times 4 . \overline{m+1}^2 . \overline{n-m-1}^2 . G^2 > \overline{n-m-1} . \overline{n-m} . \overline{m+1} . \overline{m+2} . FH.$$

Ou $$\frac{\overline{m+1} . \overline{n-m-1}}{\overline{m+2} . \overline{n-m}} . G^2 > FH.$$

Mais $m+1$ eft plus petit que $m+2$, & femblablement $n-m-1$ eft plus petit que $n-m$, & par conféquent $\frac{m+1}{m+2} \times \frac{n-m-1}{n-m}$ eft plus petit que 1. Donc *à fortiori* $1 \times G^2$, ou G^2 eft plus grand que FH... C. Q. F. D.

SCHOLIE.

La Démonftration que nous venons de donner de ce Lemme, a beaucoup de rapport à d'autres que deux illuftres Géometres Anglois, M.rs Mac-Laurin & Campbell ont employées dans des ouvrages qu'on trouve, & dans les Tranfactions philofophiques, & à la fin de la derniére édition de l'Arithmétique univerfelle de Newton : comme néantmoins ces deux Auteurs ne s'étoient pas propofés précifément de tirer de leurs principes la même vérité que nous venons de démontrer dans ce Lemme, & dont nous aurons immédiatement befoin dans la fuite, il n'auroit pu par cette raifon nous fuffire de les citer, & c'eft ce qui a fait que nous avons cru devoir nous étendre de nouveau fur ce fujet, quoique femblable à celui qu'ils avoient déja traité. Nous avons au refte tâché d'y répandre plus de jour qu'ils n'avoient fait.

COROLLAIRE.

Les mêmes choſes que ci-deſſus ayant toûjours lieu, p étant de plus une quantité quelconque, & n'ayant aucun égard aux ſignes $+$ & $-$; ſi l'on ſuppoſe $pF > G$, il s'enſuivra néceſſairement que pG ſera auſſi $> H$.

Car par le Lemme $GG > FH$, ou $pGG > pFH$, ou (diviſant des deux côtés par GH) $\frac{pG}{H} > \frac{pF}{G}$: or $\frac{pF}{G} > 1$, puiſque par la ſuppoſition $pF > G$. Donc à plus forte raiſon $\frac{pG}{H}$ ſera > 1, c'eſt-à-dire, que pG ſera $> H$. C. Q. F. D.

DÉFINITIONS.

Nous appellerons dans la ſuite, du nom générique de *Combinaiſon de ſigne*, l'aſſemblage de deux termes conſécutifs quelconques d'une Equation propoſée, ſoit qu'ils ſoient joints par le même ſigne dont eſt précédé le premier d'entr'eux, ſoit qu'ils le ſoient par le ſigne contraire.

Le terme de la Combinaiſon qui y ſera ſitué vers la gauche, en ſera nommé l'*Antécédent*, & on nommera l'autre le *Conſéquent*.

Si l'Antécédent & le Conſéquent ont le même ſigne, la Combinaiſon s'appellera *Permanence*, & ſi les ſignes de l'Antécédent & du Conſéquent ſont différents, on nommera la Combinaiſon *Variation*. Que ſi l'un des termes de la Combinaiſon manquoit, alors on pourroit ſuppoſer à ce terme manquant un Coëfficient infiniment petit, poſitif, ou négatif, & regarder en conſéquence indifféremment la Combinaiſon comme Variation ou comme Permanence.

THEOREME I.

Si l'on multiplie une Equation quelconque, dont toutes les Racines ſoient réelles, par un binome quelconque $x + p$, *dont le ſecond terme ſoit poſitif, ainſi que le premier, il y aura préciſément autant de variations de ſigne dans le produit, qu'il y en aura eu dans la propoſée.* Fig. 2.

DÉMONSTRATION.

Soit l'Equation propoſée celle qu'on voit à la Figure ſeconde, & on obſervera d'abord que chaque terme du produit aura été formé par la combinaiſon de la propoſée au deſſous du conſéquent de laquelle il ſe trouvera; de plus, que pour le former il aura fallu multiplier l'antécédent de cette combinaiſon par p, & ſon conſéquent par x, de façon qu'un terme quelconque du produit, lequel proviendra d'une des permanences de la propoſée, ne pourra manquer d'avoir le même ſigne que les deux termes de cette permanence; & par conſéquent tant que les permanences auront lieu dans la propoſée, en allant de gauche à droite, c'eſt-à-dire, tant que tous les termes de la propoſée continueront d'avoir le même ſigne $+$, autant de temps auſſi les permanences auront-elles lieu dans le produit, & il ne paroîtra juſqu'alors aucune diverſité entre le produit & la propoſée, eu égard au nombre des variations ou des permanences.

Soit donc $Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1}$ la premiére variation de la propoſée, comptant toûjours ſes termes de gauche à droite, & il pourra naître trois cas; le premier, que pF ſoit $= G$, le ſecond que pF ſoit $< G$, & le troiſiéme que pF ſoit $> G$.

Or il eſt d'abord facile d'appercevoir que le premier de ces trois cas doit être regardé comme compris dans les deux autres, c'eſt-à-dire, que l'égalité parfaite de pF avec G doit ici être conſidérée comme une inégalité d'un excès ou d'un défaut infiniment petit.

En effet l'égalité parfaite de pF & de G devroit évidemment faire manquer un des termes du produit : elle introduiroit donc néceſſairement dans ce produit deux combinaiſons qui ne pourroient être nommées variations ou permanences qu'autant qu'à la place de zéro, coëfficient du terme manquant, on ſubſtitueroit un infiniment petit négatif ou poſitif, regardant l'égalité comme imparfaite.

Mais il s'agit ici de comparer le nombre des variations

du produit avec le nombre des variations de la proposée, & ainsi toute combinaison, soit du produit, soit de la proposée, doit y être considérée ou comme variation ou comme permanence. Il est donc nécessaire que nous regardions en effet l'égalité comme imparfaite, & ce ne sera qu'après avoir prouvé qu'il doit y avoir autant de variations dans le produit que dans la proposée, pF étant ou $< G$, ou $> G$, que nous pourrons conclurre que la même chose devra encore arriver, si l'on suppose $pF = G$.

Dans le second cas où pF est supposé $< G$, le terme du produit situé précisément au-dessous de Gx^{n-m-1}, sera nécessairement de même signe que Gx^{n-m-1}. Donc, puisque Gx^{n-m-1} a le signe $-$, il se trouvera dans le produit une variation précisément au dessous de celle qu'on aura supposée dans la proposée, & ainsi il n'y aura encore aucune diversité entre le produit & la proposée, eu égard au nombre des variations.

Mais si pF est $> G$, ce qui fait le troisiéme & le dernier des cas que nous avons distingués ci-dessus, alors la variation $Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1}$ de la proposée sera suivie ou d'une permanence $- Gx^{n-m-1} - Hx^{n-m-2}$, ou d'une nouvelle variation $- Gx^{n-m-1} + Hx^{n-m-2}$.

Si elle l'est d'une permanence, le terme du produit qui proviendra de la variation $Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1}$ aura à la vérité le signe $+$, mais celui qui proviendra de la permanence $- Gx^{n-m-1} - Hx^{n-m-2}$ aura le signe $-$, & ainsi une des combinaisons de la proposée s'étant changée dans le produit de variation en permanence, la combinaison suivante de la proposée se changera à son tour de permanence en variation, de façon qu'il restera encore jusqu'à présent un même nombre de variations dans le produit & dans la proposée.

Mais si la premiére variation de la proposée $Fx^{n-m} - Gx^{n-m-1}$ est immédiatement suivie d'une autre variation $- Gx^{n-m-1} + Hx^{n-m-2}$, alors le terme que cette seconde variation introduira dans le produit, ne pourra

manquer d'avoir le ſigne —; car dans ce dernier cas les termes Fx^{n-m}, Hx^{n-m-2}, extrêmes entre les trois Fx^{n-m}, Gx^{n-m-1}, Hx^{n-m-2} ayant le même ſigne, & pF étant par hypotheſe $> G$, pG ſera à plus forte raiſon $> H$, ſelon le Corollaire du Lemme que nous avons démontré ci-deſſus; & par conſéquent des deux variations conſécutives qu'on aura ſuppoſées dans la propoſée il n'y aura que la premiére qui dans le produit puiſſe ſe changer en permanence; & par un raiſonnement ſemblable, quelque nombre de variations conſécutives qu'on puiſſe ſuppoſer dans la propoſée, on prouvera qu'après la multiplication il n'y en aura jamais eu qu'une d'elles qui dans le produit ait pu ſe changer en permanence.

Or, ou bien ces variations conſécutives de la propoſée aboutiront enfin à une permanence, & cette permanence devant par les raiſons rapportées ci-deſſus, ſe changer dans le produit en variation, elle rétablira encore l'égalité entre les nombres des variations du produit & de la propoſée, de façon qu'on pourra appliquer de nouveau ſur une autre ſuite de combinaiſons de la propoſée les mêmes raiſonnements que nous avons déja faits ſur la premiére, & ainſi de ſuite en ſuite.

Ou bien les variations, ſoit de la premiére ſuite, ſoit de toute autre, continueront dans la propoſée juſqu'à ſon dernier terme, & par conſéquent le pénultiéme terme du produit, c'eſt-à-dire, celui qui ſera préciſément au deſſous du dernier terme de la propoſée, aura néceſſairement un ſigne différent de celui du dernier terme de la propoſée, ſelon qu'on peut le conclurre de ce qui a été dit ci-deſſus. Mais le produit finit au dernier terme de la propoſée, multiplié par p, & ainſi les derniers termes du produit & de la propoſée ne peuvent manquer d'être de même ſigne; il naîtra donc de là dans le produit une variation à laquelle il n'en répondra point dans la propoſée, & qui rétablira encore dans ce dernier cas l'égalité parfaite entre les nombres des variations du produit & de la propoſée. C. Q. F. D.

COROLLAIRE.

Le nombre de permanences que pourra avoir le produit dont il a été queſtion dans le Théoreme précédent ſurpaſſera toûjours d'une unité le nombre de permanences de la propoſée ; car 1.° le nombre des termes du produit doit ſurpaſſer d'une unité le nombre des termes de la propoſée, & par conſéquent le nombre des combinaiſons du produit doit ſurpaſſer auſſi d'une unité le nombre des combinaiſons de la propoſée. 2.° Toute combinaiſon eſt néceſſairement ou variation, ou permanence. 3.° Enfin il y a préciſément, ſelon le Théoreme que nous venons de démontrer, autant de variations dans le produit que dans la propoſée. Donc, &c.

THÉOREME II.

Si l'on multiplie une Équation quelconque, dont toutes les Racines ſoient réelles, par un binome quelconque x — p, *dont le ſecond terme ſoit négatif, le premier étant au contraire poſitif, il ſe trouvera autant de permanences dans le produit que dans la propoſée.*

DÉMONSTRATION.

Elle ſeroit ſemblable à celle du Théoreme précédent, à l'exception qu'il faudroit dire ici des permanences ce qu'on a dit dans ce dernier Théoreme des variations, & réciproquement.

Que s'il paroît trop long de revenir ſur toutes les diviſions & ſubdiviſions de cas qu'on a été obligé de parcourir dans la démonſtration précédente, en voici une d'un autre genre qui ſuppoſe la premiére, & dont on pourra ſe contenter.

Qu'on change de + en —, & de — en + les ſignes de tous les termes pairs, ſoit du produit, ſoit de la propoſée, & par-là 1.° dans chacune de ces deux Équations toutes les permanences ſe changeront en variations, & toutes les variations en permanences. 2.° Les Racines de l'une & de l'autre deviendront de négatives poſitives, & de poſitives

négatives, ainsi que l'enseignent les régles les plus communes de l'Algébre. 3.° Le produit, après avoir été changé, représentera celui qu'on auroit pu former en multipliant la proposée changée, non par $x - p$, mais par $x + p$; & par conséquent, selon le Théoreme premier, le nombre des variations du produit changé doit être le même que celui des variations de la proposée changée. Mais nous venons d'observer que les nombres des variations du produit changé & de la proposée changée doivent être les mêmes que les nombres des permanences du produit non changé & de la proposée non changée. Donc, &c.

COROLLAIRE.

Le nombre des variations de ce dernier produit surpassera d'une unité le nombre des variations de la proposée.

THEOREME III.

QUI CONTIENT LA REGLE DE DESCARTES.

Une Equation quelconque dont toutes les Racines sont réelles, en a autant de positives qu'elle a de variations, & autant de négatives qu'elle a de permanences.

DÉMONSTRATION.

On peut conclurre facilement des Corollaires des deux Théoremes précédents que, si l'on multiplie par $x + p$ une Equation quelconque dont toutes les Racines soient réelles, elle acquiert par cette multiplication une nouvelle permanence, & que de même elle acquéreroit une nouvelle variation si on la multiplioit par $x - p$. Or une Equation de cette espece peut être supposée formée par la multiplication d'autant de binomes dont le dernier terme soit positif, ou d'autant de *permanences simples* qu'elle a de Racines négatives, & d'autant de binomes dont le dernier terme soit négatif, c'est-à-dire, d'autant de *variations simples* qu'elle a de Racines positives. Donc, &c.

SECONDE

SECONDE DÉMONSTRATION DE LA RÉGLE DE DESCARTES.

THEOREME I.

Si tous les termes d'une Équation ont le même signe, ou que quelqu'un de ces termes ayant zéro pour coëfficient, ils puissent au moins tous être supposés de même signe, il sera généralement vrai que cette Équation ne pourra avoir de Racines réelles positives, soit qu'elle puisse, ou qu'elle ne puisse pas avoir des Racines imaginaires.

DÉMONSTRATION.

Toute valeur positive qu'on pourroit donner à x laisseroit évidemment en ce cas le même signe à tous les termes de la proposée: par conséquent elle ne pourroit opérer que ces termes se détruisant les uns les autres, leur somme fût $= 0$. Donc il ne peut résulter aucune valeur positive réelle pour x de la supposition que la somme de tous les termes de la proposée soit $= 0$, c'est-à-dire que la proposée ne peut avoir de Racines réelles positives. C. Q. F. D.

THEOREME II.

Qu'on rétablisse dans la proposée tous les termes qui pourroient y manquer, en leur donnant à chacun un coëfficient infiniment petit, accompagné de l'un des deux signes à volonté; de façon qu'elle se trouve avoir par-là autant de combinaisons déterminées qu'elle aura de Racines. Qu'on multiplie outre cela la proposée terme à terme par une progression arithmétique, dont l'unité soit la différence, & dans laquelle zéro se trouve sous un des termes de la variation à détruire. Je dis qu'on pourra toûjours supposer qu'il se soit détruit par cette opération une des variations de la proposée à volonté.

DÉMONSTRATION.

Soit $Fx^n - Gx^{n-1}$ la variation à détruire, & qu'on écrive au-dessous la partie de progression 1, 0. Cette progression continuée portera nécessairement le terme négatif

-1 ſous le terme de la propoſée qui ſuivra immédiatement $-Gx^{n-1}$, & que nous pouvons nommer Hx^{n-2}. Cela poſé, il pourra arriver deux cas, ſçavoir que H ſoit poſitif ou négatif.

Dans le premier cas la propoſée auroit eu deux variations conſécutives, & à ces deux variations de la propoſée il répondroit dans le produit une variation & une permanence, ſoit qu'on ſupposât poſitif le coëfficient zéro de ſon terme manquant, correſpondant à G, ſoit qu'on ſupposât ce coëfficient négatif.

Dans le ſecond cas, & ſi l'on ſuppoſe poſitif le coëfficient zéro dont nous venons de parler, ce qu'on eſt évidemment en droit de ſuppoſer, il viendra dans le produit deux permanences, au lieu d'une variation & d'une permanence qui ſe trouvoient dans la propoſée ; ainſi dans ces deux cas, & n'ayant égard qu'aux deux combinaiſons que nous avons conſidérées, on peut toûjours *ſuppoſer* avoir détruit par la multiplication la variation de la propoſée qu'on avoit deſſein de détruire.

Et quant aux autres combinaiſons de la propoſée que nous n'avons pas examinées, elles ne peuvent ſe changer dans le produit de variation en permanence, ou de permanence en variation, puiſque les deux termes de chacune d'elles doivent avoir pour multiplicateurs des nombres de même ſigne.

Enfin il eſt évident qu'on auroit pu faire un raiſonnement ſemblable, ſi la variation à détruire avoit été $-Fx^n + Gx^{n-1}$, au lieu d'être $Fx^n - Gx^{n-1}$; il auroit fallu en ce cas ſe ſervir, non de la partie de progreſſion 1, 0, mais de la partie de progreſſion 0, 1, & elle auroit porté le terme négatif -1, non ſous le terme de la propoſée qui auroit ſuivi la variation en queſtion, mais ſous celui qui l'auroit précédée.

COROLLAIRE.

Par conſéquent une Equation quelconque où ſe trouvent un nombre n de variations, peut être multipliée par n progreſſions arithmétiques, telles qu'il en réſulte un produit où

tous les termes puissent être supposés de même signe, & qui, selon le Théoreme premier, ne puisse avoir de Racines réelles positives.

THEOREME III.

Soit la proposée $a + bx + cx^2 + ex^3 \ldots + \&c. = 0$, *si on la multiplie terme à terme par les termes correspondants de la progression* $-n, -n+1, -n+2, -n+3 \ldots \&c.$ n *étant un nombre entier quelconque, & que le produit résultant, & réduit lui-même en Equation ait un nombre* r *de Racines réelles positives, la proposée n'en pouvoit avoir au plus qu'un nombre* $r+1$ *de pareilles.*

DÉMONSTRATION.

Qu'on suppose y égal à la somme des termes de la proposée multipliée par x^{-n}, & il est d'abord évident que y représentera l'ordonnée d'une Courbe de l'espece qui est représentée dans la Figure troisiéme, c'est-à-dire, telle qu'aucune de ses ordonnées ne la puisse rencontrer en plus d'un point, & que sa premiére ordonnée en soit asymptote. De plus, on appercevra facilement que cette Courbe ne pourra couper son axe, c'est-à-dire, avoir une ordonnée $= 0$ du côté des x positives, qu'aux points que pourront déterminer les Racines réelles & positives de la proposée ; & enfin elle ne pourra avoir de *Maxima*, du côté des x positives, qu'aux points déterminés par les Racines réelles positives de l'Equation provenante de la multiplication terme à terme de la proposée par les termes correspondants de la progression arithmétique $-n, -n+1, -n+2 \ldots$ &c. mais l'inspection seule de la Figure de la Courbe en question, prouve que cette Courbe ne sçauroit avoir un nombre $r+1$ d'intersections avec son axe, du côté des x positives, qu'elle n'ait au moins un nombre r de *Maxima*, du côté des x positives. Donc la proposée ne sçauroit avoir un nombre $r+1$ de Racines positives réelles, sans que l'Equation résultante du produit n'en ait au moins un nombre r de pareilles. Donc *Voy. Figure 3.*

celle-ci en ayant un nombre r, celle-là n'en peut avoir au plus qu'un nombre $= r + 1$.

Il eſt preſqu'inutile d'avertir ici que les contingences de la Courbe avec l'axe doivent être priſes pour deux interſections infiniment proches, & entre leſquelles on peut toûjours concevoir un *Maximum;* que les contingences accompagnées d'inflexion doivent être priſes pour trois interſections infiniment proches, entre leſquelles on doit concevoir deux *Maxima*, &c. Il ſuffira, pour ſe rendre cette vérité ſenſible, de jetter les yeux ſur la Figure quatriéme.

SCHOLIE.

De même que nous avons prouvé dans le dernier Théoreme que la propoſée ne pouvoit avoir qu'une Racine poſitive de plus que l'Equation faite du produit de la propoſée, multipliée terme à terme par une progreſſion arithmétique quelconque; de même auſſi aurions-nous pu faire voir qu'elle ne pouvoit avoir qu'une Racine négative de plus que cette derniére Equation. Or il s'enſuit de-là, 1.° que l'Equation faite du produit peut avoir deux Racines imaginaires de plus que la propoſée, & non davantage, 2.° que ſi cette Equation a une Racine de moins que la propoſée, ce qui arrive lorſque le zéro de la progreſſion par laquelle on doit multiplier tombe ſur le premier ou ſur le dernier terme de la propoſée, en ce cas la nouvelle Equation doit avoir précíſément autant de Racines imaginaires que la propoſée, ce qui comprend la Propoſition dont nous avons fait uſage dans le Lemme de la premiére Démonſtration.

COROLLAIRE.

En général, la propoſée étant multipliée par un nombre s de progreſſions arithmétiques quelconques, ſi le dernier produit n'a qu'un nombre r de Racines poſitives réelles, la propoſée n'en pouvoit avoir au plus que $r + s$.

THEOREME IV.

La propoſée ne peut avoir plus de Racines réelles poſitives que de variations.

DÉMONSTRATION.

Soit s le nombre des variations de la proposée, & la multipliant par un nombre s de progressions arithmétiques convenables, on parviendra, ainsi qu'on l'a prouvé dans le Corollaire du Théoreme second, à un produit qui, étant réduit en Equation, ne pourra avoir aucune Racine positive réelle. Donc, selon le Corollaire du Théoreme troisiéme, la proposée n'en pouvoit avoir au plus qu'un nombre $= 0 + s$, ou s. C. Q. F. D.

THEOREME V.

La proposée ne peut avoir plus de Racines réelles négatives que de permanences.

DÉMONSTRATION.

Qu'on change de $+$ en $-$, & de $-$ en $+$ les signes de tous les termes pairs de la proposée, & toutes les combinaisons de la proposée se changeront par-là de permanence en variation, & de variation en permanence, ainsi que nous l'avons déja observé dans le second Théoreme de la premiére Démonstration. De plus, quoique la proposée puisse avoir à présent des Racines imaginaires, ce que nous ne supposions point alors, il n'en sera cependant pas moins vrai que toutes ses Racines deviendront de positives négatives, & de négatives positives, puisqu'après le changement elle aura pour Racines les valeurs de $-x$, & non celles de x, comme auparavant. Or après le changement elle ne pourroit, suivant le dernier Théoreme, avoir plus de Racines positives réelles que de variations. Donc avant le changement elle ne pouvoit avoir plus de Racines réelles négatives que de permanences. C. Q. F. D.

THEOREME VI.

QUI CONTIENT LA RÉGLE DE DESCARTES.

Si la proposée n'a que des Racines réelles, elle en aura nécessairement autant de positives qu'elle aura de variations, & autant de négatives qu'elle aura de permanences.

DÉMONSTRATION.

La proposée, suivant la supposition, ne peut avoir de Racines imaginaires; & ainsi elle doit avoir autant de Racines réelles, positives ou négatives, que de combinaisons. Mais par le Théoreme quatriéme, elle ne peut avoir en général plus de Racines positives réelles que de variations. Donc elle ne peut avoir moins de Racines réelles négatives que de permanences. De même la proposée ne pouvant en général, selon le Théoreme cinquiéme, avoir plus de Racines réelles négatives que de permanences, on prouvera que, puisque dans la supposition présente elle n'a point de Racines imaginaires, elle ne peut avoir moins de Racines réelles positives que de variations. Donc la proposée, dans la supposition présente, ne peut avoir ni plus ni moins de Racines positives que de variations, & semblablement elle ne peut avoir ni plus ni moins de Racines négatives que de permanences. Donc elle devra avoir exactement autant de Racines positives que de variations, & autant de Racines négatives que de permanences. C. Q. F. D.

COROLLAIRES

DE LA RÉGLE DE DESCARTES.

COROLLAIRE I.

S'il manque quelque terme dans la proposée, & que restituant successivement ce terme manquant, en lui donnant d'abord + o, & puis — o, pour facteur, ces deux restitutions successives fassent naître dans la proposée des nombres différents de variations & de permanences, ce sera une marque qu'il y aura nécessairement dans la proposée des Racines imaginaires. En effet, si l'on vouloit supposer de plus dans ce cas que la proposée pût avoir toutes ses Racines réelles, cette nouvelle supposition conduiroit, au moyen de la Régle de Descartes, à deux conclusions sur le nombre des Racines, qui seroient contradictoires l'une à l'autre. Donc &c.

COROLLAIRE II.

S'il manque dans une Equation quelconque plusieurs termes de suite, ou contigus, l'Equation aura au moins en ce cas deux Racines imaginaires.

La démonstration peut se déduire du Corollaire précédent.

COROLLAIRE III.

Et si les termes manquants d'une Equation ne sont point consécutifs, mais que les deux termes voisins d'un de ces termes manquants ayent le même signe, en ce cas l'Equation aura encore nécessairement des Racines imaginaires.

La démonstration de ce Corollaire est aussi contenue dans le Corollaire premier.

COROLLAIRE IV.

Et si les transformations qui sont propres à faire manquer un terme quelconque de la proposée, en augmentant sa Racine d'une quantité réelle & convenable, devoient faire manquer aussi un des termes immédiatement voisins, ou bien devoient donner le même signe aux deux termes immédiatement voisins, la proposée ne pourroit manquer encore d'avoir des Racines imaginaires. Ce Corollaire est une suite des précédents, & nous ferons voir dans l'ouvrage que nous devons donner sur le nombre des Racines dans toute sorte d'Equations, qu'il renferme la condition essentielle pour juger si une Equation a des Racines imaginaires, c'est-à-dire, qu'il ne peut y avoir de Racines imaginaires dans une Equation quelconque, qu'autant qu'une transformation réelle, propre à faire manquer un de ses termes, peut aussi, ou faire manquer en même temps un des deux termes immédiatement voisins, ou donner un même signe à ces deux termes.

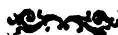
COROLLAIRE V.

Enfin, si l'Equation étant multipliée par un binome quelconque $x+p$, ou $x-p$, le produit résultant de cette multiplication n'a pas exactement le même nombre de variations ou de permanences que la proposée, c'est encore

une marque, ſuivant les deux premiers Théoremes de la première Démonſtration, que cette Equation doit néceſſairement avoir quelques Racines imaginaires.

SCHOLIE.

Le ſecond, le 3.me & le 4.me Corollaires doivent naturellement faire ſoupçonner que, ſi les conditions qu'ils renferment avoient lieu pluſieurs fois, & ſucceſſivement dans une même Equation, elles ne déſigneroient pas ſeulement deux Racines imaginaires, mais même autant au moins de paires de Racines imaginaires qu'elles auroient eu lieu de fois; ce qui eſt vrai en effet: mais comme c'eſt une propriété qu'il ne ſeroit pas facile, ſelon que nous pouvons en juger, de déduire des principes que nous avons établis juſqu'ici, qu'au contraire elle eſt la ſuite néceſſaire de quelques propoſitions fort ſimples qui ſeront établies dans le Mémoire ſur le nombre des Racines, que nous avons déja promis, & que d'ailleurs elle ſe rapporte plus naturellement à ce ſecond Mémoire qu'à celui-ci; toutes ces raiſons nous déterminent à différer de la démontrer, ainſi que l'inverſe dont nous avons parlé à la fin du 4.me Corollaire. Quant-à-préſent, il ne nous reſte plus qu'à faire remarquer, en finiſſant, que la ſeconde des deux Démonſtrations que nous avons données de la Régle de Deſcartes, eſt un peu plus conforme que la première à l'énoncé de l'Auteur. En effet, ſi l'on retranchoit de cette ſeconde Démonſtration ſon dernier Théoreme, qui eſt le ſeul où nous ayons ſuppoſé réelles toutes les Racines de la propoſée, on pourroit conclurre généralement des cinq autres, *qu'une Equation quelconque peut avoir autant de Racines poſitives que les ſignes + & — s'y trouvent de fois être changés, & autant de négatives qu'il s'y trouve de fois deux ſignes +, ou deux ſignes — qui s'entreſuivent.* Or cette concluſion répond à l'énoncé de Deſcartes pris dans la plus grande préciſion.



OBSERVATIONS

E.

ꞓc. . .	$-n+m+5$,	$-n+m+4$,	$-n+m+3$,
ꞓc. . .	$-n+m+6$,	$-n+m+5$,	$-n+m+4$,
⋮	⋮	⋮	⋮
ꞓc. . .	&c.	&c.	&c.
⋮	⋮	⋮	⋮
ꞓc. . .	0,	-1,	-2,
ꞓc. . .	1,	0,	-1,
ꞓc. . .	2,	1,	0,
ꞓc. . .	$+Px^2$	$+Qx$	$+R$
ꞓc. . .	$n-2$,	$n-1$,	n
ꞓc. . .	$n-3$,	$n-2$,	$n-1$,
ꞓc. . .	$n-4$,	$n-3$,	$n-2$,
⋮	⋮	⋮	⋮
ꞓc. . .	&c.	&c.	&c.
⋮	⋮	⋮	⋮
ꞓc. . .	$-m+n$,	$-m+n+1$,	$-m+n+2$,
ꞓc. . .	$-m+n-1$,	$-m+n$,	$-m+n+1$,

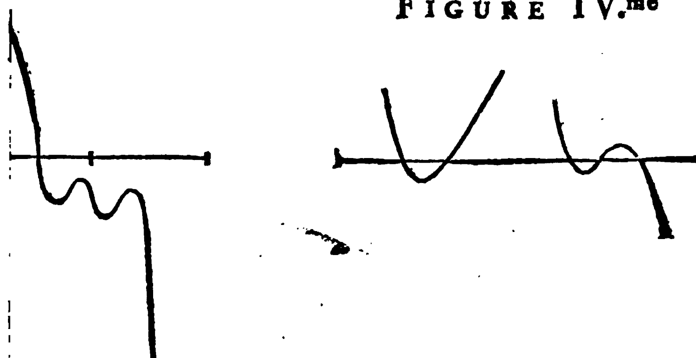
E.

. &c. . . $+Px^2 \quad +Qx \quad +R$

. &c. . . $+Px^3 \quad +Qx^2 \quad +Rx \quad +pR$

$+ \dots \quad +pP \quad +pQ$

FIGURE IV.me





OBSERVATIONS SUR LA REUNION DES FRACTURES DES OS.

Premier Mémoire.

Par M. DU HAMEL.

IL y a long-temps qu'on a reconnu que la diſſection de différents genres d'Animaux étoit bien propre à jetter de grandes lumiéres ſur l'anatomie de l'Homme. De combien, en effet, de découvertes brillantes n'eſt-on pas redevable à cette eſpece de travail, que l'on connoît ſous le nom d'*Anatomie comparée!* 22 Avril 1741.

Je n'ai pas deſſein de parler ici de la ſimple diſſection de différents genres d'Animaux; quelqu'exacte qu'on la ſuppoſe, elle ne pourra jamais produire que des matériaux, précieux à la vérité, mais qui attendent, pour être véritablement utiles, qu'un Anatomiſte phyſicien ſçache comparer adroitement le même Viſcere pris dans nombre d'Animaux de différents genres, pour en tirer des conſéquences utiles, ou ſur les uſages de ce Viſcere, ou ſur ſa vraie organiſation, ou même ſur ſon développement & ſon accroiſſement.

Il faut convenir que cette eſpece d'anatomie a des avantages que n'a point celle qui ſe borne à la diſſection des Cadavres humains; outre que le même Viſcere ſe préſente dans différentes eſpeces d'Animaux ſous des formes particuliéres qui peuvent être très-favorables à nos recherches, on ſçait encore que les Cadavres ſont rares pour beaucoup d'Anatomiſtes, & quand ils en auroient un grand nombre à leur diſpoſition, ce ne ſont que des Cadavres, au lieu que l'Anatomiſte peut diſpoſer à ſon gré de la vie des Animaux, & en ſacrifier tant qu'il voudra pour ſon inſtruction.

Quelquefois il parviendra à leur cauſer des maladies, &

il les pourra disséquer pour en connoître le progrès; d'autres fois, s'il est assés heureux pour les guérir des maladies dont il aura été l'auteur, il pourra essayer de découvrir par la dissection l'effet des remedes qu'il aura employés.

Il ne seroit pas raisonnable d'épargner dans cette occasion la vie des Animaux, elle ne peut jamais être employée plus utilement, & il en périra toûjours plus pour flater notre goût, que le Scapel des Anatomistes n'en sacrifiera à des recherches utiles, qui ont pour but la conservation de notre santé & la cure des maladies.

C'est cette route si heureusement frayée par les Malpighi, les Grew, les Lawenohek, les Duverney, les Peraut, que j'ai toûjours essayé de suivre; & si, lorsque j'ai travaillé à l'anatomie de la Poire, j'ai été assés heureux pour présenter avec quelqu'ordre la disposition des organes qui s'offroient à ma vûe, j'avoue que j'en suis redevable aux connoissances que j'avois de l'anatomie des Animaux; il en est tout autrement aujourd'hui, c'est l'*anatomie végétale* qui m'a éclairé sur celle des Animaux, ce sont les recherches que j'avois faites sur la réunion des Arbres rompus, qui m'ont conduit à faire une découverte également importante pour la Physique, pour l'Anatomie & pour la Chirurgie, sur la formation du Cal dans les fractures des Os.

Ce Mémoire est imprimé dans le Vol. de 1739. page 1.

Dans le Mémoire que je lûs à l'Académie en 1738, où j'examinois l'effet que la Racine de Garence produit sur les Os des animaux qui en ont usé quelque temps dans leurs aliments, j'annonçai que mes expériences m'avoient fait appercevoir quelque chose d'intéressant sur la formation du Cal osseux qui réunit les os rompus; mais j'avertis en même temps que je n'en parlerois à l'Académie que quand de nouvelles expériences m'auroient rendu plus certain de ce que je croyois avoir apperçu : je les ai exécutées ces expériences, elles m'ont assûré que je ne m'étois pas trompé, & c'est ce qui m'engage à proposer une nouvelle idée que je crois bien fondée, sur la formation de cette grosseur osseuse qu'on nomme le *Cal*, & qui réunit les os fracturés.

On ſe contente de dire ordinairement que cette groſſeur eſt formée par un épanchement du ſuc oſſeux qu'on ſuppoſe qui tranſude ou de l'os même, ou des parties voiſines, & on croit que ce ſuc oſſeux ſoude l'un à l'autre les deux bouts d'os rompus, à peu-près comme les Plombiers ſoudent avec de l'étain deux bouts de tuyau. D'autres ont cru qu'outre cet épanchement du ſuc oſſeux, les extrémités des fibres oſſeuſes rompues s'allongeoient & ſe joignoient les unes aux autres, à peu-près comme le font les parties molles.

Je ſçais bien que ces explications ne ſatisfaiſoient guére les bons Anatomiſtes, & que s'ils en faiſoient quelquefois uſage dans leurs leçons, ou dans leurs ouvrages, ce n'étoit qu'en attendant qu'on eût découvert quelque choſe de mieux; car ſi l'on peut trouver dans les Livres d'Anatomie quelques idées différentes de celles que je viens de rapporter, ces idées n'étant point fondées ſur des expériences bien ſuivies, n'ont point été adoptées, elles ont été traitées de pur ſyſteme, & miſes au nombre de ces productions de l'Eſprit humain, qui courent riſque d'être à chaque inſtant démenties par l'expérience, & deſavouées par la Nature.

J'ai évité cette route incertaine, & on ne trouvera dans ce Mémoire qu'un enchaînement d'expériences d'où naiſſent des conſéquences ſimples, qui m'ont conduit inſenſiblement à mieux connoître comment la Nature opere la réunion des fractures.

PREMIÉRE EXPÉRIENCE.

Je rompis ce gros os de la jambe d'un Pigeon, qu'on connoît ſous le nom de l'*os du pilon;* j'en fis ſur le champ la réduction, & j'y appliquai un bandage convenable à la partie & au ſujet.

D'abord la jambe & la cuiſſe enflerent, mais cette enflure ſe diſſipa au bout de deux ou trois jours. Quand après ce temps on défaiſoit le bandage, on ne ſentoit à travers les chairs qu'une petite éminence à peu-près de la groſſeur d'une féve, qui recouvroit & enveloppoit la fracture. Ce Pigeon

mourut d'accident, ce qui me mit à portée d'examiner ce que la Nature avoit déja opéré pour la réunion de l'os de cet animal.

Quand j'eus enlevé tous les mufcles, je trouvai l'os dans l'état naturel, excepté que le lieu de la fracture étoit recouvert par une tumeur molle qui étoit de la groffeur d'une féve blanche, & qui diminuant de groffeur par les deux extrémités, prenoit la figure d'une olive, ou plûtôt celle d'un fufeau.

Pour peu qu'on forçât l'extrémité de l'os, on s'appercevoit bien que la réunion de la fracture étoit encore bien foible; il n'auroit pas été difficile de tout déranger.

J'ouvris la tumeur que je viens de décrire, & j'apperçus l'os, qui n'avoit point changé d'état, il étoit abfolument tel que je l'aurois trouvé, fi je l'avois examiné immédiatement après la rupture; ce n'étoit donc que la tumeur molle dont je viens de parler, qui affujettiffoit les deux bouts de cet os; mais qu'eft-ce qui formoit cette tumeur, & que devoit-elle devenir dans la fuite? Je me fis ces queftions, & je me propofai de les éclaircir.

A l'égard de la premiére, j'étois déja bien fûr que la tumeur n'avoit pas d'adhérence confidérable avec les parties qui la recouvroient.

Je croyois bien avoir apperçu quelques vaiffeaux & quelques fibres qui s'y inféroient, mais je fçavois qu'elle n'avoit point d'union intime avec les mufcles voifins, elle s'en étoit détachée avec trop de facilité.

En la difféquant avec la plus grande attention, je la trouvai plus adhérente à l'os, cependant ce n'étoit que par des fibres fort déliées, avec un peu de patience je la détachai en entier, & l'os refta auffi net & auffi uni que l'os de l'autre jambe, qui étoit refté dans fon état naturel; mais en fuivant toûjours la diffection, j'arrivai enfin à la partie mince de la tumeur, & je me trouvai n'avoir plus à détacher que le périofte, qui eft, comme l'on fçait, une membrane affés forte qui recouvre tous les os.

Tout cela me parut très-ſingulier & fort différent des idées le plus généralement reçues en Anatomie.

Je redoublai donc d'attention, & je parvins à diviſer la tumeur en pluſieurs lames qui aboutiſſoient toutes au périoſte, lequel ſe diviſoit auſſi par couches, & je m'aſſûrai dès-lors que la tumeur dont je parle, étoit véritablement une continuation du périoſte qui s'étoit tuméfié dans le lieu de la fracture; il me reſtoit à ſçavoir ce que devoit devenir cette tumeur, tout me paroiſſoit indiquer qu'elle étoit deſtinée à former le cal; ſa ſituation, car elle enveloppoit l'os préciſément ſur le lieu de la rupture; ſa nature, car elle étoit de la même conſiſtance que le ſont les os avant qu'ils ſoient endurcis; ſa texture, car elle étoit formée de pluſieurs couches comme le ſont les os. Cependant malgré toutes ces probabilités (tant il eſt difficile d'abandonner des idées auxquelles on eſt attaché depuis long temps) j'avois peine à me perſuader que le périoſte pût devenir oſſeux, & qu'on lui fût redevable de la réunion des os rompus; ainſi je me propoſai de faire d'autres expériences pour eſſayer d'éclaircir un fait qui me paroiſſoit mériter de l'être avec tout le ſoin poſſible.

Je pris dans cette intention ſix Pigeonneaux qui avoient déja leurs plumes; on leur caſſa à chacun une jambe comme dans l'expérience précédente, on en fit de même la réduction qu'on aſſujettit par un petit bandage, on les marqua pour les reconnoître, & on les nourrit avec ſoin.

SECONDE EXPÉRIENCE.

La gangrenne ſe mit à la jambe d'un de ces Pigeonneaux, à ce que je crois, parce que le bandage étoit trop ſerré, car j'ai remarqué dans toutes mes expériences que rien n'étoit ſi dangereux que de trop ſerrer l'appareil, ſur-tout dans les premiers jours, qui eſt un temps où le membre rompu ne manque guére de ſe tuméfier aſſés conſidérablement, ce Pigeonneau mourut donc deux jours après l'opération.

Je diſſéquai ſa jambe rompue, & je trouvai le périoſte

déja fort épaissi auprès de la fracture; je parvins à le diviser en plusieurs lames, & celle qui touchoit à l'os me parut plus ferme que la plus extérieure qui étoit enveloppée par les muscles : au reste l'os rompu étoit fort uni sur toute sa superficie, & les extrémités fracturées étoient dans le même état que si l'os eût été rompu dans l'instant.

Cette expérience, il est vrai, n'apprend rien de plus que celle que j'ai rapportée en premier lieu, cependant elle m'a fourni tout ce que j'en espérois, la confirmation de mes premiéres observations, puisqu'elle prouve que le périoste se tuméfie sur le lieu de la fracture, & que l'os rompu reste dans le même état qu'il étoit dans le temps qu'il avoit été rompu.

Je remarquerai seulement une fois pour toutes les expériences suivantes, où cette circonstance s'est trouvée la même, que vis-à-vis la fracture le périoste étoit teint intérieurement d'un peu de sang qui venoit des vaisseaux de la moëlle, & qu'il y avoit en cet endroit un petit épanchement d'une liqueur lymphatique.

TROISIÉME EXPÉRIENCE.

Pour suivre les changements qui arriveroient à la tumeur dont j'ai parlé, je fis tuer un Pigeonneau deux jours après celui de la seconde expérience, ce qui faisoit quatre jours, à compter du jour de la fracture.

La tumeur étoit plus considérable que dans l'expérience précédente, tant pour son épaisseur que pour son étendue, elle me parut aussi être plus ferme; je la disséquai, & je remarquai que les deux bouts d'os rompus dans la longueur de deux lignes ou de deux lignes & demie, à compter du lieu de la fracture, étoient lisses, unis, & tels qu'ils auroient été si la rupture eût été faite dans l'instant.

Après cette petite distance l'os prenoit un peu plus de grosseur, & la surface en étoit inégale ou raboteuse.

En grattant ces inégalités avec la pointe du Scapel, je les trouvai moins dures que le reste de l'os, & elles se détachoient par grains.

La lame intérieure de la tumeur étoit cartilagineuse & plus ferme que la lame la plus extérieure, qui paroissoit membraneuse.

Enfin dans l'endroit de l'os où il y avoit des rugosités, la lame intérieure de la tumeur étoit plus adhérente à l'os que dans ceux où l'os étoit lisse, le reste étant comme dans les autres expériences, & servoit seulement à confirmer mes premiéres observations.

Mais voilà déja un commencement d'ossification, voilà probablement une lame du périoste qui s'est attachée à l'os, & les lames intérieures étant plus fermes que les extérieures, paroissent devoir s'ossifier à leur tour : c'est la confirmation de ces faits qu'on doit attendre des expériences suivantes.

QUATRIÉME. EXPÉRIENCE.

Deux jours étant écoulés, c'est-à-dire, six jours après la fracture, on tua le troisiéme Pigeonneau.

Quoique l'os de celui-ci se fût rompu en flûte ou de biais, tout se trouva néantmoins assés conforme aux observations précédentes, la tumeur étoit seulement plus raffermie, elle étoit un peu diminuée de grosseur, & elle se divisoit plus sensiblement par lames.

Mais une circonstance particuliére à cette expérience, c'est que dans la réduction les deux bouts d'os rompus n'avoient pas été mis bien exactement l'un au bout de l'autre, de sorte qu'ils avançoient l'un sur l'autre de près de trois lignes, ce qui m'a donné occasion de remarquer,

1.° Que l'épaississement du périoste étoit peu considérable entre les deux os, en comparaison de ce qu'il étoit dans toutes les parties qui touchoient aux chairs.

2.° Le périoste, qui étoit déchiré, paroissoit entre les deux os par des fibres qui s'étendoient d'un des bouts fracturés à l'autre.

Enfin la tumeur n'étoit pas d'une figure réguliére comme dans les expériences précédentes, mais elle s'inclinoit un peu en suivant le pli du périoste.

Au reste les bouts rompus étoient restés, comme dans les expériences précédentes, tels qu'ils étoient le jour de la fracture.

CINQUIÉME EXPÉRIENCE.

Huit jours après, en prenant toûjours la date de celui de la fracture, je fis tuer le quatriéme Pigeonneau, la tumeur se trouva encore plus endurcie, & moins grosse que dans l'expérience précédente.

Je disséquai le périoste, & j'enlevai la portion de la tumeur qui étoit cartilagineuse, mais je n'apperçus plus la fracture, elle étoit recouverte par une incrustation osseuse, qui à la vérité n'étoit pas encore fort épaisse.

Je fendis ensuite cet os suivant sa longueur, & je trouvai le vieil os dans l'intérieur, qui se distinguoit aisément de ce qui s'étoit formé depuis la fracture, tant par sa dureté & sa densité qui étoit plus grande, que par sa couleur qui étoit plus blanche.

On voit par cette suite d'expériences que la tumeur cartilagineuse qui enveloppe la fracture, s'endurcit peu-à-peu, & on ne peut plus douter qu'elle ne produise le cal osseux, dont la formation faisoit le principal objet de mes recherches; mais ce cal est encore bien foible : continuons de suivre son progrès.

SIXIÉME EXPÉRIENCE.

Le cinquiéme Pigeonneau fut tué dix jours après celui de la fracture.

En suivant le périoste depuis une des épiphyses jusqu'à la tumeur, on voyoit sensiblement cette membrane s'implanter dans le cal, ou, pour parler plus clairement, on voyoit que les lames du périoste s'épaississoient pour former la portion de la tumeur qui n'étoit pas encore endurcie, & plusieurs fibres de la partie intérieure du périoste qu'on avoit peine à détacher de l'os, s'implantoient dans la portion du cal, qui étoit déja ossifiée.

Au reste

Au reste tout étoit comme dans l'expérience précédente, la tumeur étoit seulement un peu moins grosse; circonstance à laquelle il est à propos de prêter attention. Les tumeurs dont je parle, augmentent de grosseur pendant quelques jours, mais elles en diminuent beaucoup à mesure que l'ossification fait du progrès.

SEPTIÉME EXPÉRIENCE.

On ne tua le sixiéme Pigeonneau que quinze jours après celui de la fracture, pour que le cal fût mieux formé; je m'attendois à trouver la tumeur entiérement ossifiée, comme je l'avois vûe plusieurs fois après un pareil intervalle de temps, mais je fus trompé, une playe (que j'avois faite à l'aîle de ce même Pigeonneau, dans des vûes particuliéres que je rapporterai dans une autre occasion) avoit rendu cet animal malade, & le cal n'étoit guére mieux formé que celui de l'expérience précédente, ainsi la partie extérieure de sa tumeur étoit cartilagineuse, l'intérieure étoit osseuse. Ayant fendu l'os suivant sa longueur, on voyoit clairement que les bouts fracturés n'avoient point contribué à la formation du cal, & qu'étant l'un au bout de l'autre, ils étoient seulement assujettis par une espece de virole osseuse que formoit l'endurcissement de la partie intérieure de la tumeur.

Les expériences que je viens de rapporter, jettent certainement un grand jour sur la formation du cal osseux qui opere la réunion des fractures, elles m'ont fourni une suite d'observations qui concourent toutes à prouver qu'il est produit par l'épaississement & l'ossification du périoste.

Cette découverte remet tout dans l'ordre naturel, car il est bien moins surprenant de voir le périoste s'ossifier, qu'il ne l'est de voir des glandes, des vaisseaux sanguins & des membranes devenir de vrais os. Ces phénomenes ne sont pas rares, il n'y a point d'Anatomiste qui n'en ait observé, & qui ne sçache que tous les os ont été mols dans leur principe.

Si l'on demandoit pourquoi le périoste se tuméfie sur le

lieu de la fracture, je pourrois faire remarquer que les parties aponévrotiques & les tendineuſes ſont ſujettes à ſe tuméfier, & le prouver particuliérement par les boſſes qui viennent à la tête quand on s'y eſt frappé, mais j'aime mieux m'en tenir au fait; on voit que le érioſte ſe tuméfie, c'eſt une obſervation qui ne peut être affoiblie par les raiſonnements.

Néantmoins pour tirer des éclairciſſements de tout ce qui me paroiſſoit capable d'en fournir, je me ſuis propoſé d'examiner comment s'opéroit la cicatrice des os, en examinant le progrès de la guériſon de quelques playes légeres que je leur faiſois à deſſein.

Je pris pour cela deux Pigeonneaux, du même âge que ceux qui avoient ſervi aux expériences précédentes, un petit Chien âgé ſeulement de quinze jours, & un jeune Agneau. Je piquai aſſés profondément le gros os de la jambe de ces animaux, tantôt avec une fine aiguille, tantôt avec la pointe d'un compas qui faiſoit les playes plus conſidérables, & d'autres fois avec un poinçon encore plus gros.

Un des Pigeonneaux fut tué trois jours après qu'on lui eut fait les petites playes dont je viens de parler. L'autre Pigeonneau ne fut tué que huit jours après le commencement de l'expérience. On laiſſa le petit Chien vivre quinze jours, & l'Agneau un mois.

Dans l'examen que je fis de l'os du Pigeonneau qui avoit été tué le premier, je vis que le périoſte s'épaiſſiſſoit vis-à-vis le petit trou qu'on avoit fait à l'os, & ce trou étoit rempli par un bouchon que formoit l'épaiſſiſſement du périoſte. Je diſſéquai cette membrane, en commençant à la détacher de l'os vers un des condyles, & ſans la moindre difficulté le petit bouchon ſortit du trou & reſta attaché au périoſte, dont on voyoit clairement qu'il faiſoit partie.

En diſſéquant le ſecond Pigeonneau, je trouvai le petit mamelon beaucoup plus adhérent à l'os.

L'adhérence étoit ſi conſidérable dans le petit Chien, qu'il ne me fut pas poſſible de le détacher de l'os, je remarquai

ſeulement que le périoſte étoit plus attaché à l'os dans cet endroit qu'ailleurs; enfin l'union étoit ſi parfaite à l'os de l'Agneau, qu'on avoit beaucoup de peine à reconnoître l'endroit de la piquûre.

Ces expériences levent, je crois, les principales difficultés qu'on avoit ſur la réunion des fractures & ſur la formation des cicatrices qui operent la guériſon des playes des os; car ſi on avoit peine à concevoir que des fibres dures & roides, comme le ſont celles des os, fuſſent capables de s'allonger, de s'étendre & de ſe ſouder les unes aux autres, on a lieu d'être ſatisfait quand on voit que ce ſont les fibres molles, ductiles & expenſibles du périoſte qui ſe gonflent, qui prêtent, qui s'allongent, qui ſe ſoudent.

On ne ſera point non plus en peine de ſçavoir d'où tranſude le ſuc oſſeux qu'on croyoit néceſſaire pour former le cal, & pour remplir les playes des os, puiſqu'on voit que c'eſt le périoſte qui, après avoir rempli les playes des os, ou s'être épaiſſi autour de leurs fractures, prend enſuite la conſiſtance de cartilage, & acquiert enfin la dureté des os.

L'utilité du périoſte ne ſera donc plus réduite à donner de la ſenſibilité aux os, comme quelques Anatomiſtes l'ont penſé, ou à modéler les os, comme d'autres l'ont cru, ou, ſuivant un ſentiment aſſés généralement reçu, à aſſujettir les vaiſſeaux qui vont s'inſérer dans la ſubſtance des os. On voit par les obſervations que j'ai rapportées, que cette membrane qui enveloppe tous les os, eſt toûjours prête à réparer les dommages qu'ils auroient pu ſouffrir.

Mais ſi ce que je viens de dire ſur la réunion des os, eſt vrai, ſi le cal eſt véritablement produit par un endurciſſement du périoſte qui forme autour de la fracture une virole oſſeuſe, on doit, lorſque les fractures ſont bien réunies, pluſieurs années après la formation du cal, trouver dans l'intérieur de la virole oſſeuſe dont je viens de parler, les deux bouts de l'os rompu, ſéparés l'un de l'autre.

J'ai ſcié dans cette intention pluſieurs de ces os calleux que M.rs Winſlow, Morand & Hunauld conſervoient dans

leurs Cabinets, & j'ai plusieurs fois trouvé une séparation sensible entre les deux bouts d'os rompus, mais d'autres fois je n'ai pu appercevoir cette séparation.

L'envie que j'avois d'éclaircir un fait qui ne quadroit pas avec mes expériences, m'engagea dans de nouvelles recherches. Je rompis la jambe d'un jeune Agneau, la réduction en fut faite sur le champ avec toute l'exactitude possible, & on ne le tua qu'au bout de quatre mois.

Je trouvai le cal fort petit & très-uni, je le sciai en différents sens, mais il ne me fut pas possible de distinguer les extrémités du vieil os.

Cette expérience me conduisit à penser que la réunion des fractures étoit d'autant plus exacte, que les animaux étoient plus jeunes, ce qui me détermina à examiner encore avec plus d'attention que je ne l'avois fait, toutes les circonstances qui accompagnent la formation du cal, sur-tout à l'égard des animaux extrêmement jeunes, comme sont ces petits Pigeonneaux qui ne font que d'éclorre. Voici quelles ont été mes observations.

1.° J'ai quelquefois remarqué que l'épaississement du périoste qui enveloppe les fractures, se prolongeoit pour remplir l'intervalle qui se trouvoit entre les bouts d'os rompus, précisément comme j'ai dit que le périoste s'allongeoit pour remplir les petites playes des os; or cette interposition est bien propre à rendre l'union de l'os plus exacte qu'elle ne le seroit, si les os n'étoient assujettis que par la virole osseuse dont j'ai parlé plus haut.

2.° Il m'a paru que dans les jeunes animaux cette membrane intérieure des os, qu'on peut appeller le *périoste interne*, se gonfloit, de même que le périoste externe, qu'elle s'ossifioit comme lui, & que ces deux membranes se pouvoient unir l'une à l'autre. Or il est clair qu'en supposant ce concours du périoste interne, la réunion des fractures en sera encore plus parfaite, & je rapporterai dans la suite des expériences qui prouveront que ce concours du périoste interne n'est pas une pure supposition.

3.° On sçait que les os des jeunes animaux sont très-tendres, on apperçoit un grand nombre de vaisseaux qui les traversent, & si ces os tendres ont long-temps resté à l'air, on voit que la partie vraiment osseuse est très-peu de chose en comparaison de celles qui étoient molles; ainsi on peut dire que ce ne sont pas de véritables os, mais une matiére qui tient le milieu entre les os & les cartilages, & je prouverai ailleurs que ces os tendres conservent encore quelques-unes des propriétés du périoste qui leur a donné naissance, qu'ils peuvent s'étendre un peu & se souder avec le périoste qui les recouvre, alors le cal ne sera plus une virole osseuse, mais une masse d'os, telle que m'a paru le cal du jeune Agneau dont j'ai parlé.

Enfin dans la dissection que j'ai faite de beaucoup de fractures, j'ai vû que quelquefois les lames osseuses qui se détachoient du périoste, se joignoient au vieil os jusqu'au bord de la fracture, au lieu que d'autres fois il y avoit un bout d'os auprès de la fracture, qui restoit lisse, qui n'augmentoit point de grosseur. Il me paroît probable que ces endroits sont ceux où dans le temps de la fracture le périoste s'est séparé de l'os, car j'ai des raisons de penser que cette membrane ne se rejoint point à l'os quand elle en a une fois été séparée. Mais indépendemment de cette conjecture & de toute autre, il reste toûjours pour certain que la réunion sera plus parfaite toutes les fois que les lames osseuses du cal s'attacheront au vieil os jusqu'aux bords de la fracture.

Il ne faut donc pas être surpris de trouver des fractures qui sont bien plus intimement réunies les unes que les autres, puisqu'indépendemment des circonstances que je viens de rapporter, la réduction peut n'avoir pas été bien faite, l'os peut s'être rompu par éclats, le périoste peut avoir été tellement endommagé, qu'il ait besoin lui-même de se guérir, & beaucoup d'observations, entre lesquelles on doit particuliérement compter celles que M. Hunauld a communiquées à l'Académie au commencement de cette année, prouvent qu'il y a des Sujets où l'ossification se fait bien plus promptement que dans d'autres.

J'ai dit au commencement de ce Mémoire que les expériences que j'avois faites sur la réunion des Arbres rompus, avoient beaucoup contribué à me faire prendre une juste idée de la réunion des fractures; pour faire sentir combien grande est dans cette occasion l'analogie entre les Végétaux & les Animaux, il faudroit rapporter un grand nombre d'expériences & d'observations que j'ai faites sur la réunion des playes des Arbres.

Il faudroit prouver que les fibres ligneuses ne contribuent pas plus à la réunion des playes des arbres, que les fibres osseuses à celle des os.

Il faudroit faire voir que l'écorce des arbres peut fort bien être comparée au périoste des os, & que la playe d'un arbre est remplie par un allongement de l'écorce comme les playes des os le sont par les productions du périoste.

Si le périoste forme une virole dure qui assujettit les os rompus, on peut faire voir une pareille virole ligneuse qui remédie à la rupture des arbres.

Il me seroit aisé de prouver que l'écorce s'épaissit sur l'endroit où un arbre a été rompu, comme j'ai fait voir que le périoste se tuméfie sur les fractures.

Pour peu qu'on ait quelque connoissance de l'œconomie végétale, on conviendra que l'écorce, de même que le périoste, commence à s'endurcir par la partie intérieure, & qu'après la parfaite réunion on voit sur les arbres rompus une éminence fort semblable à celle qui enveloppe les fractures des os.

Mais l'étendue des dissertations académiques ne me permet pas de suivre plus loin cette analogie, non plus que de rapporter les expériences qui l'établissent.

Ce n'est pas là le seul point de discussion que je me trouve obligé de renvoyer à un autre Mémoire, les recherches que j'ai faites sur la réunion des fractures, m'ont conduit à des découvertes beaucoup plus étendues, puisqu'elles roulent sur le développement & l'accroissement général des os; point d'anatomie qui est intéressant, qui a beaucoup occupé les

Anatomistes, qui cependant n'a été encore qu'ébauché, & sur lequel je crois être en état de jetter un grand jour, sur-tout depuis que j'ai trouvé le moyen de suivre l'accroissement des os, lorsqu'ils sont recouverts par les muscles & les téguments, presqu'avec autant de précision que s'ils étoient continuellement exposés à notre vûe; moyen qui me met en état d'établir très-positivement, non seulement tout ce qui appartient à l'accroissement des os pris en général, mais même tout ce qui regarde l'accroissement de chaque os en particulier. Ce sera-là la partie curieuse de mon travail, qui me mettra à portée de discuter ensuite plusieurs articles qui regardent les Maladies des Os, & j'espere que mes recherches pourront être de quelqu'utilité pour leur traitement.

EXPLICATION DES FIGURES.

1. L'Os du Pigeonneau de la seconde expérience.

On doit remarquer la Tumeur *A* qui est sur l'endroit où l'Os s'étoit rompu.

2. Le même Os où le Périoste tuméfié est disséqué.

On doit remarquer les extrémités *A* de l'Os rompu, qui sont dans le même état qu'elles étoient au moment de la fracture.

Le Périoste *B*, qui est disséqué.

La Bande *CC*, qui forme quelquefois une éminence qui se prolonge entre les bouts de l'Os rompu, & quelquefois une espece de petite gouttiére.

3. L'Os du Pigeonneau de la troisiéme expérience.

On doit remarquer,

A, le Périoste disséqué.

B B, endroits où l'Os a commencé à acquérir un peu de grosseur.

CC, les bords de l'Os qui sont lisses, unis, & de la même grosseur qu'ils étoient dans le temps de la fracture.

4. L'Os du Pigeonneau de la quatriéme expérience, le Périoste étant disséqué, & l'Os fendu suivant sa longueur.

On doit remarquer,

A, le Périoste disséqué.

B, la nouvelle couche osseuse qu'on a faite un peu trop épaisse, & qu'on a marquée en brun pour la rendre plus apparente.

C, la rupture.

5. L'Os du Pigeonneau, dont le Cal est bien formé.

A, le Périoste disséqué.

B, le Cal.

6. Plusieurs Os de différentes Volailles, qui ont été mal réduits, & sur lesquels on voit,

A, les extrémités des Os rompus qui n'ont pu contribuer à la formation du Cal.

B, le Cal, qui par les plis qui y sont marqués, & par sa forme, paroît être produit par l'ossification du Périoste.

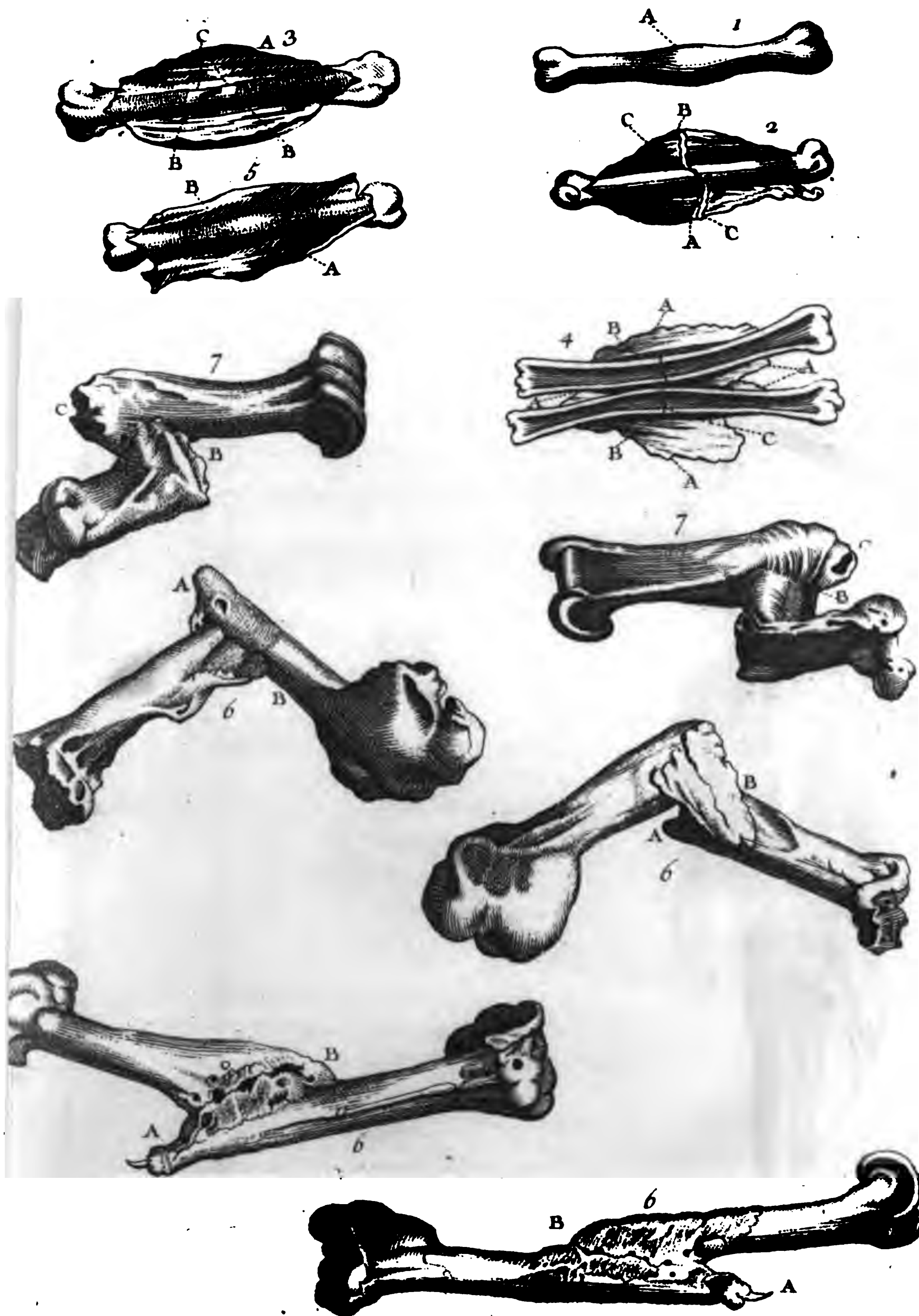
7. Les extrémités *C* de ces Os paroissent considérablement augmentées : ils sont creux, ce qui peut venir, ou de ce que ces Os ont été affligés de quelques maladies, ou de ce qu'ils auroient été rompus lorsque l'animal étoit fort jeune.

8. L'Os d'un Homme adulte, qui a été rompu avec éclats, & dont le Cal commençoit d'avoir acquis de la solidité quand l'Homme mourut.

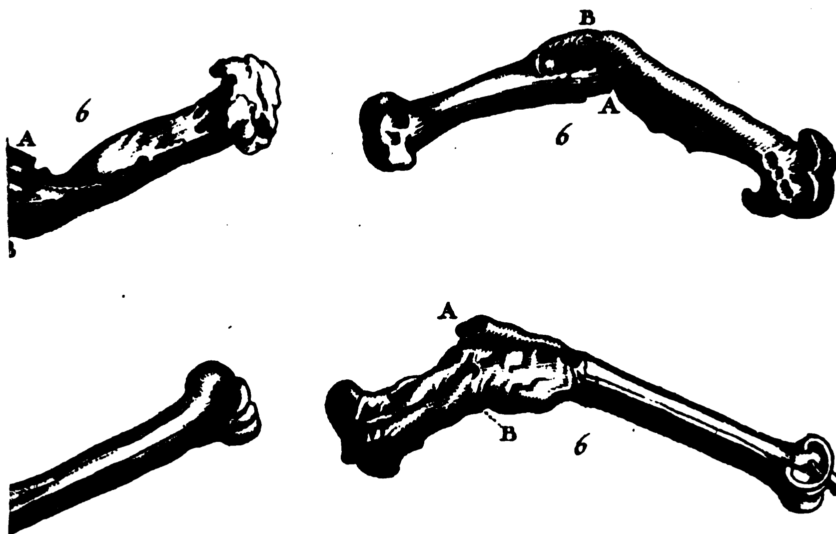
Quand M. Morand m'eut donné cet os, je le sciai en différents sens, & je remarquai qu'il n'y avoit pas véritablement de cal, mais qu'il s'élevoit des especes de végétations, tant du Périoste que de la membrane médullaire, & que ces végétations osseuses formoient toute la réunion qui avoit pu se former depuis la fracture.



SUR



Simonneau Sculp.







Simonneau Sculp.

SUR LA HAUTEUR APPARENTE DU TROPIQUE DU CANCER, Obſervée en 1740 avec un Secteur de ſix pieds de rayon.

Par M. CASSINI DE THURY.

TOUT ce qui a rapport à la connoiſſance de l'obliquité de l'Ecliptique, a toûjours été regardé comme très-précieux en Aſtronomie : c'eſt dans cette vûe que l'on obſerve tous les ans avec un très-grand ſoin les hauteurs méridiennes du Soleil dans le temps des Solſtices ; que des Aſtronomes non contents des obſervations qu'ils avoient faites dans leurs climats, des méthodes qu'ils avoient employées, qui leur paroiſſoient difficiles & trop composées, ont entrepris des voyages dans les endroits de la Terre qu'ils jugerent les plus propres pour parvenir à cette connoiſſance, & pour y pratiquer des méthodes plus ſimples qu'ils avoient imaginées : en effet ils ne pouvoient pas, ſans avoir bien conſtaté cet élément, déterminer le vrai lieu du Soleil, des Planetes, & en général de tous les corps céleſtes, ni par conſéquent contribuer à la perfection de l'Aſtronomie.

17 Juin 1741.

La plûpart de leurs obſervations ſont rapportées dans les Mémoires de l'Académie, les détails & leurs circonſtances y ſont expoſées dans le plus grand jour, & il eſt aiſé de juger par tout ce qui a été fait pour approfondir cette matiére, combien elle étoit délicate & digne de l'attention des Aſtronomes.

Cependant lorſqu'en examinant les réſultats des obſervations, on vient à diſcuter tous les éléments qui entrent néceſſairement dans le calcul des réductions qu'il y faut faire, & ſur la plûpart deſquels les Aſtronomes ne ſont point d'accord, & à apprécier le degré de préciſion qu'on peut attendre

des Instruments qui y ont été employés, il ne paroît pas, de l'aveu même des Observateurs, qu'ils ayent porté cette connoissance jusqu'au dernier terme de la précision qu'il est permis d'espérer.

Il ne faut que consulter les regîtres des observations de plusieurs Astronomes, comparer des hauteurs déterminées dans un même lieu avec différents & souvent avec les mêmes Quart-de-cercles, pour être convaincu que leurs instruments étoient insuffisants ou plûtôt trop imparfaits pour une recherche aussi délicate. Je ne parle pas seulement ici des instruments à pinnule & autres mis en usage par les anciens Astronomes, mais même de ceux dont se sont servis les Observateurs les plus modernes. M. le Monnier a fait voir dans les Mémoires de l'Académie de 1738, que l'instrument de M. de la Hire, celui dont il s'est servi principalement pour ses observations, donnoit les hauteurs des Etoiles près du Zénith trop grandes de près d'une minute, ce qu'il a prouvé par les propres observations de cet Astronome. Les observations que Messieurs de l'Académie ont faites en dernier lieu à Amiens avec le Secteur de M. Graham, font assés voir combien l'instrument de M. Picard, qui passoit pour un des meilleurs de son temps, étoit éloigné de la précision qu'il en avoit osé espérer. Enfin toutes celles que nous avons faites dans l'étendue de la Méridienne, nous confirment de plus en plus l'imperfection de ces instruments, les doutes que nous pouvons avoir sur les observations pour lesquelles ils ont été employés, enfin le besoin que nous avons de nouveaux éclaircissements.

Mais bien-loin d'être étonnés des différences que nous venons de faire remarquer, & de tâcher de les concilier par des corrections souvent trop forcées, n'en voyons-nous pas évidemment la cause dans la construction même de ces instruments? En effet, étoit-il possible, avant que l'on eût adapté les Micrometres aux Quart-de-cercles, de prendre & d'estimer les hauteurs avec la même précision que nous les observons aujourd'hui au moyen de cette addition, dont nous

sommes redevables au Chevalier de Louville ; au lieu qu'il falloit remuer l'instrument dans le temps de l'observation, il ne s'agit plus présentement que de faire mouvoir un fil, de l'éloigner ou de l'approcher jusqu'à ce qu'il concoure exactement avec le point dont on veut déterminer la hauteur, ce qui s'exécute sans causer aucun dérangement à l'instrument. Cette considération doit bien plus avoir lieu dans les grands Secteurs, qui sont plus difficiles à manier, plus sujets par conséquent à se décaler, à se déranger de leur plan, & il n'y a point de doute que ce ne soit la principale source des erreurs que l'on a trouvées dans les observations de M. Picard & dans celles de la Méridienne.

L'exactitude que nous avons reconnue dans les divisions de notre Secteur, sa solidité éprouvée par un transport de plus de 400 lieues, le peu de variation que nous avons remarqué dans la direction de son zénith en quatre stations différentes, enfin l'accord de toutes les observations faites en différents temps & lieux, sembloient nous promettre une si grande précision, que nous avons jugé devoir l'employer pour vérifier un des points les plus importants en Astronomie, la hauteur apparente du Tropique du Cancer, d'où dépend principalement l'obliquité de l'Écliptique. Je m'y suis trouvé d'autant plus engagé, que cette observation comparée à celles que nous avions faites l'année précédente à Bourges, pouvoit être employée très-utilement pour déterminer la différence des paralleles entre ces deux lieux, & peut-être même avec plus de précision que par les Etoiles, qui outre les variations que l'on a remarquées dans leurs positions en différents temps de l'année, sont sujettes à d'autres irrégularités dont on ne connoît pas encore les régles, au lieu que la hauteur solsticiale ne varie point sensiblement d'une année à l'autre.

On ne jugea point devoir attendre le jour même du Solstice pour observer la hauteur apparente du Soleil, une seule observation ne suffit pas, lorsqu'il s'agit d'établir un fait douteux, & il est toûjours avantageux de multiplier les

observations autant qu'il est possible, pour voir & de quelle maniére elles s'accordent, & de quel degré de précision elles sont susceptibles ; d'ailleurs l'on peut calculer, sans courir aucun risque de tomber dans la moindre erreur, l'Equation qui convient à chaque hauteur prise avant & après le Solstice, pour les rapporter toutes à une même, qui est la hauteur solsticiale que l'on cherche.

On pouvoit avec notre Secteur, dont le zénith répond à 26° 23′ de la division, prendre des hauteurs du Soleil, lorsque sa distance au Zénith est de 26° 23′, c'est-à-dire, quinze jours avant & après le Solstice ; mais comme le limbe de cet instrument ne comprend que 51° 20′, nous ne pouvons profiter d'un des principaux avantages de ces instruments, qui consiste à prendre les hauteurs d'un même objet dans les deux sens, ce qui sert non seulement à avoir leurs hauteurs absolues, mais même à sous-diviser l'erreur qui pourroit être dans la division. L'on verra que nous n'avons point négligé cet avantage dans les observations de Bourges, où le Soleil, dans le temps du Solstice, est plus élevé de près de 2 degrés qu'à Paris ; on y a suppléé dans les observations de Paris, en déterminant le zénith de l'instrument par les hauteurs réciproques de différentes Etoiles, & principalement de l'Etoile η de l'Ourse.

Observations de l'Etoile η de l'Ourse.

Le 15 Juillet le fil à plomb marquoit...	28°	10′	23″	48‴	} Milieu	28° 10′ 21″ 44‴
Le 16	28	10	20	0		
Le 17	28	10	21	23		
On retourna l'instrument.						
Le 18 le fil à plomb marquoit...	24	35	58	28	} Milieu	24 35 58 2
Le 23	24	35	57	26		
Somme....						52 46 19 46
Zénith du Secteur...						26 23 9 53
Donc la distance appar. de l'Etoile η au Zénith est de						1 47 11 51

Le temps ne permit de commencer les observations du Soleil que le 15 du mois de Juin, & elles furent continuées jusqu'au 30 du même mois. Dans cet intervalle de temps on fit huit observations des hauteurs méridiennes du Soleil. On avoit d'abord eu une grande attention à diriger l'instrument dans le plan du Méridien, & à placer le fil à plomb sur le point de la division, le plus près de la hauteur d'un des bords du Soleil, pour que le fil du Micrometre n'eût qu'un très-petit espace à parcourir; & pour ne rien négliger de ce qui peut tendre à une plus grande précision, l'on avoit déterminé l'épaisseur du fil d'argent, qui fut trouvée de 6", 12"', & l'on y a eu égard dans chaque observation où le bord du Soleil rasoit exactement le fil du Micrometre. Je ne crois pas que l'on ait encore poussé le scrupule aussi loin, ce n'est pourtant que par ces petites attentions ou especes de raffinements que l'on peut espérer de faire de nouveaux progrès dans l'Astronomie.

Observations des Hauteurs méridiennes du Soleil, réduites au temps du Solstice.

	15 Juin	16 Juin	18 Juin
Observation du bord super. du Soleil..	1° 10' 47" 0"'	1° 13' 0" 0"'	1° 16' 2" 3"'
Demi-diametre du fil.	3 6	3 6	3 6
Observations corrigées	1 10 43 54	1 12 56 54	1 15 58 57
Zénith du Secteur.	26 23 9 53	26 23 9 53	26 23 9 53
Dist. du bord sup. du Soleil au Zénith..	25 12 25 59	25 10 12 59	25 7 10 56
Demi-diametre du Soleil	15 48 0	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Soleil au Zénith ...	25 28 13 59	25 26 0 59	25 22 58 56
Distance du Soleil au Tropique	6 50 0	4 39 0	1 34 0
Dist. du Trop. du Cancer au Zénith..	25 21 23 59	25 21 21 59	25 21 24 56

	25 Juin	26 Juin	27 Juin
Observation du bord super. du Soleil..	1° 13′ 52″ 4‴	1° 11′ 55″ 10‴	1° 9′ 33″ 48‴
Demi-diametre du fil.	3 6	3 6	3 6
Observations corrigées..........	1 13 48 58	1 11 52 4	1 9 30 42
Zénith du Secteur	26 23 9 53	26 23 9 53	26 23 9 53
Dist. du bord sup. du Soleil au Zénith..	25 9 20 55	25 11 17 49	25 13 39 11
Demi-diametre du Soleil	15 48 0	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Soleil au Zénith...	25 25 8 55	25 27 5 49	25 29 27 11
Distance du Soleil au Tropique	3 44 0	5 42 0	8 4 0
Dist. du Trop. du Cancer au Zénith..	25 21 24 55	25 21 23 49	25 21 23 11

	28 Juin	30 Juin
Observation du bord super. du Soleil..	1° 6′ 49″ 39‴	1° 0′ 0″ 0‴
Demi-diametre du fil	3 6	3 6
Observations corrigées..........	1 6 46 33	0 59 56 54
Zénith du Secteur	26 23 9 53	26 23 9 53
Dist. du bord sup. du Soleil au Zénith..	25 16 23 20	25 23 12 59
Demi-diametre du Soleil.	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Soleil au Zénith...	25 32 11 20	25 39 0 59
Distance du Soleil au Tropique.....	10 48 0	17 38 0
Dist. du Trop. du Cancer au Zénith..	25 21 23 20	25 21 22 59

La plus grande différence entre les résultats de ces huit observations monte à 3 secondes, ce qui est à peu-près le terme de la précision que l'on peut attendre de notre instrument, où l'intervalle de deux secondes est peu sensible, puisqu'il n'égale point la moitié de l'épaisseur du fil que nous avons supposée de plus de 3 secondes; d'ailleurs il est impossible que plusieurs observations différentes, fussent-elles faites avec les plus grands & les meilleurs instruments, se rencontrent précisément dans le même point, mais alors on doit prendre pour vrai un certain point dont le plus grand nombre d'observations s'écarte le moins, & autour duquel elles roulent: ce point est ici 25° 21′ 24″, que nous supposerons être la distance apparente du Tropique du Cancer au Zénith de l'Observatoire.

Il nous reste à examiner si cette détermination s'accorde aux observations que nous avons faites l'année précédente à Bourges, dans un lieu plus méridional que l'Observatoire de Paris, de 1° 45' 7".

Observations du Soleil faites à Bourges au Solstice d'Eté de l'année 1739.

Le zénith de l'instrument répondoit à.... 26° 23' 3" de la division.

La face de l'instrument étant tournée vers l'Orient, on fit les observations suivantes.

	18 Juin	19 Juin	21 Juin
Observation du bord super. du Soleil..	2° 59' 59" 49'''	3° 1' 14" 17'''	3° 2' 33" 6'''
Demi-diametre du fil..........	3 6	3 6	3 6
Observations corrigées..........	2 59 56 13	3 1 11 11	3 2 30 0
Zénith du Secteur..............	26 23 3 0	26 23 3 0	26 23 3 0
Dist. du bord sup. du Soleil au Zénith..	23 23 6 47	23 21 51 49	23 20 33 0
Demi-diametre du Soleil........	15 48 0	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Soleil au Zénith...	23 38 54 47	23 37 39 49	23 36 21 0
Distance du Soleil au Tropique.....	2 34 0	1 19 0	3 0
Dist. du Trop. du Cancer au Zénith..	23 36 20 47	23 36 20 49	23 36 18 0

La face de l'instrument tournée vers le Couchant.

	22 Juin	25 Juin
Observ. du bord sup. du Soleil	49° 43' 35" 51'''	49° 44' 48" 16'''
Demi-diametre du fil......	3 6	3 6
Observations corrigées.....	49 43 38 57	49 44 51 22
Zénith du Secteur........	26 23 3 0	26 23 3 0
Dist. du bord sup. du S. au Z.	23 20 35 57	23 21 48 22
Demi-diametre du Soleil...	15 48 0	15 48 0
Dist. du centre du Sol. au Zén.	23 36 23 57	23 37 36 22
Dist. du Soleil au Tropique..	3 0	1 16 0
Dist. du Trop. du Canc. au Z.	23 36 20 57	23 36 20 22

Comparaison des Hauteurs du Soleil, observées le 21 & le 22 Juin pour le zénith du Secteur.

3° 2' 30" 0'''
49 43 38 57
52 46 8 57
26 23 4 28
Zénith du Secteur.

Dans le calcul des observations précédentes, nous avons supposé le zénith de l'instrument tel que nous l'avions déterminé par les observations de différentes Etoiles, quoiqu'il

parût plus naturel de l'employer tel qu'il résulte des observations du Soleil faites le 21 & le 22 Juin, d'autant plus que le Solstice étant arrivé dans l'intervalle entre ces observations, le Soleil devoit être à peu-près à la même hauteur le 21 & le 22 Juin à midi; cependant comme nous n'avions qu'une seule observation du Soleil faite en ce sens, la seconde étant trop éloignée du Solstice, nous avons jugé devoir nous arrêter à ce qui résultoit d'un plus grand nombre d'observations; d'ailleurs la différence est si petite, que l'on peut employer indifféremment l'une ou l'autre supposition, sans s'écarter dans les résultats, de plus d'une seconde.

Nous supposerons donc la distance du Tropique du Cancer au Zénith de l'Observatoire de Bourges, de 23° 36′ 20″.

Mais la différence des paralleles des deux Observatoires, est de . . . . 1 45 7.

Donc la distance apparente du Tropique du Cancer au Zénith de Paris, doit être de . . . 25° 21′ 27″.

Cette distance est plus grande de 3 secondes qu'elle ne résulte des observations faites à Paris, & elle le doit être en effet à cause de la réfraction qui rapproche les objets du Zénith d'autant qu'ils en sont plus éloignés; ainsi le Soleil étant plus élevé à Bourges qu'à Paris dans le temps du Solstice, ses hauteurs apparentes ont dû être différemment altérées par la réfraction, d'une quantité qui est de . . 2″, laquelle étant retranchée de . . . . 25° 21′ 27″.

2″

donne la distance apparente du Tropique du Cancer au Zénith de l'Observat. de Paris, de 25° 21′ 25″, différente seulement de 1″ de celle que nous avons établie par les observations immédiates.

Le rapport de ces deux observations, qui est au de-là de tout ce qu'on peut espérer, puisqu'il ne faut point s'attendre à trouver une entiére précision dans tout ce qui est genre d'observation, & qui demande de l'exécution & de la pratique, cette conformité, dis-je, dans la comparaison que nous venons de faire, nous sert en même temps de preuve de

de l'exactitude avec laquelle nous avons établi la différence des paralleles entre l'Obſervatoire de Paris & le lieu où nous avons obſervé à Bourges, ce qui étoit un des objets de cette recherche.

Nous allons examiner préſentement quelle eſt l'obliquité de l'Ecliptique qui réſulte de ces nouvelles obſervations.

Détermination de l'obliquité de l'Ecliptique.

On ne peut douter que la hauteur du Pole de l'Obſervatoire ne ſoit connue à 10 ſecondes près, & ne ſoit aux environs de 48° 50′ 10″. Cette détermination réſulte des obſervations faites non ſeulement dans ce lieu, mais même en différents endroits de Paris, par M.rs Picard, le Chevalier de Louville & le Monnier le fils, & nous ſerons bien-tôt à portée de la vérifier, lorſque le nouveau Quart-de-cercle que conſtruit le S.r Langlois dans la même forme que notre Secteur, ſera achevé. A l'égard de la réfraction, les Tables de M. de la Hire la donnent à la hauteur de 64 degrés, plus grande de 7 ſecondes que celle qui eſt marquée dans la Connoiſſance des Temps: de plus ce même Aſtronome regarde l'effet de la parallaxe comme inſenſible à cette hauteur, tandis que mon Pere la ſuppoſe encore de 3″ à la même hauteur; ainſi il eſt évident que ſelon que l'on employera l'une ou l'autre de ces deux Tables, il doit en réſulter une différence de près de 10″ dans l'obliquité de l'Ecliptique.

Mais en attendant que l'on ait vérifié ces différences, nous ſuppoſerons la réfraction moins la parallaxe, telle qu'elle eſt marquée dans la Conn. des Temps, & voici ce qui en réſulte.

La réfraction moins la parallaxe à la hauteur de 64 deg. $\frac{2}{3}$, eſt de	25″,
qu'il faut ajoûter à la diſtance apparente du Tropique du Cancer	25° 21′ 24″,
& l'on aura la diſtance vraye, de	25 21 49,
laquelle étant retranchée de la haut.r du Pole	48 50 10,
détermine l'obliquité de l'Ecliptique, de . . .	23° 28′ 21″,

Ce seroit ici le lieu d'examiner s'il y a eu une variation réelle & uniforme dans cette obliquité, mais nous ne trouvons ni dans les observations anciennes ni dans les modernes aucun terme exact de comparaison ; ainsi quoiqu'il y ait beaucoup d'apparence que cette obliquité diminue, l'on peut toûjours douter si les différences que l'on y a remarquées, ne doivent pas être plûtôt attribuées aux erreurs des observations qu'à une diminution réelle de cette obliquité. M. de la Hire rapporte au commencement de ses Tables astronomiques, que par un grand nombre d'observations qu'il a faites depuis l'année 1681 jusqu'en 1687 qu'il les a publiées, il a trouvé la hauteur apparente du bord supérieur du Soleil au Solstice d'Eté, de 64° 55′ 24″ : si l'on en retranche le demi-diametre du Soleil, que nous avons supposé de 15′ 48″, on aura la hauteur du centre du Soleil de 64° 39′ 36″, dont le complément 25° 20′ 24″ est la distance apparente du Tropique du Cancer au Zénith de l'Observatoire, plus petite d'une minute que celle que nous avons trouvée en dernier lieu ; ainsi dans un espace de près de 50 ans il y auroit eu une diminution d'une minute dans l'obliquité de l'Ecliptique, tandis que selon d'autres observations faites par mon Grand-pere en 1656, par M. Richer en 1672, on ne trouve qu'une différence de 42 à 34″ dans un intervalle de plus de 80 ans. On observera les mêmes variétés dans la comparaison des observations plus éloignées. Copernic en 1500 n'avoit trouvé cette obliquité que de 23° 28′ 24″, peu différente de celle d'aujourd'hui, tandis que Tycho, 70 ans après, la suppose de 23° 31′ 30″ ; ainsi on ne peut rien encore établir de certain sur cette matiére, il nous suffira pour le présent d'avoir bien constaté la hauteur solsticiale du Soleil, & il est à desirer, pour la perfection de l'Astronomie, que l'on fasse dans la suite une ample provision d'observations & de faits aussi bien avérés, qui pourront être un jour les fondements & les sources fécondes de plusieurs découvertes qui paroissent réservées aux Siécles à venir.



OBSERVATIONS
SUR LES REMEDES DE MAD.LLE STEPHENS POUR LA PIERRE.
Second Mémoire.

Par M. MORAND.

ON a vû dans le premier Mémoire que j'ai donné ſur les remedes de M.lle Stephens, des expériences dont il réſulte que l'Urine imprégnée de la vertu diſſolvante des remedes, eſt capable d'entamer la Pierre & d'en décompoſer les parties ; mais il manquoit à cela des preuves tirées de l'état de la Pierre expoſée plus ou moins long-tems dans la Veſſie même, à l'action de l'Urine devenue médicamenteuſe. 9 Décemb. 1741.

Comme j'ai eu connoiſſance de plus de ſoixante Malades qui ont uſé de ces remedes pour la Pierre bien conſtatée dans la Veſſie, il étoit difficile que cette preuve échappât à mes recherches : elle m'a été fournie par trois de ces malades, dont ce Mémoire contient une courte hiſtoire.

1.° Un homme âgé de 34 ans, ayant les ſymptomes les plus cruels de la Pierre, fut ſondé, & la Pierre fut conſtatée par la Sonde. Comme il avoit les ſignes d'un Ulcere à la Veſſie, je lui conſeillai foiblement l'uſage des remedes, par les raiſons détaillées dans mon premier Mémoire ; cependant il aima mieux les eſſayer que de ſe livrer à l'opération, & les prit pendant trois mois, ſes douleurs augmenterent : il diſcontinua les remedes vers la fin de Février 1741, & mourut dans le mois d'Avril.

A l'ouverture de ſon corps on lui trouva dans la Veſſie une Pierre *(Fig. 1.)* du volume d'un gros marron, criblée dans toute ſa ſurface comme une pierre tendre qui auroit été expoſée à l'effet d'une chûte d'eau, plus profondément

entamée à sa face postérieure, & tronquée par en bas, de façon qu'on juge qu'environ le quart de la Pierre a été détruit.

En même temps que la Pierre fut trouvée, le jugement que j'avois porté sur l'Ulcere fut vérifié : la Pierre étoit à moitié enchatonnée dans un sac creusé dans la tunique interne de la Vessie, près de l'endroit où elle est percée par l'Uretere, & là cette tunique étoit ulcérée, épaissie & calleuse.

Mais une singularité très-digne d'être remarquée, c'est que cette Pierre portoit dans une rainure creusée à sa face latérale gauche, une autre Pierre plus petite *(Fig. 2.)* d'une nature toute différente, représentant une portion de Tuyau cylindrique, qui a près d'un pouce de long & quatre à cinq lignes de diametre. Ce Tuyau est lice au dehors, il est évidé jusqu'à la moitié de sa longueur par le bout qui regardoit l'Uretere, & n'a plus que l'écorce ; par le bout inférieur il est plein d'un bouchon pierreux qui commençoit à être cerné par en haut.

De l'état dans lequel ces Pierres ont été trouvées, je tire les conséquences suivantes, & je dis : premiérement, que la grosse Pierre avoit été entamée dans toute sa surface par l'Urine empreinte de la vertu dissolvante des remedes ; secondement, que les grains de sable dont elle est composée, ayant peu de liaison entr'eux, & faisant une pierre bien moins compacte que celles qui sont formées par couches, ils ont pu être absolument desunis, & que la Pierre a même été vraisemblablement détruite dans sa partie inférieure, qui est précisément l'endroit où elle a été plus constamment environnée de l'Urine ; troisiémement, que si le malade ne s'étoit point trouvé dans les circonstances fatales qui aggravoient son mal, la Pierre auroit pu à la longue être détruite en entier par l'usage des remedes, puisqu'en trois mois de temps elle en avoit éprouvé des effets si marqués.

Si on considere à part le Tuyau pierreux, on sera disposé à croire qu'il a été originairement formé dans l'Uretere,

qui lui a servi de moule ; mais il est bon d'observer par rapport à la consistance différente des couches, que c'est l'inverse des Pierres de Vessie, car l'écorce du Tuyau est bien plus solide que la matiére pierreuse qui le bouche, & peut-être l'Urine dissolvante avoit-elle détruit ce qui manquoit du bouchon.

2.° J'ai dit dans mon premier Mémoire que les Pierres meurales ne me paroissoient pas susceptibles de l'action des remedes; mais comme plusieurs especes de Pierres sont comprises sous cette dénomination, lorsque leur surface extérieure est hérissée de mamelons pareils à ceux du fruit du Meurier, je restrains la proposition à celles qui ont la couleur de mâchefer, & qui sont presqu'aussi dures que le Marbre : cependant on donne le même nom à des Pierres de couleur de safran ou de rouille de fer, qui sont moins dures que les précédentes, mais qui le sont beaucoup plus que les Pierres blanches, & que celles qui sont faites de grains de sable amoncelés autour d'un noyau ou sans noyau. Je n'aurois pas cru qu'aucune de ces Pierres meurales eût pu être entamée par l'action des remedes, mais je crois avoir une preuve que celles de la seconde espece ne leur résistent pas.

Un homme âgé de 74 ans, ayant la Pierre bien constatée par la Sonde, avoit pris pendant trois mois de suite la boisson savonneuse & la poudre. Il en fut soulagé pendant quelque temps; mais les douleurs étant revenues, il se soûmit à l'opération de la Taille, qui lui fut faite par M. Guerin au mois d'Avril dernier.

On lui tira une Pierre *(Fig. 3.)* grosse comme un petit œuf, applatie par deux faces dans sa longueur. On ne peut mieux exprimer l'action des Urines sur cette Pierre, qu'en disant qu'elle est cizelée ; elle paroît avoir eu une écorce raboteuse qui a été détruite presque par-tout, & dont il ne reste que quelques vestiges en sa surface : les couches rougeâtres qui sont sous cette écorce, étant entamées inégalement, on peut compter celles qui sont détruites, & il y a des endroits où on en compte réellement jusqu'à six d'usées.

Enfin, la destruction de ces couches a découvert une autre couche grise qui commençoit elle-même à être entamée. Excepté la Pierre dont M. Hartley parle dans son Supplément, qui étoit cavée par dedans, & percée de plusieurs trous qui la traversoient dans toute son épaisseur, je n'en vois point qui fournisse des preuves plus sensibles de l'opération des remedes, que celle dont je viens de donner l'histoire.

J'ajoûterai en passant, que ce malade a été très-bien guéri, ce qui prouve que l'usage des remedes ayant précédé l'opération, n'en empêche point le succès, toutes choses étant d'ailleurs égales.

3.° Je crois pouvoir rapporter à ces observations celle qui a été communiquée à l'Académie par M. Lieutaud, l'un de ses Correspondants, qui a donné les remedes de M.lle Stephens avec succès à six malades d'Aix en Provence, dont le plus jeune a cinquante ans passés. Un de ces malades ayant pris les remedes pendant un mois & quelques jours, mourut de l'état misérable où l'avoient mis des souffrances continuelles. On l'ouvrit, & on lui trouva une Pierre *(Fig. 4.)* de la grosseur d'un petit œuf de Poule, dont la premiére couche avoit été presqu'entiérement emportée; la seconde étoit détruite en plusieurs endroits, & découvre la troisiémé qui est d'une couleur plus foncée, de maniére que la surface de cette Pierre représente assés bien celle d'un os vermoulu.

Si l'aspect de cette Pierre a pu étonner ceux qui ont assisté à l'ouverture du Cadavre, comme le rapporte M. Lieutaud, ils l'eussent été bien davantage en voyant celles qui sont le sujet des observations précédentes. En effet, l'impression du dissolvant y est bien plus marquée, les traces sont bien plus profondes, & l'action des remedes y est bien mieux démontrée.

Ceux qui se refusent même aux vraisemblances sur cette matiére, diront peut-être que ces Pierres, écorchées, entamées, usées, selon moi, par l'effet des remedes, étoient telles

dans la Veſſie, indépendemment de l'effet que j'attribue aux remedes, & la difficulté m'en a été faite.

A cela je réponds deux choſes. 1.° On n'a vû tant de Pierres ſi bizarrement cizelées, travaillées, rongées, que depuis que les remedes de M.lle Stephens ſont en vogue. Pourquoi dans les Cabinets de ceux qui raſſemblent des Pierres de Veſſie, n'en voit-on pas qui en approchent? & ſi par hazard il s'y en trouve, pourquoi ſont-elles plus communes à préſent?

2.° J'ai une preuve compléte que dans l'uſage de ces remedes on rend par la voye des urines, je ne dis pas des écailles, mais des fragments qui ont la même ſurface que la Pierre qu'on retrouve enſuite dans la Veſſie.

Le malade cité au N.° 24 de mon premier Mémoire, m'en a fourni un exemple. Il rendoit très-ſouvent des morceaux de Pierre, hériſſés de petites houppes & de mamèlons déchiquetés comme le Choux-fleur; & la Pierre que je lui tirai par l'opération de la Taille, étoit extérieurement garnie de ces mêmes houppes, ainſi que deux petits morceaux trouvés dans la Veſſie après ſa mort. *(Fig. 5.)*

Si par la diſſolution de la Pierre par l'effet des remedes, on entend ſa diviſion en petits morceaux, je crois en avoir des preuves de reſte; il n'en faut plus que de la deſtruction totale de la Pierre, tirées de l'ouverture des Cadavres; c'eſt ce que je chercherai avec la même attention que j'ai donnée juſqu'à préſent à cette matiére.





SUR LA DÉTERMINATION DES SOLSTICES.

Par M. CASSINI DE THURY.

12 Août 1741.

LES déterminations astronomiques ont presque toutes un si grand rapport entr'elles, qu'elles peuvent être regardées comme inséparables les unes des autres ; telles sont la Réfraction, la Parallaxe, la hauteur du Pole, l'obliquité de l'Ecliptique, & autres éléments qui entrent nécessairement dans presque tous les calculs astronomiques. La connoissance de la Réfraction suppose celle de la hauteur du Pole, tandis que la détermination de la hauteur du Pole est dépendante de la Réfraction ; il en est de même de l'obliquité de l'Ecliptique & de presque toutes les autres recherches en Astronomie, de sorte que ce n'est que par une espece de tâtonnement que l'on peut procéder dans toutes ces connoissances. Il est vrai que l'on a cherché & tenté différentes méthodes pour y parvenir par des voyes directes, mais comme elles supposent presque toutes des instruments composés & parfaits, des observations rares, ou des opérations très-difficiles, on ne voit point que ceux mêmes qui les ont proposées, en ayent fait aucun usage.

Il n'en est pas de même de la Méthode que M.rs Flamsteed & Manfredi ont proposée pour déterminer le temps du Solstice, un des éléments les plus importants en Astronomie, puisqu'il entre nécessairement dans la Théorie du mouvement du Soleil, en donnant une époque certaine de son vrai lieu dans le Ciel. Cette Méthode si simple, puisqu'elle ne suppose que des observations, a été pratiquée par différents Astronomes, comme on peut le voir dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1738, & ils conviennent tous qu'elle est préférable à toutes celles qu'on avoit mises en usage jusqu'alors.

Mais

Mais de quel degré de précision cette nouvelle méthode est-elle susceptible? quel est son avantage sur toutes celles qui l'ont précédée? C'est ce que je me suis proposé d'examiner dans ce Mémoire, & ce qui étoit d'autant plus nécessaire, que mon Pere a rapporté dans ses Eléments d'Astronomie une longue suite d'observations des Solstices, tant d'Eté que d'Hiver, calculées selon les méthodes ordinaires; il étoit donc de la derniére importance de s'assûrer à quel degré de précision l'on a pu parvenir par la route que l'on a suivie, & jusqu'à quel point on peut compter sur ces déterminations.

Quoique cette matiére fût très-susceptible d'être discutée par raisonnement, j'ai jugé devoir y procéder d'une autre maniére, par la voye d'expérience, au lieu de commencer par traiter séparément, & apprécier, pour ainsi dire, les erreurs commissibles, tant de la part de l'Instrument, que de celle de l'Observateur. J'exposerai d'abord les observations mêmes affectées de leurs erreurs; j'examinerai ensuite, en les appliquant aux deux différentes méthodes que l'on a adoptées jusqu'à présent, les différences qui résulteront de cette comparaison, & l'on verra par tous les détails où je suis entré, que j'ai plûtôt cherché à donner tous les éclaircissements que l'on pourroit desirer sur cette matiére, qu'à rien ajoûter ou diminuer du prix de ces deux méthodes auxquelles je n'ai aucune part.

La méthode que mon Pere a employée pour déterminer le temps du Solstice, consiste à comparer plusieurs hauteurs méridiennes du Soleil observées avant & après le Solstice, choisissant celles qui sont de la même quantité, ou au moins qui approchent le plus de l'égalité. Cette méthode, qui étoit directe il y a environ 400 ans, lorsque l'apogée du Soleil étoit au commencement du Cancer où répond le colure des Solstices, a perdu cet avantage, qu'elle ne pourra recouvrer qu'après une longue suite de Siécles. Il suit du mouvement de l'apogée du Soleil, que lorsque le Soleil est à la même hauteur sur l'horison, ou à distance égale du

colure des Solstices, il ne se trouve plus à la même distance de son apogée, & par conséquent son mouvement à distance égale du Solstice est inégal d'une quantité qui dépend de la distance de l'apogée du Soleil au colure des Solstices, & de la différente distance du Soleil à son apogée dans les deux observations correspondantes; on est donc obligé d'avoir recours à la Théorie du Soleil, & d'emprunter des Tables les Equations nécessaires pour réduire le temps du Solstice apparent ou compliqué des inégalités du mouvement du Soleil, au vrai temps du Solstice qu'on cherche.

Pour donner une idée plus parfaite des principes & des éléments de cette méthode, nous allons en faire l'application à de nouvelles observations que j'ai faites pour déterminer l'heure du Solstice de cette année.

Quoique l'on n'ait besoin pour cette recherche que des hauteurs apparentes du Soleil, indépendantes par conséquent de l'erreur de l'instrument que l'on employe, il est cependant de la derniére importance de s'assûrer qu'il ne lui est arrivé aucune variation dans l'intervalle entre les deux observations correspondantes.

L'instrument dont je me suis servi, doit paroître moins sujet à se déranger que tout autre, étant fixement arrêté & scellé dans l'ancien mur de l'Observatoire; j'ai jugé cependant devoir le vérifier de différentes maniéres, soit en comparant les hauteurs de la même Etoile, observées dans les deux temps différents, & corrigées par l'aberration, soit en dirigeant la Lunette mobile à un point fixe de l'horison dans le temps que le Thermometre marquoit le même degré de la température de l'air, soit enfin en examinant si les hauteurs du Soleil observées à la Méridienne & avec notre instrument, différoient toûjours de la même quantité. Toutes ces différentes voyes ont concouru à prouver que la Lunette mobile du Quart-de-cercle n'a pas varié, & que par conséquent il n'y avoit aucune correction à faire aux observations des hauteurs du Soleil que je vais rapporter.

J'ai comparé les hauteurs apparentes du bord supérieur

du Soleil, observées le 21 Mai & le 22 Juillet : la premiére a été déterminée de 61° 42′ 15″, la seconde, de 61° 42′ 52″, plus grande de 37 secondes que la premiére, & même de 40 secondes, si l'on a égard à la variation du diametre du Soleil, qui a dû diminuer la hauteur apparente de son bord d'une quantité qui se monte à 3 secondes ; le Soleil n'étoit donc pas encore arrivé le 22 Juillet à midi au même parallele où il répondoit le 21 Mai à la même heure, il s'en falloit d'une quantité de temps qui répond à 40 secondes de déclinaison, proportionnelle à la variation diurne du Soleil en déclinaison, qui résulte des hauteurs observées le 22 & le 23 Juillet, de 12′ 2″. On trouvera donc 1^h 19′ 46″ pour le moment où le Soleil est parvenu à la même hauteur où il a été observé le 21 Mai à midi, après un intervalle de temps de 62^j 1^h 19′ 46″, dont la moitié 31^j 0^h 39′ 53″ étant ajoûtée au 21 Mai, détermine le temps du Solstice apparent le 21 Juin à 0^h 39′ 53″ après midi.

Pour réduire le temps du Solstice apparent au vrai, j'ai déduit des Tables de mon Pere tous les éléments que cette réduction suppose, j'ai trouvé le lieu du Soleil le 21 Mai à midi de 2^s 0° 21′ 37″, celui de son apogée de 3^s 8° 18′, son anomalie vraye de 10^s 22° 3′, le lieu du Soleil le 22 Juillet à 1^h 19′ 46″, de 3^s 29° 37′ 24″, son anomalie vraye de 0^s 21° 20′, l'Equation qui convient à la distance du colure des Solstices à l'apogée du Soleil, de 0° 16′ 24″, celles qui répondent aux anomalies vrayes du Soleil, l'une de 1° 10′ 4″, l'autre de 0° 41′ 20″ : la différence de ces deux Equations est 0° 28′ 44″, dont la moitié 14′ 22″, étant retranchée de 0° 16′ 24″, Equation solsticiale, il reste 2′ 2″ pour la différence en degré du Solstice apparent au vrai, que le Soleil parcourt en 49′ $\frac{1}{2}$ de temps ; on trouvera donc l'heure du Solstice vrai le 21 Juin à 11^h 50′ du matin. On auroit dû, pour une plus grande exactitude, réduire les temps des observations des hauteurs du Soleil au temps moyen ; mais comme cette correction ne produit

qu'une très-petite différence dans le temps du Solstice, on peut la négliger.

On voit aisément, en suivant les opérations que nous venons de faire, que toute la précision de cette détermination dépend de la certitude des éléments que l'on a employés, & c'est ce dont on pourra juger après l'application que nous allons faire des mêmes observations à la méthode de M.rs Flamsteed & Manfredi.

L'objet principal de cette méthode est de parvenir à la connoissance de l'heure du Solstice par la seule voie d'observation, d'ailleurs elle n'est proprement qu'une addition à la premiére, elle suppose de même l'observation des hauteurs égales du Soleil avant & après le Solstice ; mais au lieu d'emprunter des Tables les éléments qui appartiennent à la théorie du Soleil, elle enseigne le moyen de trouver directement le mouvement vrai du Soleil, en le rapportant à une Etoile fixe : la distance de l'Etoile au Soleil, lorsqu'il est sur un même parallele, détermine celle de l'Etoile au colure des Solstices, & par conséquent son ascension droite ; enfin la distance de l'Etoile au Soleil, connue le jour du Solstice, donne celle du Soleil au colure des Solstices, & par conséquent l'heure du Solstice.

On peut même tirer de cette méthode des connoissances plus générales, car l'ascension droite d'une Etoile une fois connue, on aura celle du Soleil pour tous les jours de l'année où l'on aura déterminé les passages de l'Etoile & du Soleil au Méridien, ou leur différence d'ascension droite : il est vrai que c'est dans la supposition que l'Etoile soit fixe, ou au moins qu'elle n'ait qu'un mouvement apparent en ascension droite; car si on lui attribue quelque mouvement particulier, ou au moins une apparence de mouvement, c'est une considération de plus qui ôteroit à la méthode l'avantage qu'elle a d'être directe.

Comme il est nécessaire, pour faire usage de cette méthode, de connoître la distance du Soleil à une Etoile dans

trois temps différents, nous avons choisi principalement pour cette recherche, *Arcturus*. Cette Etoile peut s'observer au Méridien dans tous les temps de l'année, & est celle dont on connoît le plus exactement la position dans le Ciel, ayant été employée par divers Astronomes pour différentes recherches.

Voy. les Mém. de l'Ac. 1738, pag. 280. & 366.

Recherche de la distance d'Arcturus au colure des Solstices.

Nous avons déterminé le 21 Mai la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus, de 10^h 9′ 30″, qui répondent à 152° 46′ 41″, supposant la révolution des fixes à la Pendule, de 23^h 56′ 9″, telle qu'elle résulte des passages au méridien de cette Etoile, observés le 21 & le 22 Mai.

Le 22 & le 23 Juillet le passage au méridien de la même Etoile a été observé, l'un à 5^h 55′ 56″, & l'autre à 5^h 51′ 58″, après celui du Soleil; donc en supposant la révolution des fixes de 23^h 56′ 9″, on trouvera la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus, le 22 Juillet à midi, de 89° 13′ 0″, & le 23 Juillet à la même heure, de 88° 13′ 40″.

Pour connoître la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus, au temps où il avoit la même déclinaison, j'ai supposé la variation diurne du Soleil en ascension droite, de 0° 57′ 20″, telle qu'elle résulte des observations du 22 & du 23 Juillet, & j'ai trouvé dans cette proportion 3′ 18″ pour 1^h 19′ 46″, d'où j'ai déduit la différence d'ascension droite du Soleil & de l'Etoile le 22 Juillet à 1^h 19′ 46″, de 89° 9′ 42″; on l'avoit trouvée le 21 Mai de 152° 46′ 41″, la différence est 63° 36′ 59″, dont la moitié 31° 48′ 29″ étant retranchée de 152° 46′ 41″, détermine la distance d'Arcturus au colure des Solstices de 120° 58′ 12″ $\frac{1}{2}$, & partant son ascension droite de 210° 58′ 11″ $\frac{1}{2}$.

L'ascension droite que nous venons de déterminer, n'est que l'apparente, affectée de l'aberration de cette Etoile qui

étoit différente au temps des deux obſervations, puiſque dans la premiére elle étoit de 17″ à l'Orient, & dans la ſeconde de 1″. La ſomme de ces deux aberrations eſt 18″, dont la moitié 9″ eſt la quantité qu'il faut retrancher de 210° 58′ 11″ ½ pour avoir la vraye aſcenſion droite d'Arcturus de 210° 58′ 2″ ½.

Mais ſi cette correction eſt néceſſaire pour trouver la vraye aſcenſion droite d'une Etoile quelconque, elle devient inutile dans le cas préſent où il s'agit de déterminer le temps du Solſtice, puiſqu'on n'a beſoin que de l'aſcenſion droite apparente, & qu'il eſt égal d'ajoûter 9″ (aberration de l'Etoile au temps du Solſtice) à ſa vraye aſcenſion droite, pour avoir l'apparente, ou de ne faire aucune correction aux différences d'aſcenſion droite déterminées avant & après le Solſtice, le réſultat ſera toûjours le même; ainſi cette méthode, dans de certains cas où les effets de l'aberration ſe compenſent (ce qui n'arrive pas toûjours) peut être regardée comme indépendante de tout élément, & toute l'exactitude que l'on en peut eſpérer, dépend de celle avec laquelle on aura déterminé l'aſcenſion droite d'une Etoile; c'eſt ce qui nous a engagés à comparer d'autres obſervations faites à différentes diſtances du Solſtice.

Le 7 Juin le paſſage du centre du Soleil au Méridien a été déterminé à 11^h 55′ 27″; la hauteur apparente de ſon bord ſupérieur étoit de 64° 14′ 45″. Le même jour le paſſage d'Arcturus au Méridien a été obſervé à 8^h 55′ 57″, ou 9^h 0′ 30″ après celui du Soleil; la révolution des fixes à la Pendule ayant été trouvée de 23^h 56′ 7″ ½, on aura la différence d'aſcenſion droite entre le Soleil & Arcturus, le 7 Juillet à midi, de 135° 29′ 30″.

Le 5 Juillet le centre du Soleil a paſſé au Méridien à 12^h 2′ 20″ ½; la hauteur de ſon bord ſupérieur a été déterminée de 64° 14′ 50″. Le même jour on a obſervé le paſſage d'Arcturus au Méridien à 7^h 7′ 42″; & comme la révolution des fixes à la Pendule n'étoit plus que de 23^h 56′ 6″,

la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus étoit donc le 5 Juillet à midi, de 106° 27′ 50″.

Il paroît par le détail de ces observations que le Soleil étoit plus élevé sur l'horison, ou moins éloigné du colure des Solstices le 5 Juillet à midi que le 7 Juin à la même heure. La différence est de 5″, qui, supposant la variation diurne en déclinaison de 5′ 45″, répond à 20′ de temps; le Soleil avoit donc la même déclinaison le 5 Juillet à 12ʰ 20′ que le 7 Juin à midi.

La différence d'ascension entre le Soleil & Arcturus, que nous avons déterminée le 5 Juillet de 106° 27′ 50″, est celle qui convient à l'heure du passage du Soleil au Méridien, & l'on trouvera celle qui répond à 20 minutes de temps, de 35″, supposant la variation diurne en ascension droite, de 1° 1′ 42″; donc la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus étoit le 5 Juillet à 12ʰ 20′, de 106° 27′ 15″: on l'avoit trouvée le 7 Juin de 135° 29′ 30″; la différence est 29° 2′ 15″, dont la moitié 14° 31′ 7″ ½ étant retranchée de 135° 29′ 30″, donne la distance d'Arcturus au colure des Solstices, de 120° 58′ 22″ ½, plus grande de 11″ que par la détermination précédente.

Quoique l'aberration de cette Etoile fût différente dans le temps de ces deux observations, qu'on l'ait trouvée de 14″ dans l'une & de 5″ dans l'autre, la moitié de la somme est à peu-près égale à l'aberration solsticiale, conformément à ce que nous avons trouvé dans le premier exemple.

Détermination du Solstice.

Présentement que l'on a bien constaté l'ascension droite d'Arcturus, il sera aisé de trouver le temps du Solstice, ou l'heure à laquelle la différence d'ascension droite entre le Soleil & Arcturus auroit été observée de 120° 58′ 11″ ½, telle qu'elle résulte de la première détermination, préférable à la seconde en ce que les observations ont été faites dans un temps où la variation diurne du Soleil en déclinaison est

plus grande, & où l'Etoile étoit dans le même parallele que le Soleil. Voici donc les observations pour trouver le temps du Solstice.

Le 20 Juin	$11^h\ 58'\ 47''$	21 Juin $11^h\ 59'\ 2''$	$8^h\ 1'\ 35''$
Arcturus . . .	$8\ \ 5\ \ 29\frac{1}{2}$	$8\ \ 1\ \ 35$	$8\ \ 5\ \ 29\frac{1}{2}$
Différence . . .	$8\ \ 6\ \ 42\frac{1}{2}$	$8\ \ 2\ \ 33$	$3\ \ 54\frac{1}{2}$

$$23^h\ 56'\ 5''\tfrac{1}{2} : 360^\circ :: 8^h\ 6'\ 42''\tfrac{1}{2} : 122^\circ\ 0'\ 30''$$
$$:: 8\ \ 2\ \ 33 : 120\ \ 58\ \ 0$$
$$1^\circ\ 2'\ 30'' : 24^h :: 12'' : 4'\ 36''$$

Les derniers termes de ces trois proportions nous font connoître, premiérement que le Solstice a dû arriver avant le midi du 21 Juin, puisqu'alors la distance d'Arcturus au Soleil étoit moindre que la distance de cette Etoile au colure des Solstices; secondement, que la différence, qui est de 12″, répond à 4′ ½ de temps qu'il faut retrancher du midi du 21 Juin pour avoir l'heure vraye du Solstice à $11^h\ 55'\ \frac{1}{2}$ du matin. Si l'on avoit supposé la distance d'Arcturus au colure des Solstices plus grande de $11''\frac{1}{2}$, on auroit trouvé l'heure du Solstice le 21 Juin à $11^h\ 51'$ du matin.

On ne sçauroit présentement décider à laquelle des deux méthodes appartient la différence que l'on peut remarquer dans leurs résultats, sans avoir déterminé les limites de la précision dans lesquelles chacune est renfermée.

Si l'on suppose l'ascension droite de l'Etoile une fois connue, & qu'il ne s'agisse que de déterminer le temps du Solstice, on ne doit plus considérer que l'erreur dans les observations du passage du Soleil & de l'Etoile au Méridien faites le jour du Solstice; & si l'on s'en rapporte à l'expérience, on reconnoîtra qu'il est difficile de déterminer à moins d'une demi-seconde, les différents instants où deux Etoiles arrivent à un même fil. Mais s'il est nécessaire d'avoir recours à de nouvelles observations pour déterminer l'ascension droite de l'Etoile, on aura bien d'autres sujets de considération,

considération, l'erreur dans les observations des hauteurs apparentes du Soleil avant & après le Solstice y doit entrer, elle est d'autant plus grande que les observations ont été faites plus près du Solstice ; enfin on a besoin d'un plus grand nombre d'observations des passages du Soleil & de l'Etoile au Méridien.

Supposons que l'on se soit trompé de 5″ dans l'observation de la hauteur apparente du Soleil le 22 Juillet, il en résulteroit une différence de 10′ de temps dans l'heure de l'observation correspondante à celle du 21 Mai, une erreur de 17″ dans la différence d'ascension droite calculée pour ce temps, une de 8″ ½ dans l'ascension droite de l'Etoile, & enfin une de près de 4′ dans le temps du Solstice ; & il faut avouer que cette supposition peut être admise, sur-tout si l'on employe pour les observations les instruments ordinaires.

A l'égard des erreurs dans l'observation des passages au Méridien, elles seroient fort à craindre si elles ne se compensoient ; car si on les déduit des hauteurs correspondantes du Soleil & de l'Etoile, il faut au moins huit observations, & on n'en sçauroit trop faire, puisque ce n'est qu'en prenant un milieu entre plusieurs hauteurs correspondantes, qu'on peut espérer de déterminer les passages au Méridien à une demi-seconde près. Il ne faut que jetter les yeux sur les observations que M. le Monnier rapporte dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1738, pour reconnoître combien cette détermination est délicate, puisque les milieux qu'il a établis, résultent de plus de 60 observations ; il est vrai que si on se sert d'une Lunette fixe, garnie seulement d'un Micrometre, l'opération deviendra beaucoup plus simple, elle se réduira à quatre observations, & on fera usage du Micrometre pour déterminer la différente hauteur du Soleil au temps des observations correspondantes.

L'autre méthode suppose à la vérité beaucoup moins d'observations, mais aussi elle demande plus de calcul, de sorte que l'on ne peut apprécier les erreurs dont elle est

ſuſceptible, ſans avoir examiné ſéparément tous les éléments qu'on eſt obligé d'employer pour ſuppléer aux obſervations.

L'erreur dans les obſervations des hauteurs du Soleil lui eſt commune avec l'autre méthode, & produit le même effet ſur le temps du Solſtice, que l'on déduit en partie de l'intervalle de temps écoulé entre les obſervations des hauteurs égales du Soleil.

Parmi les éléments qu'elle ſuppoſe, l'un eſt la connoiſſance du vrai lieu du Soleil, l'autre la diſtance de ſon apogée au colure des Solſtices. On peut déduire l'un, ou de l'obſervation même, ou des Tables aſtronomiques: ſi on déduit le lieu du Soleil de ſa déclinaiſon obſervée, & qu'on la ſuppoſe affectée de la même erreur qu'on a aſſignée aux hauteurs du Soleil, c'eſt-à-dire, de 5", il en réſultera une différence de 30" dans le lieu du Soleil pour le temps de cette obſervation; d'où l'on peut conclurre que dans le cas où la variation diurne du Soleil en déclinaiſon eſt peu ſenſible, on doit s'en rapporter aux Tables qui ſont ſuſceptibles d'une plus grande préciſion; on a même un moyen de les vérifier, car ſi elles s'accordent avec l'obſervation, elles doivent donner deux lieux du Soleil, tels que l'un ſoit le ſupplément de l'autre à 180°.

A l'égard de la ſituation de l'apogée du Soleil, il eſt certain que ſelon qu'on le ſuppoſera plus ou moins avancé dans le Ciel, il en doit réſulter une différence dans les ſommes & différences des Equations, & par conſéquent dans le temps du Solſtice; & comme les méthodes que l'on employe ordinairement pour trouver le lieu de l'apogée du Soleil & des autres Planetes, ne peuvent fixer la poſition de ce point qu'à un quart de degré près, toute l'incertitude ſe trouve réduite à celle que 15 minutes de différence dans la ſituation de l'apogée peuvent produire dans les Equations que l'on employe: ſi on ſuppoſe dans l'exemple précédent, que le lieu de l'apogée du Soleil ſoit moins avancé de 15 minutes de degré, on trouvera 1' 58" pour la différence du Solſtice apparent

au vrai, au lieu de 2′ 2″ qu'on avoit d'abord trouvées, ce qui produit une minute de temps de différence sur le temps du Solstice.

Il en sera de même des Equations qui conviennent aux anomalies vraies, quoique les Tables ne s'accordent point, ni sur la plus grande Equation du Soleil, ni sur la maniére de la distribuer pour tous les degrés d'anomalie, & que par exemple les Tables de M. de la Hire donnent l'Equation solsticiale plus petite de 6″ que les Tables de mon Pere, celle qui convient à 10ˢ 22°, plus petite de 27″; & à 0ˢ 22°, plus petite de 13″; on trouvera également 1′ 58″ pour la réduction au Solstice vrai.

Bien loin que l'on puisse encore décider sur la préférence qu'on doit donner à l'une de ces deux méthodes qui, quoique différentes dans la spéculation, paroissent également bonnes dans la pratique, il semble au contraire que si l'on s'en rapporte aux observations & au peu de différence que l'on a remarqué dans leurs résultats, on doit de plus en plus suspendre son jugement. La nouvelle méthode ne suppose à la vérité que des observations, mais ces observations, quoique simples & communes, deviennent difficiles par la rigoureuse précision dont on a besoin : l'autre suppose des connoissances que nous avons acquises par un grand nombre d'observations, & qui nous dispensent de les répéter ; cela revient à peu-près au même. Mais n'insistons pas davantage sur l'éclaircissement d'un fait que nous ne voulons approfondir que par la voye d'observation & d'expérience ; revenons aux observations, & cherchons dans celles des autres Astronomes des preuves de ce que nous venons d'avancer.

Nous employerons pour cet effet des observations faites dans des temps différemment éloignés du Solstice, avec des instruments & par des Observateurs différents. Les unes ont été faites à l'Observatoire par mon Pere, & les autres au College d'Harcourt par M. le Monnier; elles sont rapportées dans les Mémoires de l'Académie de l'année 1738.

Selon les obſervations de mon Pere, le Soleil étoit le 19 Juillet 1738 à 14h 44′ 30″ à la même hauteur apparente que le 24 Mai à midi ; l'intervalle de temps écoulé entre ces deux obſervations, eſt de 56 jours 14h 44′ 30″, dont la moitié 28j 7h 22′ 15″ étant ajoûtée au 24 Mai, donne le temps du Solſtice apparent le 21 Juin de l'année 1738, à 7h 22′ 15″.

M. le Monnier a trouvé par ſes obſervations, que le Soleil répondoit au même parallele le 29 Mai à 14h 5′ que le 14 Juillet à midi, après un intervalle de temps de 45j 9h 55′, dont la moitié 22j 16h 57′ ½ étant ajoûtée au 29 Mai, détermine le temps du Solſtice apparent le 21 Juin à 7h 2′ 30″.

Il eſt évident que ces obſervations faites dans des temps différemment éloignés du Solſtice, ne doivent donner le même réſultat que lorſqu'elles auront été corrigées par les Equations néceſſaires.

Comme ces deux Aſtronomes ne nous ont donné que les hauteurs apparentes du Soleil, ſans avoir égard aux corrections des inſtruments, & qu'en effet elles ſuffiſoient pour la méthode qu'ils ont pratiquée, nous ne pouvons ici en faire uſage pour conclurre le vrai lieu du Soleil ; nous y avons ſuppléé par le moyen des Tables.

	Longitude vraye du Soleil.	Anomalie vraye.	Equation.
24 Mai	2ſ 2° 58′ 35″	10ſ 24° 43′ 3″	1° 5′ 47″
29 Mai	2 8 19 51	11 0 4 19	0 56 48
14 Juillet . . .	3 21 40 10	0 13 24 38	0 26 19
19 Juillet . . .	3 27 1 27	0 18 46 10	0 36 32

L'Equation qui convient à 8° 15′, diſtance de l'apogée du Soleil au colure des Solſtices, eſt, ſelon les mêmes Tables, de 0° 16′ 18″, la différence entre la premiére & la quatriéme Equation eſt 0h 29′ 15″, dont la moitié 14′ 37″ ½ étant retranchée de 16′ 18″, reſte 1′ 41″ pour la réduction

qui convient au Solstice apparent, que le Soleil parcourt en 42 minutes de temps; donc l'heure du Solstice vrai sera le 21 Juin à 6h 40'.

Prenant de même la différence entre les deux autres Équations, on aura 30' 29", dont la moitié 15' 14" ½ étant retranchée de 0h 16' 18", reste 1' 3" que le Soleil parcourt en 26' de temps; on aura donc l'heure du Solstice, selon les observations de M. le Monnier, le 21 Juin à 6h 36".

On remarquera présentement que ces deux Astronomes ont déterminé par la nouvelle méthode l'heure vraie du Solstice, l'un à 6h 33', & l'autre à 6h 23', avec une différence de 10' de temps, beaucoup plus grande que celle qui résulte de la comparaison des hauteurs du Soleil observées: il est vrai qu'il seroit fort aisé de concilier ces différences, en employant l'ascension droite d'Arcturus, telle qu'elle résulte de plusieurs autres observations de ces mêmes Astronomes; car mon Pere, par un milieu qu'il a pris entre un grand nombre d'observations qu'il avoit faites pour déterminer le mouvement des Etoiles fixes en longitude, établit l'ascension droite d'Arcturus, de 210° 56' 1", dont retranchant 9" pour l'aberration, on trouvera la vraie ascension droite de cette Etoile, de 210° 55' 52". M. le Monnier l'avoit trouvée par ses observations, de 210° 55' 52", précisément de même, quoique cependant il l'établisse de 210° 56' 0", ayant pris un milieu entre le résultat des observations de 1737 & 1738; d'ailleurs ces deux déterminations s'accordent parfaitement avec l'ascension droite de cette Etoile, que nous avons déterminée cette année de 210° 58' 2" ½; car si l'on en retranche 2' 9" ½ pour la variation en ascension droite dans l'intervalle de trois années, on trouvera l'ascension droite de cette Etoile pour le mois de Juin de l'année 1738, de 210° 55' 52".

Voy. les Mém. de l'Ac. 1738. p. 282.

V. les mêmes, p. 366.

Nous laissons présentement à juger sur l'exposé de ces observations & sur l'application que nous en avons faite aux deux différentes méthodes que l'on a mises en usage jusqu'à

présent, si l'une a un avantage si certain sur l'autre, qu'elle doive la faire rejetter, ou plûtôt si elles ne peuvent pas être employées très-utilement pour se vérifier réciproquement, & pour parvenir à la même recherche.

Tel a été le procédé de M. Manfredi, un des auteurs de la nouvelle méthode. Avant que de la proposer, il jugea devoir en faire un essai sur le Solstice, tant d'Eté que d'Hiver, de l'année 1734. Après avoir déterminé par onze observations correspondantes faites avant & après le Solstice, la distance en temps de Sirius au colure des Solstices, il conclut des distances de cette Etoile au Soleil, observées le jour du Solstice, l'heure du Solstice d'Eté le 21 Juin à 7^h 52' temps vrai. Il parvient ensuite à la même recherche, en employant les mêmes hauteurs du Soleil observées avant & après le Solstice; & déduisant les autres éléments nécessaires pour le calcul des Tables de mon Grand-pere, selon la méthode que feu M. Maraldi & mon Pere ont pratiquée, il conclut l'heure du Solstice d'Eté le 21 Juin à 7^h 49', différente seulement de 3 minutes de temps.

On voit aisément par le résultat des observations qui sont rapportées dans l'excellent Livre que cet Astronome nous a Page 79. donné, intitulé *de Gnomone meridiano*, à quel degré de précision l'on peut aspirer dans la détermination de l'ascension droite d'une fixe, & par conséquent dans celle de l'heure du Solstice; car quoique la plûpart des observations ayent été faites dans les circonstances les plus favorables, c'est-à-dire, proche des Equinoxes, où la variation diurne en déclinaison est la plus sensible, & quoiqu'on ne puisse d'ailleurs soupçonner leur exactitude, puisqu'elles ont été faites exprès, & qu'il s'agissoit de constater la précision d'une méthode dont M. Manfredi se croyoit le seul inventeur, on remarque cependant des différences de 3" de temps dans la distance de Sirius au colure des Solstices, déduite de certaines observations, & par conséquent de 45" dans l'ascension droite d'une fixe, dont la moitié 22"$\frac{1}{2}$ peut être regardée comme

l'erreur commiſſible dans la détermination de l'aſcenſion droite d'une fixe, que le Soleil parcourt en 9 minutes de temps. Telle ſera donc l'erreur qui en réſultera ſur le temps du Solſtice.

Si l'on s'en rapporte à d'autres obſervations de ce même Aſtronome, expoſées dans le même Livre, d'où il conclut, ſelon l'ancienne méthode, l'heure du Solſtice d'Hiver de l'année 1733 le 21 Décembre à 6^h 20', on déterminera aiſément les limites de précision dans leſquelles cette méthode eſt renfermée. Page 75.

Cet Aſtronome, après avoir inſiſté ſur la néceſſité d'employer un grand nombre d'obſervations des hauteurs du Soleil, pour prendre un milieu entre leurs différents réſultats, & par conſéquent pour approcher davantage du vrai, donne les réſultats de dix obſervations correſpondantes, dont la plûpart s'accordent à quelques minutes près, & les plus éloignées different de 19 minutes; prenant la moitié de la plus grande différence, comme nous avons fait pour l'autre méthode, on aura $9'\frac{1}{2}$, qui ſera l'erreur dont cette méthode peut être ſuſceptible.

Après avoir déterminé l'heure du Solſtice, il reſte encore à connoître la hauteur ſolſticiale du Soleil pour en déduire l'obliquité de l'Ecliptique.

Sur l'Obliquité de l'Ecliptique.

Nous avons déja communiqué à l'Académie les obſervations que nous avons faites l'année derniére pour déterminer la hauteur du Soleil ; nous avons expoſé non ſeulement toutes les précautions que l'on a priſes pour une recherche auſſi délicate, mais même les avantages que nos obſervations avoient ſur toutes celles qui les ont précédées, fondées ſur la perfection de l'inſtrument que l'on y a employé ; nous avons jugé devoir répéter cette année les mêmes obſervations. Comme elles nous ont donné lieu de faire quelques remarques aſſés importantes, nous ne devons point différer à en faire part à l'Académie.

Ceux même qui prétendent que l'obliquité de l'Ecliptique diminue, conviennent que cette variation est insensible d'une année à l'autre, & nullement reconnoissable par voye d'observation. En effet, quoiqu'on ait souvent remarqué des différences dans les hauteurs solsticiales observées d'une année à l'autre, on avoit jugé devoir les attribuer aux erreurs des observations, & à la difficulté d'estimer de si petites quantités sur les divisions peu sensibles des instruments; nous avons même avancé dans la comparaison des hauteurs solsticiales observées à Bourges & à Paris, qu'on pouvoit supposer la hauteur solsticiale constante d'une année à l'autre, & l'employer très-utilement pour déterminer la différence de parallele entre deux lieux où l'on aura fait l'observation correspondante, quoiqu'en deux années différentes; & en effet on remarquoit un accord si parfait entre les résultats de cette comparaison, qu'on ne devoit tout au plus qu'en être étonné. On ne pouvoit cependant juger par cette observation si l'obliquité de l'Ecliptique varie, à moins de supposer connue la différence des paralleles entre Paris & Bourges, & même sans tenir compte des réfractions différentes à la hauteur du Tropique, à Bourges & à Paris; & il est aisé de concevoir que lorsque les observations ont besoin de quelque correction, il peut se faire que les erreurs se compensant, on trouve les mêmes résultats, quoique souvent les observations & les éléments que l'on employe, soient fautifs; d'où l'on peut conclurre que ce n'est que par des observations directes, faites dans le même lieu, avec le même instrument, par les mêmes Observateurs, qu'on pourra parvenir à quelque connoissance certaine sur cette matiére.

Lorsque nous avons tenté cette année les mêmes observations que l'année précédente, nous étions bien éloignés de croire qu'elles nous feroient remarquer une différence si considérable, qu'elle est au-dessus des erreurs que l'on peut supposer, tant de la part de l'observation que de celle de l'instrument, & enfin dans un sens contraire à ce que l'on avoit

avoit observé jusqu'à présent, puisqu'il en résulteroit que l'obliquité de l'Ecliptique augmente, tandis que l'on a toûjours cru qu'elle diminuoit. Une remarque si singuliére doit être fondée sur un grand nombre d'observations; & il nous a réussi d'en faire plusieurs qui concourent toutes à la preuve de ce fait; nous ne rapporterons cependant que celles qui ont été faites proche du Solstice, nous supprimerons le détail des autres, parce qu'il seroit nécessaire de rapporter toutes les circonstances de l'observation, & du temps qui n'a pas toûjours été également favorable, le Soleil n'ayant paru souvent à midi qu'au travers d'une brume qui empêchoit de distinguer nettement ses bords.

Pour déterminer le zénith de notre instrument, nous avons employé la même Etoile que l'année derniére, l'Etoile η de l'Ourse, dont voici les observations.

Observations de l'Etoile η de l'Ourse.

1741.....	10 Juin	24ˢ	36°	15′	31″	}	24ˢ	36°	15′	17″
	11 Juin	24	36	15	1	}				
	12 Juin	28	9	56	2	}				
	13 Juin	28	9	58	56	}	28	9	57	38
	14 Juin	28	9	57	54	}				
				Somme....			52	46	12	55
				Zénith du Secteur...			26	23	6	27½
				Distance de l'Etoile au Zénith..			1	46	51	11

On avoit trouvé par les observations de l'année derniére, la hauteur de cette Etoile au Zénith de l'Observatoire, de .... 1ˢ 47° 11′ 51″, de laquelle il faut retrancher .... 18 45, mouvement de cette Etoile en déclinaison dans l'intervalle d'une année, & l'on aura la distance de cette Etoile au Zénith pour le mois de Juin de cette année, de. 1ˢ 46° 53′ 6″, plus grande de 2″ que par la détermination précédente.

Observations des hauteurs du bord supérieur du Soleil.

Jours.	Points du limbe.	Réduct. au Solstice.	Hauteur solsticiale.
19 Juin	1ˢ 16° 48′ 16″	+ 50″	64° 54′ 31″
20	1 17 26 23	+ 12	64 54 32
23	1 16 49 19	+ 49	64 54 31
24	1 15 42 54	1′ 52″	64 54 29
29	1 4 24 30	13 12	64 54 30

En prenant un milieu entre ces observations, on trouve la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil, de 64° 54′ 31″; on l'avoit trouvée par les observations de l'année derniére, de 64° 54′ 24″, différente de 7″.

Pour parvenir présentement à la connoissance de l'obliquité de l'Ecliptique, on est obligé de connoître la réfraction, la parallaxe, le demi-diametre du Soleil, la hauteur du Pole; nous avons déduit l'année derniére, de la Connoissance des Temps, tous ces éléments, nous réservant cependant de les vérifier lorsque l'occasion s'en présenteroit, & que nous aurions les instruments nécessaires pour cela.

Celui sur lequel il sembloit qu'on dût former le moins de doute, étoit le diametre du Soleil, déterminé une infinité de fois par différents Astronomes; cependant les observations que mon Pere rapporte dans ses Eléments d'Astronomie, par lesquelles il a trouvé le diametre du Soleil plus petit qu'il n'est marqué dans la Connoissance des Temps, m'ont paru mériter une nouvelle confirmation.

Quoique nous ayons fait cette année un grand nombre d'observations du diametre du Soleil, elles ne nous paroissent pas encore suffisantes ni en assés grande quantité, pour que nous puissions absolument compter sur les résultats qu'elles nous ont donnés: ce qui est certain, c'est que toutes ont concouru à établir le diametre du Soleil plus petit qu'il n'est marqué dans la Connoissance des Temps, & fort approchant de celui qu'a établi M. le Chevalier de Louville.

Nous avons reconnu après cet exact Observateur, combien cette recherche est délicate, combien il est difficile de s'assûrer du parallelisme parfait des deux fils, de faire en sorte que ces fils comprennent exactement le diametre du Soleil, dont les bords, quoique bien terminés, paroissent par une espece d'ondulation, tantôt au-dessus & tantôt au-dessous du fil, & enfin combien le jeu de la vis est à craindre, puisqu'il se peut faire que la marche du fil ne réponde point à celle de la vis du Micrometre.

Nous ne pouvons donc encore rien prononcer de positif sur cette matiére, & en attendant nous avons cru devoir nous arrêter à la détermination de M. de Louville; ainsi nous supposerons le demi-diametre du Soleil de 15′ 46″, la hauteur solsticiale du bord supérieur du Soleil ayant été déterminée de 64° 54′ 31, on trouvera celle de son centre de 64° 38′ 15″, de laquelle ôtant 25″ pour la réfraction moins la parallaxe, & 41° 9′ 50″, hauteur du pole de l'Observatoire, il restera par l'obliquité de l'Ecliptique 23° 28′ 30″.

Cette nouvelle détermination est si différente de celle que nous avons établie l'année derniére, qu'elle m'a paru devoir être confirmée par d'autres observations.

Tandis que j'observois au Secteur avec M. l'Abbé de la Caille, mon Pere déterminoit sur la Méridienne la hauteur des deux bords du Soleil; mais comme son image n'a paru bien terminée que le 23 Juin, nous ne pouvons ici faire usage que de cette seule observation.

Le 23 Juin mon Pere a déterminé la hauteur des deux bords du Soleil, l'une de 64° 21′ 5″, & l'autre de 64° 54′ 52″, avec une différence de 33′ 47″, dont la moitié 15′ 52″ étant retranchée de 64° 54′ 52″, donne la hauteur apparente du centre du Soleil, de 64° 37′ 58″: si l'on en retranche 25″ pour la réfraction, 41° 9′ 50″ pour la hauteur de l'Equateur, on trouvera la déclinaison du Soleil le 23 Juin, de 23° 27′ 43″; mais l'Equation qui convient à la distance du Soleil au Solstice, est de 49″ additive, donc

l'obliquité de l'Ecliptique sera de . . . . . 23° 28′ 32″, peu différente de celle qu'on a trouvée par les observations faites au Secteur.

Par les observations faites à la Méridienne en 1738, & rapportées dans les Mémoires de l'Académie de la même année, mon Pere avoit conclu l'obliquité de l'Ecliptique de 23° 28′ 20″, avec une différence de 12″; ainsi toutes les observations faites, tant à la Méridienne qu'au Secteur, concourent à prouver que l'obliquité de l'Ecliptique augmente après avoir diminué, qu'elle a été, pour ainsi dire, stationnaire pendant plusieurs années, où elle a été trouvée de 23° 28′ 20″, & que présentement elle augmente considérablement, ce qui méritoit bien d'être remarqué, mais ce qui a encore besoin de nouvelles preuves, que nous espérons trouver dans les observations des Astronomes qui auront fait la même remarque.



OBSERVATIONS BOTANICO-MÉTÉOROLOGIQUES

Pour l'Année 1740.

Par M. DU HAMEL.

IL est certain que les biens de la campagne, ces biens si nécessaires qu'on peut les regarder comme les seuls vrais biens, les Bleds, les Vins, les Chanvres, les Fruits, les Bois, &c. ne viennent pas tous les ans aussi abondamment ni d'aussi bonne qualité, & l'on sçait en général que ces variétés dépendent de la différente température des saisons.

Mais ces connoissances générales ne suffisent pas, & on conviendra qu'il seroit également utile pour l'Agriculture & pour la Physique, de connoître plus positivement le rapport qu'il y a entre la température des saisons & les productions de la terre.

On sent de reste que la connoissance de ce rapport peut dans la suite conduire insensiblement à celle des principaux phénomenes de la Végétation, de même qu'à appercevoir l'effet que telle ou telle circonstance dans les saisons peut produire sur les Végétaux. Or dans quantité de cas de cette espece il est souvent très-avantageux de prévoir, ne fût-ce qu'à peu-près, puisque quelquefois on sera à portée de prévenir une partie des accidents, & que dans d'autres cas on s'épargnera bien des inquiétudes : en voici des exemples.

A peine cet Automne 1740 les Bleds ont-ils été en terre, qu'il est survenu des gelées assés vives pour la saison ; on craignoit qu'elles ne devinssent plus considérables & qu'elles ne fissent du tort aux Bleds, qui n'étoient que germés, mais on avoit de quoi calmer son inquiétude, quand on sçavoit que l'Hiver dernier 1740 il y a eu beaucoup de Bleds qui étant en cet état, ont supporté pendant près de deux mois & demi une gelée fort vive.

Il faut avouer que nos obſervations ne ſeront pas toûjours auſſi conſolantes, elles nous annonceront quelquefois une mauvaiſe récolte de Bleds ou de Vins, &c. mais c'eſt le cas où la prévoyance devient infiniment plus utile, puiſqu'elle peut nous mettre en état de prévenir les grandes diſettes, quelquefois, ſi la ſaiſon le permet, en ſemant des menus grains en abondance, comme on l'a fait avec un ſuccès prodigieux en 1709, ou quand la ſaiſon ſera trop avancée, en ſe précautionnant de Bleds étrangers, comme on l'a fait en 1738.

Outre ces vûes d'utilité qui peuvent s'étendre fort loin, j'ai lieu d'eſpérer que le Journal que j'entreprends, ſera intéreſſant; on ne peut être indifférent ſur ce qui regarde les biens de la campagne, & ne pas ſouhaiter d'en avoir l'hiſtoire.

Mais il eſt plus difficile de la bien ſuivre cette hiſtoire, qu'on ne ſe l'imagine d'abord.

L'Obſervateur le plus exact, le Phyſicien le plus éclairé (car pour cet ouvrage il faudroit être l'un & l'autre) ne pourra rendre compte que de ce qui ſera arrivé dans une Province où il aura été à portée de faire ſes obſervations; & qu'eſt-ce que l'étendue d'une Province en comparaiſon de celle du Royaume? Souvent il fait fort doux en Provence, pendant qu'il gele très-fort à l'autre extrémité du Royaume; quelquefois on ſe plaint dans un canton de l'abondance des pluyes, pendant qu'on en deſire dans un autre. Toutes ces choſes & mille autres circonſtances qui varient ſuivant les lieux, influent néantmoins beaucoup ſur les productions de la terre, c'eſt pour cela qu'on voit (cette année, par exemple) les récoltes très-abondantes en Languedoc, pendant qu'elles ſont fort médiocres dans le centre du Royaume.

Ce que je viens de dire, prouve que pour rendre cette hiſtoire compléte, il faut avoir dans toutes les Provinces du Royaume, des Correſpondants exacts & éclairés. Un particulier ne pourroit guére eſpérer de tels ſecours, mais l'Académie a lieu de les attendre de ſes Correſpondants; ils ont les connoiſſances néceſſaires, ils ſont répandus dans

plusieurs Provinces, & les observations météorologiques & astronomiques que l'Académie reçoit de tous côtés, me font espérer que la plûpart de ces Correspondants se chargeront avec plaisir de lui envoyer les autres observations dont elle témoignera avoir besoin.

Je vais rapporter celles que j'ai faites dans nos terres auprès de Pluviers, ville située entre la Beauce & le Gâtinois, ce sera une invitation pour ceux qui voudront bien s'intéresser à la perfection de cet ouvrage; & comme mon Journal pourra leur fournir des idées, j'ai cru qu'il étoit à propos de l'étendre plus que je ne compte le faire dans la suite, pour qu'on puisse mieux comprendre les vûes de ce travail.

AUTOMNE 1739.

Pour rendre plus compléte, l'histoire des Bleds qu'on vient de recueillir, je me trouve obligé de dire quelque chose de l'Automne 1739.

Les pluyes qui ont été très-fréquentes dans cette saison, ont beaucoup retardé les semailles; on a semé jusqu'aux derniéres semaines de l'Avent, & il y a eu beaucoup de terres fortes & argilleuses qui n'ont pas été ensemencées.

Les bleds les premiers faits ont levé assés bien, quelques-uns seulement étoient un peu clairs, ce qu'on attribuoit à ce que la terre étant, comme l'on dit, en *mortier*, toute la semence n'avoit pas été enterrée, & les Pigeons, les Corneilles & les autres oiseaux en avoient mangé une partie.

A la fin de Décembre il y avoit beaucoup de bleds qui ne faisoient que lever, & d'autres n'étoient point encore sortis de terre.

JANVIER 1740.

Le 1er & le 2 Janvier il gela assés fort pour empêcher qu'on pût travailler à la terre, & les arbres furent chargés de beaucoup de givre.

Le 4 le temps s'adoucit un peu, & le 5 il tomba une pluye douce qui dissipa tout le givre, & qui dégela la terre

en quelques endroits; mais il y en eut d'autres où il restoit encore de la gelée au fond de la terre.

La nuit du 5 au 6 la gelée reprit si fort, que dès le 6 on pouvoit traverser les bleds à cheval & même en voiture sans enfoncer. Voilà ce qu'on appelle véritablement un faux dégel, qui mettoit beaucoup de bleds dans les circonstances en apparence les plus fâcheuses; car, comme nous l'avons dit, 1.° les terres étoient très-humectées, quantité de piéces de bled étoient à moitié couvertes par des mares d'eau.

2.° Beaucoup de bleds ne faisoient que lever, & il y en avoit qui ne l'étoient pas encore.

3.° La gelée prenoit tout d'un coup très-vivement.

4.° Il y avoit des endroits où le bled étoit entre deux glaces.

5.° Enfin il n'y avoit point de neige qui pût mettre ces bleds à l'abri; néantmoins cette gelée dura tout le mois de Janvier, & fut même assés forte le 9, le 10 & le 11 pour faire descendre le Thermometre de M. de Reaumur à 10 degrés $\frac{1}{2}$ au-dessous de la congélation.

FE'VRIER.

Tout le mois de Février la gelée continua à peu-près de la même force; sur la fin cependant la chaleur du Soleil qui commençoit à s'élever sur l'horison, dégeloit sur le haut du jour la superficie de la terre, mais elle regeloit la nuit, ce qui formoit un verglas qu'on sçait être ordinairement très-préjudiciable aux Végétaux.

Il y avoit des jours où le temps paroissoit s'adoucir, il sortoit des murailles un peu d'humidité qui se congeloit à leur surface, puis il tomboit un peu de neige, & bien-tôt le froid devenoit aussi vif qu'auparavant.

Il y a eu des endroits où il s'est conservé un peu de neige sur les bleds, mais dans d'autres, & en particulier aux environs de Pluviers, le Soleil faisoit fondre le peu qui en étoit tombé, & la terre restoit entiérement découverte, ce qui fait que le Gibier n'a point souffert.

Cependant

Cependant la durée de la gelée & les autres circonſtances que j'ai rapportées, cauſoient beaucoup d'inquiétude ; les fermiers alloient viſiter leurs terres, & n'y appercevoient pas plus de bled que ſi elles n'avoient pas été enſemencées; en ſe mettant à terre les meilleurs yeux appercevoient ſeulement un peu de verd qui étoit au milieu de quelques feuilles mortes.

Mais que devoit devenir cet atome de verdure après le dégel? Pour eſſayer de le découvrir, on leva à grands coups de pioche des mottes de terre, on les mit dans des Caves, & quand elles furent dégelées, on apperçut à chaque brin de bled une petite racine vive & un peu de verd, d'où on conclut que les bleds n'étoient pas péris.

La conſéquence étoit bonne, elle a été conſtatée par l'événement; mais le bled doit taler pendant l'Hiver, il doit pouſſer beaucoup de racines en terre, & il ſe doit former une eſpece d'oignon ou une groſſeur à l'endroit où les feuilles ſe joignent aux racines; tout cela n'étoit point, & on verra dans la ſuite que c'eſt là une des cauſes de la médiocrité de la récolte.

MARS.

Environ le 4 de Mars il s'éleva un vent de Nord très-froid, qui parut faire plus de tort à pluſieurs de nos plantes, & particuliérement à nos jeunes Cyprès, que n'avoient fait les gelées précédentes.

Le 9 Mars le vent tourna au Sud, il tomba une petite pluie fine, & la terre ſe dégela très-doucement, il plut très-peu. L'humidité ne fut pas auſſi conſidérable qu'elle l'eſt ordinairement dans les vrais dégels, les murailles ne ſuerent preſque pas. Peut-être eſt-on redevable de la conſervation de bien des choſes à la douceur de ce dégel, car il eſt certain que les deſordres que produiſent les gelées, dépendent beaucoup des dégels; nous en avons rapporté beaucoup d'exemples en 1738 dans le Mémoire que nous avons donné M. de Buffon & moi ſur les effets des gelées d'Hiver & du

Printemps, & je ne crois pas devoir négliger de rapporter une observation de même genre, que le hasard m'a fournie cette année.

On avoit oublié une quantité de Pommes assés considérable dans un grenier, où elles n'étoient en aucune façon à l'abri de la gelée. Il n'est pas douteux qu'elles ont été près de deux mois dures comme des pierres, & gelées jusqu'au cœur; cependant à la Pentecôte elles étoient aussi belles & aussi saines que celles qu'on avoit conservées avec beaucoup de soin dans la fruiterie. Il est bon de remarquer que ces Pommes étoient d'une espece qui a toûjours un goût de sauvageon, & qui se garde très-long-temps; car peut-être la Reinette & d'autres especes de Pommes plus délicates auroient-elles été plus endommagées par la gelée.

On juge bien que les productions de la campagne étoient très-retardées, les ouvrages l'étoient aussi, & au 15 du mois il n'y avoit presque point de terres labourées pour les Mars; cependant les fermiers ayant augmenté le nombre de leurs chevaux, & le temps ayant continué à être au beau, presque toutes les terres ont été semées à temps, il y a même eu des fermiers qui ont retourné quelques-unes de leurs piéces de bleds qui étoient dans des fonds, pour y mettre de l'Orge, dont la récolte leur a été plus avantageuse que celle de leurs meilleures piéces de bleds.

Malgré le dérangement des saisons, on a vû des Hirondelles les premiers jours de Mars, mais il en est mort beaucoup faute de nourriture, ce qui n'est pas seulement arrivé aux environs de Paris & de Pluviers, mais encore en plusieurs Provinces éloignées, suivant les observations qui en ont été envoyées à M. de Reaumur.

C'est vers la fin du mois qu'on a commencé à bien connoître les desordres que la gelée avoit occasionnés; j'ai cru devoir les rapporter ici un peu au long en faveur de ceux qui prennent plaisir à cultiver & à multiplier des Arbres & des Arbustes de toute espece. Cette partie d'Agriculture est trop louable & trop utile à la Société, pour qu'on

néglige de prêter des ſecours à ceux qui l'ont choiſie entre tant d'autres qui, comme les Fleurs, n'ont que l'amuſement pour objet.

Ceux qui veulent élever des Arbres, ou rares dans ce pays, ou étrangers, ont ordinairement pour guide une petite brochure, qui a pour titre, *Catalogue des Arbres & des Arbuſtes qui ſe peuvent élever en pleine terre aux environs de Paris.* On a compris dans ce Catalogue ſans diſtinction les Arbres qui paſſent communément l'Hiver en pleine terre ſans être endommagés par la gelée, quoiqu'on n'apporte aucune précaution pour les en garantir, & ceux qui ne le paſſent qu'à de bons abris & avec quelques précautions. L'Hiver qu'on vient d'eſſuyer, étant un fort Hiver, ſans cependant être de ces Hivers rares à qui rien ne réſiſte, tel que celui de 1709, j'ai cru qu'il étoit très-propre à faire diſtinguer les Arbres & les Arbuſtes qui ne craignent point les grands Hivers, de ceux qui ont beſoin de quelques précautions pour les ſupporter; & pour donner quelque choſe de plus certain, j'ai réuni ici les obſervations que M.rs de Buffon & Bernard de Juſſieu ont faites au Jardin du Roy, celles que le Frere Philippe, Chartreux, a faites à Paris dans les Jardins de ſa Maiſon, & celles que j'ai faites dans les nôtres aux environs de Pluviers.

Outre les arbres des Forêts & des Vergers qu'on ſçait réſiſter à preſque tous les Hivers, en voici une aſſés grande quantité qui n'ont point non plus été endommagés par la longue gelée du dernier Hiver; le Xyloſteon, l'Agnus caſtus, l'Erelle, les Thymelea, les Tuïa, les Térébinthes, les Tamariſques, le Liége, les Spirea, les Sabines, les Ramnoïdes, les Philirea, les Faſeoloïdes, le Periclymenum, le Pavia, le Paliurus, les Acacia de Caroline & de Virginie, le Benjoin, le Pourpier maritime, le Catalpa, celui des Chartreux a perdu quelques branches, le Bignonia à feuilles de Frêne, le Micacoulier, les différentes eſpeces de Clematitis, la Diervilla, l'Eleagnus, le faux Gayac, le Pavia, les Cedres de Virginie, le Ketmia ordinaire, la Melaize, le Meniſpermum

ou Liére de Canada, le Bonduc, les Lauriers-cerises & les Lauriers-francs, qui ont été un peu à l'abri du vent ; les gros Tulipiers du Jardin du Roy n'ont pas souffert, mais les jeunes sont morts aux Chartreux ; il en a été de même des Lauriers-tulipiers. Je n'ai perdu aucun arbre de Judée, quoique j'en eusse de fort petits, il en a été de même au Jardin du Roy, cependant il en est mort plusieurs jeunes aux Chartreux ; les gros Pins n'ont pas souffert, mais les petits sont presque tous morts, j'en ai seulement réchappé quelques-uns de ceux qu'on appelle le *Pin maritime;* l'Arbousier, moyennant une légere couverture, a résisté dans le Jardin des Chartreux, mais il est mort dans celui du Roy, jusqu'aux racines, qui ont repoussé au Printemps; les gros Barba-Jovis ont résisté au Jardin du Roy, mais les petits ont péri & au Jardin du Roy & aux Chartreux ; tous les Chévrefeuilles, même celui qui est toûjours verd, ont résisté, ils ont seulement perdu beaucoup de menues branches. Les Cedres du Liban qui étoient en place depuis plusieurs années, ont bien résisté, mais les jeunes des Chartreux qui étoient nouvellement plantés, ont péri ; les Grenadilles ont péri seulement jusqu'au rés de terre, il en a été de même du Coriaria, cependant il y a eu quelques pieds qui ont péri entiérement. Les jeunes pieds d'Alaterne & ceux qui avoient été replantés, sont morts, mais les gros pieds ont résisté. Les Jasminoïdes de la grande & de la petite espece, étant en espalier & bien en racines, ont seulement perdu quelques branches ; il en a été de même du Genêt d'Espagne, de l'Emerus & du Jasmin blanc, mais le Jasmin jaune commun & celui d'Italie n'ont pas souffert. Quelques Azedaracs sont morts entiérement, & d'autres n'ont perdu que leurs branches ; les pieds de Futet qui étoient un peu gros, n'ont pas souffert, mais les jeunes sont morts jusqu'aux racines ; l'arbre de Cire est mort jusqu'aux racines.

Les Oliviers qui étoient en espaliers & un peu couverts, n'ont pas péri, mais les autres sont morts ; les Grenadiers en espalier n'ont pas souffert ; plusieurs Lauriers Alexandrins sont morts, il en a été de même des Cenesons de Virginie.

Les Lauriers-thyms ont perdu plusieurs de leurs branches; les Figuiers qui n'ont pas été couverts, ont perdu beaucoup de jeune bois, sur-tout ceux qui donnent des Figues violettes; plusieurs Jardiniers les ont cru gelés jusqu'aux racines, & les ont coupés, mais ils ont eu grand tort, car les nôtres & ceux des Chartreux ont bien repoussé, & ont même donné du fruit dans les deux saisons. Quelques jeunes pousses de gros Cyprès ont été gelées, mais les jeunes ont beaucoup souffert, j'en ai perdu plus de six cens. On sera peut-être surpris de me voir former de grandes pépiniéres d'un arbre qui a eu le malheur de déplaire, qu'on prétend porter l'ennui par-tout où il est, & qu'on a banni de tous les jardins; mais outre qu'il ne me paroît pas aussi desagréable qu'on le dit, je lui ai reconnu des avantages singuliers qui m'ont fait souhaiter d'en avoir beaucoup.

On sçait que les pieux de Chêne, d'Orme, de Charme, de Frêne, de Sapin, &c. périssent très-promptement au rés de terre, & c'est cet entretien onéreux qui a fait abandonner les contrespaliers en beaucoup d'endroits; or j'ai reconnu qu'un pieu de Cyprès en peut user au moins six de Chêne les uns après les autres, car j'ai entr'autres la clôture d'une Melonniére qui est encore fort bonne, quoiqu'elle ait été faite en 1709 avec des Cyprès gelés, & que quelques-uns des poteaux qui la forment, ne soient pas plus gros que le bras, encore y a-t-il plusieurs de ces poteaux auprès desquels il y a presque toûjours eu des couches de fumier, ce qui certainement avance beaucoup la pourriture.

J'ai cru ne devoir pas négliger de rapporter cette propriété du Cyprès, qui peut le rendre utile en bien des occasions. Je reviens aux desordres de la gelée.

Les Charmilles anciennement plantées n'ont point souffert, mais presque toutes celles qui avoient été plantées avant la gelée, sont mortes jusqu'au rés de terre. Les Myrtes, les Lauriers-roses, les Romarins, les vieux pieds de Thym, les Cistes sont tous péris; il est réchappé aussi très-peu d'Artichaux.

Voici quelques conſéquences qu'on peut tirer de ces obſervations.

Premiérement, les jeunes arbres ſont plus tendres à la gelée que ceux qui ſont plus gros, je ne dis pas que les vieux, car ceux-ci ſouffrent quelquefois beaucoup des grandes gelées; donc quand on veut élever des arbres qu'on ſçait être tendres à la gelée, il faut les tenir dans des Serres ou à de bons abris juſqu'à ce qu'ils ſoient un peu gros.

Secondement, les arbres nouvellement plantés ſont plus ſujets à être endommagés par la gelée, que ceux qui n'ont point été replantés depuis pluſieurs années; c'eſt une obſervation que j'ai ſouvent faite, & qui m'a déterminé à ne planter qu'au Printemps les arbres qui peuvent ſouffrir de grandes gelées. Enfin nous avons dit dans le Mémoire que nous avons donné en 1738, où nous avons examiné les effets de la gelée ſur les Végétaux, que les gelées d'Hiver faiſoient plus de deſordres dans les endroits qui étoient expoſés au vent de Nord; j'ai fait la même obſervation cette année, car j'ai remarqué que les arbres qui étoient abrités du vent de Nord par quelques Buis ou par quelques murs, avoient été moins endommagés que les autres.

Pluſieurs vieilles ſouches de Vignes ſont entiérement mortes.

Il y a eu bien des oignons de Safran de gelés, cependant ce n'eſt pas ce qui a fait le plus de tort à cette plante, c'eſt que les oignons n'ont pu ſe former pendant l'Hiver. Pour concevoir ceci, il faut ſçavoir que tous les ans l'oignon qu'on a mis en terre, meurt, & qu'il s'en forme trois ou quatre jeunes au-deſſus, qui ſe nourriſſent de ſa ſubſtance & le remplacent; or c'eſt à la fin de l'Automne & pendant l'Hiver que ces oignons ſe forment: la continuité de la gelée y ayant fait obſtacle, ils ne ſe ſont formés qu'au Printemps, & ils ſont reſtés gros comme des Avelines, au lieu qu'ils auroient dû être trois ou quatre fois plus gros, & ces petits oignons ne paroiſſoient pas pouvoir donner de fleurs l'Automne ſuivante.

Pendant tout le mois il a toûjours fait froid, il est tombé peu de pluie, mais seulement de temps en temps quelques ondées de grêle & de neige, en un mot ce qu'on appelle *des giboulées.*

AVRIL.

La sécheresse, les ondées de neige, de grêle & de pluie froide, les vents d'Ouest, de Nord & de Nord-ouest & le froid ont continué jusqu'au 20. Le Soleil échauffoit les endroits qu'il éclairoit, mais il faisoit froid à l'ombre, & il geloit presque toutes les nuits, aussi rien ne profitoit à la campagne.

Le 6, il n'y avoit encore que les fleurs des Ormes qui fussent sorties de leurs boutons.

Le 9, les boutons de deux Maronniers d'Inde, que je connois depuis plusieurs années pour être des plus hâtifs, s'ouvrirent, & en resterent là, les feuilles ne s'épanouirent que beaucoup de temps après.

Le 11, on entendit le Rossignol chanter, quoique le froid fût toûjours incommode.

Le 20, on entendit le Coucou.

Le 21, le vent tourna à l'Est, & le temps devint fort doux ; alors les Amandiers, les Abricotiers, les Pêchers & les Pruniers Mirabolans fleurirent, mais bien-tôt le froid revint assés vif pour qu'on fût obligé de se chauffer comme en Hiver, & tous ces arbres resterent long-temps en fleur. Cependant ces temps froids & secs n'avançoient pas les Bleds, & ne faisoient pas lever les Avoines qui avoient été semées dans la poussiére ; pour la même raison l'herbe ne poussoit ni aux champs ni dans les prés, & on étoit obligé d'affourer tous les bestiaux comme en Hiver, ce qui a occasionné une grande consommation de bled, & a fait périr plusieurs Moutons & beaucoup d'Agneaux ; cependant vers la fin du mois les Avoines leverent, & les Pruniers fleurirent.

MAI.

Jusqu'au 24 de Mai le vent s'eſt preſque toûjours tenu entre le Nord & l'Oueſt, les ondées de neige & de grêle & le froid ont continué; néantmoins les Seigles commencerent à épier.

Le 12, on entendit un bruit conſidérable qui ſortoit d'une nuée, & preſque dans l'inſtant il tomba de la grêle, dont la plûpart des grains avoient près de deux pouces de longueur ſur un pouce de largeur, & un peu moins de demi-pouce d'épaiſſeur. Ces grains formoient pour la plûpart une lentille ovale qui étoit bordée par un collier de petits grains ronds qui étoient gros comme des pois : heureuſement que cette grêle ne dura qu'une demi-minute, & qu'il n'en tomba guére que quatre grains par chaque pied en quarré ; ainſi elle ne fit pas beaucoup de tort aux biens de la terre, ce furent les vîtres qui en ſouffrirent le plus.

Il vint enſuite des gelées aſſés fortes pour endommager beaucoup les Vignes, & bien des épis de Seigle furent gelés par la pointe. Les Bleds n'avançoient preſque pas, & paroiſſoient même ſouffrir, ſur-tout dans les terres blanches de Beauce, qui paſſent pour les meilleures.

Cependant les Abricotiers, les Amandiers & les Pêchers qui avoient reſté long-temps en fleur, étoient défleuris, leurs fruits étoient noués, & quoiqu'ils ne priſſent point de groſſeur, ils paroiſſoient en bon état.

Ceux qui connoiſſent les Abeilles, ſe perſuaderont volontiers que la rigueur & la durée de l'Hiver ſuivies du froid & du vilain temps du Printemps, leur devoient être très-contraires. Comment aller chercher leur vie par le froid qu'il faiſoit? & quand elles auroient pu braver les rigueurs de la ſaiſon, qu'auroient-elles trouvé? il n'y avoit preſque point de fleurs à la campagne; auſſi n'y a-t-il eu que les forts paniers, ceux où il y avoit beaucoup de Mouches & de Miel, qui ayent ſubſiſté.

Enfin vers le 25 Mai il commença à ne faire plus froid, on

on ſortit alors les Orangers, ils étoient en fort bon état & bien garnis de feuilles, ce qui n'eſt pas ſurprenant, car on ſçait que quand les ſerres ſont bonnes, l'humidité fait plus de tort aux Orangers que le froid.

Pendant le courant de ce mois une Maladie épidémique très-fâcheuſe ſe répandit dans tout le Royaume, c'étoient véritablement des fiévres malignes, vermineuſes, qui, dans quelques endroits que j'ai été à portée d'examiner, s'annonçoient comme des peripneumonies, & ſans que les ſymptomes paruſſent très-fâcheux, les malades étoient emportés en deux ou trois jours; cette maladie a principalement attaqué les pauvres gens, dont elle a fait mourir un nombre prodigieux.

JUIN.

Quoique le temps fût fort adouci, il y a eu peu de chaleurs pendant tout le mois de Juin, & les nuits étoient toûjours fraîches; s'il faiſoit deux ou trois jours de chaleurs, elles étoient fort vives, il ſe formoit de l'orage, il tonnoit, il grêloit, & la fraîcheur revenoit.

Les menus grains étoient fort beaux, quoiqu'un peu tardifs, les Bleds ne promettoient pas tant, ils étoient clairs & fort retardés; cependant quelques jours de beau temps firent des merveilles à la campagne, & on eſpéroit encore une récolte paſſable.

A l'égard des fruits, on n'eſpéroit point de Poires, ni de Gland, ni de Frêne, médiocrement de fruits rouges, un peu plus de Prunes & d'Amandes, beaucoup d'Abricots, de Pêches, de Pommes, de Noix & de Noiſettes; les légumes, Pois, Féves, Lentilles venoient à merveille.

Vers la mi-Juin il s'éleva un vent brûlant qui deſſécha en un jour toutes les feuilles de nos Peupliers; ils reſterent aſſés long-temps ſecs comme ils le ſont en Hiver, enſuite ils pouſſerent quelques feuilles nouvelles qui les regarnirent en partie.

Le 25 il y eut un orage terrible qui commença à

Orléans, & qui s'étendit jusque dans la haute Champagne, faisant de grands desordres par-tout où il passoit; plusieurs Paroisses de notre voisinage, qui se sont trouvées dans le fort de la nuée, ont été entiérement ruinées, les Bleds & autres grains absolument anéantis, les Vignes ébourgeonnées jusque sur la souche, nombre d'arbres arrachés ou rompus, l'écorce des jeunes étoit meurtrie; quatre ou cinq Moulins ont été enlevés de dessus leurs bourdons & culbutés au loin; le Clocher de la Cour-Dieu a été renversé par une bourrasque de vent si violente, qu'il n'auroit pas touché au toît si le vent ne lui avoit pas manqué quand il fut plus bas que le faîte de l'Eglise; des bestiaux & des hommes qui étoient aux champs, ont été blessés par la grêle, & il y a eu du gibier de tué.

Les grains de grêle n'excédoient pas la grosseur d'une petite noix muscade, mais ils étoient lancés avec tant d'impétuosité par des tourbillons de vent épouventables, qu'ils brisoient tout ce qu'ils rencontroient.

La grêle & le vent étoient accompagnés du tonnerre, qui a fait aussi quelques desordres.

Dans quelques endroits qui n'avoient pas essuyé le fort de l'orage, on a essayé de couper les bleds pour les laisser repousser; ils ont repoussé en effet, quelquefois trois petits tuyaux au lieu d'un, mais ces tuyaux ne portoient que de petits épis dans lesquels il n'y avoit point ou très-peu de grains.

A une demi-lieue de l'endroit où l'orage a été le plus violent, on ne sentoit pas le moindre vent, on entendoit seulement sortir de la nuée un bruit semblable à celui des carrosses qui roulent sur le pavé.

JUILLET.

Pendant tout ce mois les nuits continuerent à être fraîches, il y eut encore de temps en temps des nuées de grêle qui suivirent à peu-près la même route que le grand orage, & plusieurs Paroisses en souffrirent.

Dans beaucoup d'endroits les Vignes blanches, c'eſt-à-dire, celles qui portent du Raiſin blanc, furent plus endommagées par la coulure qu'elles ne l'avoient été par la gelée.

On n'a pu faire les Foins que vers la fin du mois, tant toutes les productions de la terre étoient retardées, encore l'herbe étoit-elle très-courte, & il s'en faut plus de la moitié qu'on ait eu autant de foin que l'année derniére. Vers la fin du mois il vint quelques brouillards ſecs qui rouillerent beaucoup de bleds ; or on ſçait que les bleds rouillés ne profitent preſque plus.

Pluſieurs eſpeces d'Inſectes ont été fort rares cette année; ſeroit-ce que la rigueur de l'Hiver auroit fait périr leurs oeufs ? ou les fraîcheurs du Printemps & de l'Eté auroient-elles empêché beaucoup d'oeufs d'éclorre ? auquel cas ils pourroient bien n'être pas péris, & être reſtés en état d'éclorre l'année prochaine.

Quoi qu'il en ſoit, il y a eu un peu moins de Hannetons & de Cantarides qu'à l'ordinaire, encore moins de Chenilles, de Grillons & de Sauterelles.

Depuis cinq ou ſix ans il y avoit dans le clos des Chartreux de Paris des Mouches noires qui faiſoient périr les feuilles tendres des Poiriers à meſure qu'elles ſortoient des boutons, elles s'attachoient particuliérement aux Poiriers de virgouleuſe, qui reſtoient preſque tous les ans dépouillés de leurs feuilles juſqu'à la ſéve d'Août ; on n'y a pas vû cette année une ſeule de ces Mouches.

Mais vers le 15 du mois toutes les feuilles des Ormes ſe trouverent chargées d'une prodigieuſe quantité de petits Vers bruns qui mangerent tout le parenchyme de ces feuilles, qui en très-peu de temps devinrent brunes comme celles qui ſont ſous les arbres en Hiver ; ils deſcendirent au pied des Ormes pour ſe métamorphoſer, & ils y formoient des tas aſſés conſidérables pour qu'on eût pu les ramaſſer à poignée. Pendant cet intervalle vint la ſéve d'Août qui produiſit de nouvelles feuilles, & les Ormes reprirent un peu de verdure, qui a enſuite ſervi de pâture à des Scarabées que les vers

X ij

bruns dont nous venons de parler, ont produits, & malgré le froid de l'Automne ces Scarabées ont ſubſiſté une bonne partie de cette ſaiſon.

AOUST.

Au commencement de ce mois les Bleds n'ayant pas encore leurs épis formés, il vint quelques jours de chaleur, des rayons de Soleil très-vifs qui jaunirent beaucoup les froments, qui juſque-là avoient preſque toûjours été à l'ombre & au froid; le grain ne pouvant plus recevoir aſſés de nourriture, reſta, comme diſent les fermiers, retrait ou échaudé, & quand on viſitoit les épis, on trouvoit un tiers de leur longueur qui étoit vuide, & les deux autres tiers ne contenoient que des grains mal nourris.

On commença la moiſſon des Bleds vers la fin du mois par un temps pluvieux & froid: les Bleds coupés, de même que ceux qui étoient verſés, germoient aux champs, quelqu'attention qu'on eût; on les ſerroit fort humides, & on étoit à la veille de voir tous les grains périr à la campagne.

SEPTEMBRE.

Heureuſement il vint un peu de beau temps au commencement de ce mois, on ſerra aſſés à propos les Orges & les Avoines, mais il ne faiſoit pas aſſés chaud pour les Bleds, & pour m'exprimer comme les fermiers, on les ſerroit un peu gourds.

La moiſſon n'a été entiérement finie que vers le 20 ou le 25; cette moiſſon étoit bien tardive, puiſque quelquefois tous les grains ſont engrangés avant le 10 d'Août: cependant j'ai appris qu'il y avoit très-certainement des grains ſur terre dans le Boulonois les premiers jours de Novembre, quand les premiéres neiges ſont tombées, & il y a eu beaucoup de Veſces qui n'ayant pu meurir, ont pourri dans les champs.

Revenons aux environs de Pluviers. Dans le temps de la moiſſon, les pailles étoient preſqu'auſſi noires que le ſont

ordinairement les chaumes qui ſont reſtés aux champs juſqu'à la Touſſaints ; les pailles étoient auſſi fort courtes, ce n'eſt pas toûjours une preuve qu'il y aura peu de grains; on verra dans l'article ſuivant qu'il y en a eu effectivement très-peu cette année.

Je ne ſçais ſi on en a été redevable à la continuité des gelées, mais les bleds ont été aſſés nets de mauvaiſes herbes, il n'y a eu que le Centinode ou la Renouée qui eſt venue cette année plus abondante & plus haute que je ne l'ai encore vûe. La graine de cette plante ne fait point de tort aux bleds; quelques fermiers même ont ſçu tirer parti de cette herbe, ils l'ont fait faucher & faner pour ſuppléer aux fourrages qui leur manquoient; d'autres, au lieu de la faucher, en ont nourri pendant aſſés long temps une grande quantité d'Oyes.

Cette eſpece de Melons hâtifs qu'on appelle *Melons des Carmes*, n'ont meuri que pendant le courant de ce mois; & ce qu'il y a de ſingulier, c'eſt qu'ils ſe ſont trouvés tous très-bons, mais les Melons ordinaires n'ont point réuſſi.

OCTOBRE.

Le temps ayant été aſſés favorable pour les labours dans les mois de Septembre & d'Octobre, on a beaucoup avancé ces ſortes d'ouvrages, & ſi quelques ſemailles ont été retardées, ce n'a été que par la difficulté qu'on a eue à battre les grains, comme je vais le faire ſentir, en rapportant l'état où ils ſe ſont trouvés dans les Granges quand on eſt venu à les battre.

J'ai dit qu'après l'Hiver les Bleds m'avoient paru près d'un quart plus clairs qu'ils ne le ſont ordinairement, ce qui pouvoit venir, ou de ce que les ſemailles ayant été très-difficiles à cauſe de l'abondance des pluyes qui étoient tombées en Automne, une partie du grain ſemé ſe ſeroit perdue, ou de ce qu'une partie du bled ſeroit morte pendant l'Hiver, ou enfin de ce que le bled avoit peu tallé, & c'eſt cette derniére raiſon que je crois la meilleure; ainſi près d'un quart

moins de tuyau & une paille fort courte. Voilà pourquoi il y avoit dans les Granges la moitié moins de tas que l'année derniére.

On espéroit que ce petit tas rendroit beaucoup en grain, mais on s'est trompé, au lieu que 12 à 14 gerbes rendent ordinairement une mine de grain, il en falloit 30 cette année. On en sentira la raison si on se souvient que nous avons dit qu'à presque tous les épis il y avoit un tiers de leur longueur qui étoit vuide, & que dans le reste le grain étoit petit & retrait.

Ce n'est pas tout, on sçait que les grains retraits rendent beaucoup en son & peu en farine, aussi quatre mines de bled nouveau ne fournissoient-elles pas plus de farine que trois de bled vieux.

Enfin nous avons fait remarquer que ces bleds avoient été serrés *gourds*, il s'ensuit qu'ils doivent moins boire d'eau quand on les pétrit, & c'est encore un déchet dont les Boulangers s'apperçoivent bien.

Nous avons dit aussi que les fermiers avoient eu beaucoup de peine à battre le bled pour leurs semailles ; on en doit sentir la cause, puisqu'on sçait qu'il a fallu beaucoup battre de gerbes pour avoir la quantité de grain qui étoit nécessaire pour les semailles; outre cela le grain tenoit extrêmement dans les épis, qui se brisoient sous le fléau plûtôt que de l'abandonner, comme il arrive ordinairement quand les bleds sont retraits.

La récolte ayant été médiocre, il auroit fallu presque vuider les Granges pour avoir le grain nécessaire pour les semailles, ce qui auroit été sujet à de grands inconvénients, il ne seroit plus resté de fourrages pour les bestiaux.

Pour prévenir cet inconvénient, plusieurs fermiers entendus ont pris le parti de ne faire battre les gerbes qu'à moitié & sans les délier, puis ils les ont fait entasser dans un autre coin de la Grange, dans le dessein d'achever de les battre à net peu-à-peu pendant le reste de l'année. Par cette pratique ils ont retiré le meilleur grain pour semer leurs

terres, ils auront toûjours de la paille fraîche pour leurs chevaux, du petit bled pour leurs agneaux; & sans doute que ces gerbes qui auront été ainsi remuées, se dessécheront & se battront plus aisément, sur-tout s'il vient des gelées pendant l'Hiver.

Malgré la peine qu'on a eue à battre les bleds, presque toutes les terres ont été emblavées avant la S.t Martin; & comme elles étoient bien meubles & suffisamment humides, il y avoit lieu d'espérer une belle levée.

Il n'y a eu que les terres fortes qui n'ont pu être entiérement ensemencées que quinze jours ou trois semaines plus tard, à cause des pluyes & des neiges qui sont tombées vers le 10 de Novembre.

Il y a long-temps que nous n'avons parlé des Vignes, & ce n'est que parce qu'il n'y avoit rien à en dire. La maturité des Raisins, comme toutes les autres productions de la terre, étoit très-retardée, les Raisins commençoient à peine à rougir à la fin de Septembre. Vers le 9 d'Octobre il vint des gelées assés fortes pour la saison, elles dépouillerent presque toutes les Vignes & fanerent les raisins; on les laissa néantmoins aux Vignes jusqu'au 15 ou au 20, qu'on se détermina à les couper, voyant qu'ils ne meurissoient point, ils étoient cependant extrêmement verds. Presque tout le monde a eu la précaution de faire deux vendanges, mettant dans une cuve les raisins les moins verds, & les autres sous le pressoir pour en faire du vin prompt.

Les cuvées de raisins triés ont été bien long-temps à s'échauffer; quelques-uns pour les engager à bouillir, ont fait rougir des pavés, qu'ils ont jettés dans leurs cuves, d'autres y ont jetté de la chaux vive, d'autres ont simplement couvert le dessus de leurs cuves.

Nous n'avons employé aucun de ces moyens, que nous croyons inutiles; nos vins ont resté dans la cuve près de trois semaines, & après ce temps ils n'étoient pas si cuvés qu'ils le sont quelquefois au bout de huit jours. Je parlerai dans le mois de Décembre de la qualité de ces vins.

NOVEMBRE.

Les Safrans commencerent à fleurir quelques jours avant la fête de la Touſſaints, & la veille de cette fête, tel qui avoit cueilli une livre & demie de fleurs, en eſpéroit autant le jour ſuivant, mais le vent accompagné de pluyes empêcha de les cueillir, & elles furent perdues.

Le vent tourna au Nord, & reſta entre le Nord & le Nord-oueſt pendant une quinzaine de jours, il gela aſſés fort pour la ſaiſon, il tomba de la neige, & les arbres furent très-chargés de givre, ce qui interrompit la fleuraiſon du Safran, & la moitié du mois ſe paſſa ſans qu'il parût une ſeule fleur; enfin le temps s'étant adouci, les fleurs reparurent quand on n'en attendoit plus, & on en a cueilli pendant quinze jours, à la vérité en petite quantité, car tel qui l'année derniére avoit recueilli 14 à 15 livres de Safran, n'en a eu cette année que 2 livres quelques onces, encore n'a-t-il pas été à beaucoup près ſi beau à cauſe des mauvais temps qui ſont venus quand on a fait la récolte.

Les gelées qui ſont ſurvenues au commencement de ce mois, faiſoient craindre pour la levée des bleds. J'ai fait voir au commencement de ce journal que cette inquiétude étoit frivole, mais il étoit très-raiſonnable d'appréhender qu'on ne pût achever les ſemailles; heureuſement le temps s'eſt adouci, & on les a achevées avant la fin du mois.

J'ai parlé dans l'article précédent de l'état où ſe ſont trouvés les bleds dans la Grange, il eſt à propos de dire ici quelque choſe des Orges & des Avoines.

Les Orges ont été des meilleures, & ſeront d'un grand ſecours pour la ſubſiſtance de la campagne. Les Avoines, quoique très-baſſes, étoient fort grénées, mais le grain en étoit léger, & ne nourriſſoit pas bien les chevaux.

Je n'ai point encore parlé des Chanvres, c'eſt cependant une plante qui fait un des principaux revenus de quelques Villages de notre Province. Il y en a eu de gelés dans le Printemps; d'autres n'ont pu meurir parfaitement, les gelées qui

qui ſont venus de bonne heure l'Automne, ont empêché de les rouir comme il faut, & les mieux conditionnés ſont très-tendres.

On conçoit aiſément qu'une année froide & orageuſe comme celle-ci, n'a pas été propre pour les Abeilles, elles ont peu travaillé l'Eté & l'Automne, elles ont été attaquées de dévoiements qui ont fait périr preſque tous les paniers.

L'année n'a pas non plus été favorable pour les Arbres foreſtiers, ils ont peu pouſſé, & la ſéve a eu ſi peu de vigueur, que beaucoup d'arbres nouvellement plantés n'ont pouſſé qu'à la ſève d'Août, & il en eſt mort bien plus qu'à l'ordinaire; le bois des bourgeons n'a pas bien meuri, il ne s'eſt pas *aoûté*, comme diſent les Jardiniers, c'eſt pourquoi les Oſiers n'ont point de force, ils ſe rompent très-aiſément: pour cette même raiſon les Pépiniéres ont été long-temps en ſéve, de ſorte qu'on a écuſſonné des Pêchers dans les pépiniéres des Chartreux de Paris les premiers jours de Novembre pendant que la terre étoit toute couverte de neige; ces écuſſons paroiſſent néanmoins être en bon état.

Les Châtaignes étoient fort petites, & le peu qu'on en a recueilli ayant meuri fort tard, il y en a eu beaucoup de gelées.

Mais ce qui prouve bien à quel point l'année a été tardive, c'eſt qu'on a cueilli des Pêches ſur les eſpaliers juſqu'après la Touſſaints. Les gelées qui ont perdu les Vignes, obligerent de cueillir les Pêches, qu'on mit dans la Fruiterie, où elles ſe ſont conſervées fort belles juſqu'à la moitié du mois de Décembre. D'abord elles étoient fort ameres, & n'étoient ſupportables qu'en compottes, elles ſont enſuite devenues pâteuſes, & enfin la pourriture qui avoit commencé auprès du noyau, a gagné tout le fruit, & en général on peut dire qu'il n'y a eu que les Pêches qui ont meuri en Septembre, qui ayent été paſſablement bonnes.

L'année n'a pas ſeulement été tardive pour les Végétaux, elle l'a auſſi été pour les Animaux ; car beaucoup de Perdreaux n'étoient pas plus forts à la fin du mois de Septembre

qu'ils le sont souvent à la fin d'Août, de même les Colombiers se sont garnis fort tard de Pigeonneaux, & ils en ont été garnis fort long-temps.

Enfin tout le courant du mois a été très-favorable pour planter des arbres.

DECEMBRE.

En général, pendant tout ce mois le vent a été très-violent, variant entre le Nord-ouest & le Sud-ouest ; les pluyes presque continuelles qui venoient avec autant d'abondance que les orages d'Eté, rendoient le dedans des maisons aussi humide qu'il l'est ordinairement dans les grands dégels.

Ce temps a duré jusqu'au 20 de Décembre, que le vent s'étant porté au Nord, il est venu de la gelée, & il est tombé un peu de neige le jour de Noël ; il tomba le matin une pluye qui occasionna un si grand verglas, qu'on ne pouvoit se soûtenir, mais le lendemain le vent étant tourné au Midi, les murs commencerent à suer prodigieusement, & il tomba, ainsi que les jours suivants, une quantité prodigieuse d'eau qui étoit poussée par un vent très-violent. La campagne étoit couverte d'eau, la Riviére d'Essonnes qui borde nos terres, déborda, elle couvrit les chaussées & inonda les Moulins, & l'eau qui s'égouttoit de la Forêt d'Orléans dans cette Riviére, étoit si abondante, qu'elle a resté long-temps débordée, & qu'elle a diminué fort lentement.

La prodigieuse humidité qu'il a fait, l'abondance d'eau qui est tombée, a fait écrouler une quantité prodigieuse de murailles.

Comme le mois de Novembre a été assés froid, il y avoit bien des bleds qui n'étoient point levés, & qui ne sont sortis de terre que quand le vent a tourné au Sud-ouest; ils ont très-bien profité, & sont devenus fort beaux, l'herbe paroît seulement un peu fine, ce qui vient ou de ce qu'ils sont fort drus, ou de ce que la terre étoit fort battue, & on concevra pourquoi ils sont si drus, si on fait attention que le grain qu'on a semé, étoit petit & retrait ; car il est

évident qu'il en tenoit beaucoup plus dans la main des semeurs. On auroit donc pu, dira-t-on, diminuer un peu la semence ; cela est vrai, mais on n'a pas osé le faire, le bled n'étoit pas beau, & l'on appréhendoit qu'il n'y en eût beaucoup dont le germe fût mauvais.

On souhaitera sans doute sçavoir quelle est la qualité des Vins dont nous avons parlé ; pour satisfaire à cette question, j'en distinguerai de quatre especes.

La premiére regarde les vins qui ont été cuvés & faits avec les Raisins les plus mûrs, qu'on avoit triés dans le temps de la vendange ; ce vin est fort clair, il a une assés belle couleur, & est assés bon pour l'année.

Les vins de la seconde espece sont ceux qu'on a faits sur le pressoir & sans cuver, avec les Verjus ou Raisins très-verds dont on avoit trié les mûrs ; ces vins, si l'on peut appeller de ce nom un foible verjus, n'ont point du tout de couleur, cependant ils sont moins troubles, & n'ont pas un goût si desagréable que celui dont nous allons parler.

Nous mettons pour la troisiéme espece les vins qu'on a faits avec les Verjus, mais qu'on a fait cuver ; ces vins sont fort troubles, & ont un goût très-desagréable.

Enfin la quatriéme espece de vins est de ceux qui ont été faits avec les Raisins mûrs & les verds mêlés ensemble ; ils ont un peu de couleur, mais ils n'éclaircissent pas.

A l'égard des vins faits avec du Raisin blanc, c'est plûtôt de bon verjus que du vin.

Il ne faut pas oublier de remarquer que ceux qui ont vendangé immédiatement après la gelée, ont fait de meilleur vin & en plus grande abondance que ceux qui ont laissé les raisins aux Vignes pendant quinze jours ou trois semaines, & que ces petits vins se sont conservés à merveille ; on en a bu en 1742 qui avoient perdu de leur verdeur & pris un peu de qualité.

Les grands vents, les fraîcheurs & les humidités extrêmes du mois de Décembre n'ont presque point occasionné de rhumes.



SUR LES MAUVAIS EFFETS DE L'USAGE DES CORPS A BALEINE.

Par M. WINSLOW.

22 Mars 1741.

DANS le Mémoire que j'ai donné à l'Académie ſur les inconvénients, infirmités & maladies qui arrivent au corps humain à l'occaſion de certaines attitudes & de certains habillements, j'avois mis au nombre de ces habillements les Corps ou Corſets à baleine & la chauſſure haute des femmes. Je m'étois contenté de dire ſur le premier article, que nos Anciens avoient déja fait obſerver en général les inconvénients & les mauvais effets qui par le ſerrement exceſſif des corps à baleine arrivent aux Viſceres du bas-ventre, juſqu'à bleſſer même, à eſtropier & à étouffer le fruit des femmes enceintes.

Les réflexions que j'ai faites depuis ſur des circonſtances particuliéres que j'ai rencontrées, en examinant de près les maladies locales du Bas-ventre & de la Poitrine, m'ont engagé à m'étendre là-deſſus par les obſervations ſuivantes.

J'ai trouvé pour l'ordinaire aux filles & aux femmes les côtes inférieures plus abaiſſées & courbées en bas, & les portions cartilagineuſes de ces côtes, plus recourbées qu'aux hommes; je n'ai pas trouvé cette différence à proportion aux enfants de l'un & de l'autre ſexe, ni même aux adultes parmi le petit peuple. C'eſt ce qui m'a porté à regarder cette conformation comme non naturelle, & à l'attribuer au long uſage des corps ou corſets forts à baleine, qu'on a ſoin de ſerrer & de rétrécir peu-à-peu dans la jeuneſſe, & enſuite de plus en plus juſqu'au dernier degré où ils puiſſent être ſupportés à meſure qu'on avance au de-là de la jeuneſſe, afin de ſatisfaire à la fauſſe idée de l'agrément d'une taille

ſort déliée. Pour comprendre les inconvénients & les mauvais effets de cette eſpece d'habillement, il ne faut d'abord qu'en conſidérer la fabrique, la forme & l'application, & enviſager en même temps les parties, tant internes qu'externes, non ſeulement du bas-ventre, mais auſſi de la poitrine, qui par-là ſont comprimées les unes contre les autres, & dont l'état naturel change à la ſuite d'une telle compreſſion, de ſorte que les principales fonctions de l'œconomie animale deviennent à la fin plus ou moins altérées ou dépravées, ſelon les différentes diſpoſitions perſonnelles ou individuelles.

On donne à ces corps ou corſets à baleine beaucoup de roideur par en bas, & en les appliquant on commence par en bas à les ſerrer, ce que l'on continue enſuite juſqu'en haut, & cela par différentes repriſes. Ainſi on lace, ou plûtôt on ſangle d'abord à force de poing, toute la circonférence du bas-ventre qui répond aux intervalles des fauſſes côtes & des hanches, & cela ſi fortement, que les hanches quelquefois forment des portions de gros bourlets. Par-là on force les extrémités des fauſſes côtes vers en bas & en dedans, on met de plus en plus en preſſe le bas de l'épiploon, la plûpart des inteſtins grêles, le méſentere, ſes glandes, ſes vaiſſeaux, même les lactés, ſes nerfs, la tête du colon, l'autre extrémité de ſon arc, les reins. Tous ces viſceres ainſi preſſés, pouſſent l'arc du colon en haut, & compriment en bas la veſſie, le rectum & les autres parties voiſines; & cela d'autant plus que ces parties qui ſont naturellement bornées en arriére & des deux côtés par des os, le ſont artificiellement en devant par la roideur de la portion inférieure du corps fort à baleine. Cette portion eſt encore tenue roide & comme en bride, en partie par une pareille portion en arriére & vis-à-vis, formée par la jonction des extrémités roides par leſquelles on a commencé le ſerrement du lacet, & en partie par une piéce acceſſoire de bois, &c. qu'on appelle *buſque,* placée tout au long en devant. Enſuite on fait monter le lacet avec la même violence juſqu'environ

à la hauteur du creux des aiſſelles. Il faut ici ſe r'appeller la forme de ces corps baleinés. Ils ſont étroits en bas, évaſés par degrés en haut & en devant, & applatis en arriére, de ſorte qu'on pourroit les comparer à une eſpece de hotte fendue par le côté plat, & échancrée de côté & d'autre par en haut. Ainſi comme cette partie du corps à baleine eſt encore proportionnément étroite, elle force auſſi les côtes voiſines en dedans & en bas, met pareillement en preſſe entre ces côtes & les vertebres, le foie, la ratte, l'eſtomac, le pancreas, l'épiploon, les premiers contours des inteſtins grêles, le ſommet de l'arc du colon, & comprime encore les uns contre les autres ces viſceres, dont la plûpart étoient déja pouſſés en haut par les inteſtins, que la partie inférieure du corps à baleine avoit fait monter. On comprend aſſés qu'alors le diaphragme concourt à cette compreſſion, étant lui-même forcément pouſſé en haut par les viſceres ainſi ſoûlevés.

Ce n'eſt pas encore tout : quoique le haut de cette partie moyenne du corps à baleine ſoit évaſé en devant, il ſemble que le reſte de ſa partie ſupérieure ſoit exempt de pareils défauts. Les échancrûres qui embraſſent le creux des aiſſelles, & les piéces qui paſſent ſur le moignon des épaules, en ont auſſi leur part, de même que les deux baleines fortes qui regnent tout le long des deux rangées d'œillets par où on lace, & qui tiennent l'épine du dos roide comme une ſeule piéce. Ces échancrûres ſont pour l'ordinaire ſi étroites, que non ſeulement la peau qui borde le creux des aiſſelles eſt toute rouge par leur impreſſion, mais encore les deux muſcles qui forment ce creux, ſçavoir, le grand pectoral & le grand dorſal, ſont par-là très-gênés & comme étranglés par une corde. Enfin les épaulettes, qui de toutes les parties de ces corps à baleine paroiſſent les plus douces & les plus mollettes, ſont diſpoſées comme des eſpeces de brides, qui tiennent les extrémités voiſines des clavicules abaiſſées & ſi fort reculées, que les autres extrémités de ces os deviennent ſaillantes ſous le creux de la gorge, &

comme prêtes à être disloquées. Ces brides ne reculent pas seulement les clavicules, elles reculent & abaissent aussi le haut des omoplates, pendant que les angles inférieurs de ces deux os sont applatis & tellement comprimés en arriére par le dossier du corps à baleine, que la peau qui les couvre en est toute rouge & comme meurtrie. On prétend par-là dégager le devant de la poitrine, tenir les épaules reculées, & donner au dos une forme platte, le tout dans l'idée de procurer une belle taille ; par-là néantmoins les vertebres sont forcées, la courbûre naturelle de l'épine du dos est effacée, les côtes supérieures sont poussées en avant avec le sternum, dont la portion moyenne s'avance plus ou moins sans résistance à cause de la forme évasée du haut de ces corps à baleine, pendant que la portion supérieure de cet os est retenue par sa connexion avec les clavicules, & que la portion inférieure avec la pointe xyphoïde est bornée par l'endroit le moins évasé de ces corps à baleine. Il paroît même que par cet endroit évasé du devant des corps à baleine, la seconde, la troisiéme & la quatriéme côte de chaque côté de la poitrine, sont presque les seules dont le mouvement est alors libre dans la respiration, car la premiére côte de chaque côté est naturellement comme immobile, & toutes les autres côtes au dessous de la quatriéme de chaque côté, sont arrêtées par le reste du corps à baleine. Il semble aussi que par-là ces côtes supérieures acquiérent plus de mobilité qu'à l'ordinaire, & que les mouvements de respiration dans cet état gênant deviennent si considérables & si apparents ou évidents au haut de la poitrine. On peut encore par la même raison soupçonner dans cet état quelqu'inégalité de la circulation du sang pulmonaire, les parties inférieures des poulmons étant alors comprimées, & quelque portion de leurs parties supérieures étant plus élargie. On peut même soupçonner un défaut semblable, quoique d'abord & pendant quelque temps très-imperceptible, dans le principal organe de la circulation du sang.

Plus je fais réflexion sur ces compressions, ces dérange-

ments, ces tortures & ces meurtrissures, & plus je considere en même temps les maladies chroniques & les infirmités lentes qu'on voit arriver fréquemment aux filles & aux femmes d'une certaine condition, mais très-rarement aux petites gens & aux paysannes, sur-tout en me rappellant les différentes circonstances que j'ai observées, après avoir examiné plusieurs de ces infirmes avec toute l'attention possible; plus, dis-je, il me paroît évident qu'il en faut attribuer la premiére origine à la compression que le long usage de ces corps à baleine a causée aux différents visceres; par exemple, la jaunisse, à la compression du foie; les maux d'estomac, les nausées, les vomissements, la mauvaise digestion, à celle du ventricule & du duodenum; les pâles couleurs, à celle des glandes lymphatiques; le dérangement, l'excès & le défaut de toutes les especes d'évacuations naturelles, à celle de leurs organes particuliers; enfin les obstructions, les tumeurs, les duretés, les schirrosités & les schirres même, à la compression successivement meurtrissante des glandes mésentériques, du pancreas, de l'épiploon, du foie, des ovaires, & des autres parties internes du bas-ventre, par le serrement de ces corps à baleine.

Ce n'est pas toûjours aux parties seules du bas-ventre que se bornent les mauvais effets de leur compression; celles de la poitrine & de la tête en ont assés souvent leur part. La contrainte du diaphragme & ses mouvements bornés par la résistance des parties du bas-ventre comprimées, occasionnent tôt ou tard différents maux de poitrine, de la difficulté de respirer, des affections pulmoniques. Le serrement des gros vaisseaux sanguins du bas-ventre & le tiraillement des plexus mésentériques, par la même compression de ses visceres, causent aux gros vaisseaux du cœur & au cœur même des accidents très-fâcheux, des palpitations, des anévrismes, des polypes, des syncopes, &c. On peut encore attribuer à la même compression des gros vaisseaux sanguins du bas-ventre, comme aussi à celle des plexus nerveux, des glandes & des vaisseaux lymphatiques de cette capacité, le battement extraordinaire

extraordinaire & le gonflement des arteres carotides, les grosseurs vagues des veines jugulaires & des glandes de la gorge, l'évacuation abondante, plus ou moins périodique, de la salive & des sérosités gluantes par une espece de dégorgement des glandes salivaires, des glandes du pharynx & des glandes œsophagiennes, que j'ai remarquée dans les personnes incommodées de schirrosités du bas-ventre, & qui m'ont avoué avoir été pendant la jeunesse très-serrées par ces corps à baleine.

Ces incommodités se forment lentement, & il y en a qui ne deviennent sensibles qu'après des années, & quelquefois long-temps après qu'on a quitté ces corps ou corsets qu'on avoit portés presque habituellement dès la jeunesse, sur-tout les tumeurs indolentes des schirrosités & des schirres, lesquelles ne se font pour l'ordinaire sentir qu'étant parvenues à un certain volume palpable, à moins qu'elles ne deviennent douloureuses avant ce degré d'étendue, & qui néantmoins pendant tout le temps qu'elles ont été imperceptibles, ont occasionné différents desordres dans l'œconomie animale. Les divers degrés de lenteur ou d'accélération de ces incommodités dépendent en partie de la différente maniére de vivre, en partie de la différente disposition personnelle, & en partie de la cessation alternative de l'usage de ces corps pendant les nuits. C'est à peu-près comme les corps aux pieds & les durillons qui se forment par l'impression des souliers étroits, & principalement par les chaussures pointues, & qu'on ne sent qu'après qu'ils sont fort avancés, & qu'ils commencent à causer des douleurs. Faute d'avoir apperçu & connu assés tôt ces incommodités cachées, leur cause primitive, & ce qui les entretient actuellement, il est arrivé qu'on a pris pour essentielles les maladies qui dans le fond n'étoient qu'accidentelles, & qui dans la suite, après un long usage inutile de plusieurs remedes, ont cessé promptement par l'interruption de l'usage de ces corps à baleine. J'ai même vû des douleurs habituelles & insupportables du creux de l'estomac & de la région épigastrique d'une jeune

demoiselle, cesser en peu de temps par le seul changement de forme que j'avois conseillé de donner à son corps à baleine, sçavoir de le rendre mollet & de le lacer par devant, en laissant un grand intervalle entre les deux bords.

Il suffit à tout connoisseur de la structure du corps humain & de la vraie œconomie animale, d'être averti de ces faits, pour pouvoir expliquer très-distinctement en détail toutes les indispositions internes qui en dépendent. Voici ce que j'ai observé sur les inconvénients & les mauvais effets que ces corps à baleine produisent aux parties externes. Les épaules forcément reculées par les piéces ou brides qu'on appelle *épaulettes*, & la contrainte du haut des bras par les échancrûres trop étroites par devant & sous le creux des aisselles, font des impressions très-nuisibles aux muscles du bras dont j'ai parlé ci-devant, & en compriment les gros vaisseaux & les cordons des nerfs brachiaux. L'altération de la couleur de la peau, qui quelquefois en devient presque violette tout le long des bras, prouve assés l'étranglement de ces vaisseaux par les brides de ces épaulettes, & par les bords étroits de ces échancrûres, qui outre cela serrent douloureusement les muscles du haut des bras, & en même temps gênent, empêchent & suppriment une bonne partie de leurs mouvements. C'est ce qui paroît évidemment aux yeux de tout le monde, quand les personnes ainsi gênées, sont assises, par exemple, à table, & qu'elles veulent avancer un bras pour atteindre à quelque chose un peu éloignée, vis-à-vis d'elles ; car alors elles sont obligées, pour y pouvoir atteindre, de faire avec tout le corps au dessus des hanches, comme avec un corps de bois, un certain demi-tour, & en même temps une espece de pente oblique ou en biaisant, ce qui quelquefois paroît plûtôt un air affecté que l'impuissance de faire autrement. A l'égard de la compression du dessus des hanches par le bas de ces corps à baleine, je n'ai pas encore assés examiné les inconvénients qui en peuvent résulter tôt ou tard aux cuisses, aux jambes & aux pieds par la communication des vaisseaux, des nerfs, &c.

Il y en a peut-être qui se rencontrent avec ceux dont j'ai parlé dans un Mémoire que j'ai donné en 1740, à l'occasion des Talons hauts de la chaussure des femmes. *Page 59.*

Cet abus de serrer ainsi le corps des filles, est très-ancien, puisqu'il en est fait mention dans les Comédies de Térence, & que Riolan, premier Médecin de la Reine Marie de Médicis, & Doyen du College royal & de la Faculté de Médecine de Paris, en parle dans son Manuel Anatomique, à l'occasion d'une incommodité qu'il dit arriver aux filles en France, principalement à celles de la Noblesse; sçavoir, qu'elles ont souvent l'épaule droite plus élevée & plus grosse que la gauche, de sorte qu'on en trouve à peine dix entre cent qui ayent les épaules bien conformées; & après avoir marqué la difficulté d'en trouver la cause, il la cherche par plusieurs endroits, sçavoir entr'autres, si c'est parce que le mouvement du bras droit étant plus fréquent & plus fort, l'omoplate est tiraillée & écartée, & que par-là les muscles s'élevent & la font avancer; ou parce que les nourrices en apprenant aux enfants à marcher, les soûtiennent ordinairement du bras droit; ou parce que les méres ont coûtume de faire abaisser les épaules à leurs filles, & de leur serrer étroitement le corps pour le rendre menu, &c. de sorte que les parties inférieures étant trop pressées, celles d'en-haut augmentent en volume, & font avancer ou saillir les épaules; ou, dit-il à la fin, c'est un vice de conformation par le dérangement de l'épine du dos. *Riolan. Enchir. Anatom. lib. 6. cap. 17.*

Il paroît très-singulier que Riolan restraigne cette incommodité aux demoiselles de la France, d'autant plus qu'il avoit été lui-même assés long-temps dans les pays étrangers à la suite de la Reine, pour avoir pu y remarquer les mêmes défauts & les mêmes causes dont il fait mention, excepté le serrement du bas de la poitrine, dont la mode dans ce temps-là peut-être n'étoit pas si vulgaire, & n'étoit guére en usage que parmi la Noblesse; mais ce serrement du bas de la poitrine, par lequel il dit que le haut devient plus ample, ne pouvoit pas seul être la cause de ce défaut d'une

épaule plûtôt que de l'autre, & la façon des corps ou corsets dans ce temps-là ne faisoit peut-être que serrer en bas, sans rien gêner en-haut.

Il y avoit long-temps que j'avois lu cette remarque de Riolan, mais je n'y avois fait une attention particuliére que depuis quelques années, après avoir examiné les défauts de la taille de plusieurs jeunes demoiselles qui avoient porté habituellement ces corps à baleine, & dont la plûpart avoient l'épaule & l'omoplate du côté droit plus larges, plus épaisses & plus saillantes que celles du côté gauche. J'ai cependant idée d'avoir vû le même défaut seulement du côté gauche. J'ai outre cela trouvé à quelques-unes en même temps l'épine du dos plus ou moins détournée, quoique très-légérement.

Pour bien comprendre comment les corps à baleine peuvent causer cette inégalité des épaules, il faut se rappeller ce que j'ai dit ci-devant à l'occasion de leur forme & de leur application; sçavoir, qu'en arriére, à l'endroit qui couvre le dos, on les fait étroits, plats & roides, afin de mettre par-là les omoplates en presse, & de rendre le dos bien applati. A peine attend-on à présent l'âge de cinq ou six ans pour les appliquer de cette façon. Mais qu'en arrive-t-il? d'abord les deux épaules naturellement égales, sont également comprimées par la premiére application de ces corps, & par-là également empêchées de prendre croissance. Peu-à-peu le plus de mouvement d'un bras que de l'autre, & pour l'ordinaire plus du bras droit que du bras gauche, force & dégage par degrés la portion du corps à baleine qui y répond, pendant que, par l'inaction ou le moins de mouvement de l'autre bras, la premiére forme de l'autre portion du corps à baleine reste comme elle étoit, de sorte que par-là l'omoplate qui s'est fait un peu plus d'espace, prend nourriture, pendant que l'autre reste comme étranglée. Cet élargissement d'un côté plus que de l'autre, est imperceptible les trois, quatre ou cinq premiers mois, au bout desquels, & quelquefois plus tard, on change les corps à baleine. La même chose arrive à proportion pendant qu'on porte le

ſecond corps, & la croiſſance de l'épaule la moins comprimée va ſon train en même temps ſelon la force de chaque tempérament. A la fin la croiſſance de cette omoplate ou épaule moins gênée prend le deſſus & ſe fait appercevoir; ce qui arrive principalement quand on ne change ces corps que de ſix mois en ſix mois, délai qui fait quelquefois encore un plus grand tort aux autres parties, tant internes qu'externes, des enfants qui croiſſent naturellement bien.

Malgré tout cela les défenſeurs intéreſſés de la fabrique de ces corps, & ceux qui font trop de cas de la prétendue belle taille, en appelleront à l'expérience journaliére pour en prouver l'utilité, & même la néceſſité; 1.° parce que ſans ces corps à baleine, pluſieurs ont de la peine à ſe ſoûtenir dans une attitude droite; 2.° qu'avec ces corps on a ſouvent prévenu les difformités qui arrivent à pluſieurs qui n'ont pas voulu s'y aſſujettir; 3.° on m'a objecté que ce n'eſt que par le moyen de ces corps qu'on remédie aux difformités déja arrivées, & que pour cela je les ai approuvés & conſeillés moi-même; 4.° qu'ils obligent les jeunes perſonnes de ſe tenir continuellement droites, & leur procurent la belle taille. Voici mes réponſes:

(1.) Ce n'eſt qu'après qu'on a porté pendant un certain temps ces corps, qu'on a de la peine à ſe ſoûtenir ſans eux; ce qui arrive, parce que les muſcles vertébraux & les autres muſcles qui ſervent à ſoûtenir l'épine, ſont, par l'uſage habituel de ces mêmes corps, continuellement forcés d'être dans l'inaction pendant le jour, le dos étant alors ſoûtenu par la roideur des baleines, indépendamment de l'action de ſes muſcles, & ils reſtent de même dans l'inaction pendant la nuit, étant alors portés & ſoûtenus par le lit. C'eſt ainſi que ceux qui ont été obligés d'être alités long-temps, même ſans maladie interne, ont après cela beaucoup de peine à ſe ſoûtenir & à marcher, parce que les muſcles qui ſervent à cet uſage, ont été ſi long-temps dans l'inaction. On peut y ajoûter la compreſſion continuelle de la portion inférieure des muſcles ſacro-lombaires par ces corps, qui leur cauſe

une eſpece d'engourdiſſement imperceptible, & les rend plus ou moins incapables de ſoûtenir l'épine du dos ſans le ſecours des mêmes corps.

(2.) Quant aux difformités & aux dérangements de l'épine, des épaules, des hanches & du devant de la poitrine, il eſt certain que l'application des corps à baleine proportionnés à chaque perſonne, eſt ſouvent le moyen le plus efficace d'y remédier, ou de les diminuer, ou d'en empêcher l'augmentation, & par conſéquent très-néceſſaire, comme je l'ai conſeillé moi-même à pluſieurs avec ſuccès; mais il n'eſt pas moins certain qu'il y a des cas où l'on peut y remédier par d'autres moyens, comme je l'ai auſſi expérimenté. Ainſi cette néceſſité eſt à peu-près pareille à celle de porter des bandages pour les deſcentes, des bottines pour les difformités des jambes & des pieds, &c. comme des moyens appropriés pour ces incommodités, & dont il ſe trouve, au grand préjudice du public, preſqu'autant, pour ne pas dire plus de ſimples artiſans que de vrais artiſtes. J'en ai vû des preuves très-fatales.

(3.) Ce que je viens de dire ſur la néceſſité dans les cas actuels de ces incommodités, je le dis auſſi ſur la prétendue utilité générale de les prévenir. Il n'y a point d'utilité, & il y a encore moins de néceſſité où il n'y a point de diſpoſition par la foibleſſe des parties, ni occaſion; par exemple, l'habitude d'une mauvaiſe contenance, la délicateſſe de ceux qui ſont expoſés à de grands mouvements. C'eſt ainſi que les jeunes gens qui apprennent à monter à cheval, ſont obligés de porter un bandage pour prévenir les deſcentes, & que les courriers ſe ſanglent pour éviter les incommodités que les ſecouſſes violentes du cheval pourroient occaſionner; & dans ces cas le vrai artiſte eſt encore néceſſaire, & le ſimple artiſan très-dangereux.

(4.) La derniére raiſon qu'on allegue pour plaider la cauſe de ces corps forts, eſt que par-là le corps devient droit aux enfants dans l'âge de leur premiére croiſſance, ſe conſerve droit dans les âges plus avancés, & acquiert enſuite

la ſtabilité d'une belle taille. Mais que l'on examine tout le petit peuple & les gens de la campagne dans tout le Royaume, que l'on cherche parmi d'autres Nations entiéres hors du Royaume, même hors de l'Europe, parmi les autres parties du Monde, juſqu'aux Sauvages, on y trouvera partout que ſans ces corps à baleine, & même ſans quelque moyen équivalent, tous les enfants en général s'élevent bien formés, bien droits, & paſſent tous les âges ſuivants ſans aucune difformité, ſans le moindre dérangement de la vraie conformation naturelle; je dis la vraie conformation naturelle, car celle qu'on préconiſe tant parmi nous, ne l'eſt pas, elle eſt purement artificielle & contre nature, de même que tout ce qui en dépend, ſçavoir, la forme de la poitrine comme en pointe, le ventre enfoncé, le dos applati, les épaules reculées, les clavicules forcées, les côtes en partie abaiſſées, en partie recourbées, en partie pouſſées en avant, le ſternum preſqu'en baſcule, les viſceres du bas-ventre en preſſe, ceux de la poitrine gênés, & le reſte des dérangements internes & externes dont j'ai parlé. C'eſt avec ces dépravations de la vraie ſtructure du corps humain & de ſa vraie beauté naturelle, qu'on fait achéter ſi cherement par l'uſage indiſcret & l'application diſproportionnée de ces corps à baleine, la prétendue belle taille. Qu'on ne diſe pas que quantité de perſonnes n'en ont pas ſenti ces inconvénients, ni n'en ont point été incommodées; c'eſt par une habitude de jeuneſſe, par la force du tempérament joint à l'interruption de cet habillement, par le repos de la nuit, qu'elles y ont réſiſté, & qu'elles y réſiſteront pendant un certain temps, dans le cours duquel néantmoins ſe forment inſenſiblement les prémices de toutes ces incommodités dont j'ai parlé, leſquelles dans la ſuite après coup, & ſouvent même après une longue ceſſation du mauvais uſage de ces ſortes de corps & corſets, ou ſe manifeſtent les unes plus, les autres moins, ou font périr ſans ſe manifeſter.



MÉMOIRE

Dans lequel on examine par voie d'expérience, quelles sont les forces & les directions d'un ou de plusieurs Fluides renfermés dans une même Sphere qu'on fait tourner sur son Axe.

Par M. l'Abbé NOLLET.

DESCARTES ayant entrepris d'expliquer la pesanteur des corps par la force centrifuge d'une matiére fluide qu'il supposoit circuler autour de notre Globe, & voulant appuyer son hypothese sur quelque fait qui pût en faire sentir la possibilité, imagina de faire tourner sur son axe une Sphere creuse, de quelque matiére solide, & remplie de petits corps spécifiquement plus pesants les uns que les autres. Il prétendoit que ceux qui auroient le plus de masse, ayant, à vîtesses égales, plus de force centrifuge, obligeroient les autres à s'approcher du centre de leur mouvement, & qu'on verroit prendre à ces derniers la forme d'un noyau sphérique, qui indiqueroit par sa figure la direction des forces auxquelles ces petits corps obéissoient. Cette expérience ingénieuse ne fut alors qu'indiquée, c'est un Juge que ce Philosophe s'est nommé lui-même dans une affaire de Systeme: s'il ne l'a point fait prononcer de son temps, c'est peut-être qu'il comptoit un peu trop sur une décision favorable à son opinion; cependant bien avant qu'on en vînt à l'exécution, M. Huyghens & plusieurs autres Physiciens avoient prévû que ce fait ne répondroit pas aux vûes de celui qui l'avoit comme cité d'avance; & enfin M. Bulfinger, dans un Mémoire qui a remporté le prix de l'Académie en 1728, rapporte qu'il a fait tourner sur son axe une sphere de verre remplie d'eau, avec de petits corps, les uns plus légers, les autres plus pesants que ce fluide, & dans la suite du même Mémoire

Lettres de Descartes, tome 3. Lett. 32. au P. Mersenne, édit. 1725. p. 482.

Mémoire il reconnoît que le résultat de cette épreuve n'est point conforme à la pensée de Descartes, & que la pesanteur des corps vers le centre de la Terre ne peut être expliquée par un tourbillon de matiére fluide qui circule seulement en un sens.

Comme on a toûjours considéré cette expérience du Globe de verre plein d'eau, relativement au point de vûe qui l'avoit fait imaginer, on s'est contenté d'y voir qu'elle étoit contraire à l'opinion Cartésienne, & l'on a supprimé la plûpart des détails étrangers, ou qui n'avoient point un rapport immédiat à cet objet; cependant comme ces circonstances, faute d'être suffisamment observées ou entendues, pourroient donner lieu de rappeller en preuve un fait dont l'insuffisance a été reconnue, & que d'ailleurs elles peuvent donner une juste idée des forces centrales & de leur action en certains cas, j'ai cru qu'il ne seroit point inutile de les rassembler dans ce Mémoire.

La machine dont je me suis servi pour faire tourner le Globe de verre, est une Table à trois pieds, plus longue que large, qu'on peut aisément mettre de niveau par le moyen de trois vis qui servent à la caler. Cette Table porte un second plan, qui est représenté par la Figure 1re, & qui s'y joint par deux charniéres *A*, *B*, par le moyen desquelles il peut s'élever par un bout pour former un plan incliné à la Table. *C* est une vis qui passe dans une rainure à jour, pratiquée à la portion de cercle *D*, élevée sur l'extrémité de la Table, & qui sert à fixer l'inclinaison du plan mobile. En *E* & en *F* s'élevent deux montants qui sont assemblés en haut par une piéce cintrée, & dans lesquels on peut mouvoir de bas en haut le chassis qui porte la roue, ce qui donne la liberté de tendre la corde plus ou moins. On a fixé en *G* un pilier qui porte à son extrémité supérieure une vis & un écrou à oreilles pour fixer une équerre de fer, dont la partie horisontale est ouverte en forme de coulisse, afin que la partie verticale qui est percée en haut pour recevoir l'axe du Globe, puisse avancer & reculer

parallelement à la Table. Cette précaution étoit néceſſaire, parce que le Globe de verre porte à l'un de ſes poles deux poulies de différents diametres, dont il faut que chacune puiſſe être placée vis-à-vis & ſelon le plan de la grande roue. Enfin *HI*, eſt une rainure à jour qui reçoit la queue d'un autre pilier preſque ſemblable au précédent, & qui s'arrête avec un écrou en deſſous; & afin que cet écrou ne nuiſe point à l'inclinaiſon du plan mobile, on a percé la Table vis-à-vis, & autant que la rainure dont on vient de parler: ces deux piliers ſoûtiennent le Globe de verre par ſes deux poles, & la grande roue qu'on fait tourner avec une manivelle, lui communique ſon mouvement par une corde qui embraſſe l'une ou l'autre des poulies. *Voyés la Figure 2de, qui repréſente toutes ces piéces aſſemblées.*

Une maſſe d'eau contenue dans une Sphere de verre, peut être conſidérée de deux maniéres différentes, & toutes deux néceſſaires pour faire entendre ce qui réſulte de ſon mouvement de rotation.

1.° On peut la regarder comme un aſſemblage de cercles paralleles enfilés par le même axe, cet axe étant la ligne droite que forment entr'eux tous les centres de ces différents cercles. *1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, Figure 3me.*

2.° On peut ſe repréſenter cette même eau comme une infinité de Spheres creuſes enveloppées les unes dans les autres, & qui décroiſſent en diametre juſqu'au centre commun. *Figure 4me.*

Quand on commence à faire tourner le Globe de verre ſur ſon axe, ſa ſurface intérieure qui eſt ſolide, venant à frotter la premiére couche d'eau, lui imprime une partie de ſon mouvement; mais la vîteſſe étant plus grande à l'équateur & aux parties voiſines que vers les poles, & la couche qui reçoit le mouvement, étant fluide, ſes parties obéiſſent aux différents degrés de force qui les entraînent, & cette premiére ſphere d'eau ne ſe meut pas toute en même temps. Cela s'apperçoit aiſément, lorſqu'avec l'eau on a mis un peu d'huile colorée; car dès que la boule vient à tourner, le

petit segment d'huile se déchire, pour ainsi dire, & se divise en un grand nombre de petits globules.

Le mouvement se communique donc ainsi de couche en couche jusqu'au centre, mais avec des vîtesses qui ne sont point d'abord dans des rapports convenables pour faire mouvoir toute la masse à la maniére d'une sphere solide; car 1.° comme le mouvement commence par la circonférence, les parties de chaque paralléle qui en sont les plus prochaines, précedent d'abord les autres, & ce qui formoit le rayon *KLM (Fig. 5.me)* dans le fluide en repos, devient une ligne courbe *klM* dès la premiére révolution. 2.° Le mouvement se communique à l'eau par le frottement de la surface solide du verre qui la renferme, mais les zones qui terminent tous les cercles de part & d'autre depuis l'équateur jusqu'aux poles, ne décroissent pas à beaucoup près autant que les quantités de matiére sur lesquelles elles agissent; ainsi le mouvement se transmet plus vîte aux parties qui avoisinent les poles, qu'à celles qui sont aux environs du centre de la sphere.

Par la même raison, si le verre & l'eau avoient acquis un mouvement uniforme qui les fist tourner sur leur axe commun comme un corps solide, il est certain que cette uniformité ne subsisteroit pas si l'on venoit à augmenter ou à diminuer la vîtesse du Globe de verre; car celui-ci agiroit, par exemple, sur le cercle *NO, (Fig. 3.me)* par un frottement immédiat de sa surface qui est solide, pendant qu'il ne causeroit presqu'aucun changement à *PQ,* de même diametre, qui continueroit de se mouvoir dans un fluide qui a presque la même vîtesse que lui.

Mais supposons le cas d'un mouvement uniforme dans toute la masse; c'est à la vérité supposer ce qui n'arrive pas ordinairement à la rigueur, car la sphere de verre ne tournant pas toûjours sur ses vrais poles, & le fluide qu'elle contient, ayant une pesanteur qui concourt avec la moitié de sa révolution verticale, pendant qu'elle s'oppose à l'autre, il se fait des secousses presqu'inévitables, qui ne permettent

que rarement cet accord de vîtesses qui peut seul faire tourner le verre & l'eau à la maniére d'un solide; ajoûtés qu'il est assés difficile que le moteur imprime un mouvement égal assés long-temps pour le transmettre à tout le fluide; mais ce qu'on ne peut exécuter rigoureusement, on l'a par approximation, & cela suffit. En supposant donc cette uniformité de mouvement, toutes les tranches ou cercles d'eau paralleles à l'équateur, auront des forces centrifuges particuliéres, d'où il résultera une force axifuge pour toute la masse.

L'expérience confirme ce raisonnement; lorsqu'on se sert d'une eau qui contient quelques parcelles de matiére plus légeres qu'elle, ou lorsqu'on y mêle un peu d'huile de thérébentine colorée, que le mouvement divise bien-tôt en petits globules, tous ces corpuscules moins denses qu'un pareil volume d'eau, cédant à la force axifuge du fluide qui les emporte, s'approchent de l'axe de la révolution commune, & l'enveloppent dans toute sa longueur, en formant un corps dont le diametre & la figure varient suivant la valeur relative de la force axifuge de l'eau, & les rapports qu'ont entr'elles les forces centrifuges particuliéres d'où ils résultent. Ordinairement c'est un cylindre, tantôt c'est un conoïde, quelquefois un fuseau, assés souvent c'est un corps plus enflé aux extrémités qu'au milieu, & jamais une sphere, pas même rien qui en approche.

On ne peut donc pas dire que la force axifuge du fluide se convertisse en force centrifuge commune à toute la masse; car si cela étoit, il paroîtroit bien singulier que les petits corpuscules obligés de céder à cette force, ne prissent jamais entr'eux une figure telle qu'elle devroit résulter de son action & de sa direction, je veux dire, que jamais ils ne parussent sollicités à se rassembler de toutes parts vers le centre commun, comme on auroit lieu de le penser si l'on voyoit au moins quelquefois qu'ils prissent une forme sphérique, ou qui en approchât.

L'exemple qu'on pourroit citer d'une petite bulle d'air qui

paroît en certains cas chaſſée du pole au centre du Globe, & que l'on y contient ſous une figure ſenſiblement ſphérique ; cet exemple, dis-je, ne répond point à mon objection, c'eſt un cas particulier qu'on oppoſeroit en vain à des expériences conſtantes, parce qu'il dépend d'un concours d'accidents, & qu'il n'eſt lui-même qu'une ſuite néceſſaire des principes qu'elles prouvent, comme je me propoſe de le faire connoître par la ſuite de ce Mémoire. Examinons donc ce qu'il doit arriver à une bulle d'air qui ſe trouvera renfermée dans une ſphere de verre pleine d'eau, que nous ſuppoſerons d'abord, pour plus de ſimplicité, ſe mouvoir toute enſemble, l'axe de la révolution étant horiſontal.

La petite bulle en queſtion ſe trouvera néceſſairement dans le plan de l'équateur même, ou dans celui de quelqu'un de ſes paralleles.

Si l'eau ſe meut aſſés rapidement pour l'emporter & pour l'obliger à circuler en même temps qu'elle, ou à peu-près, la petite bulle reçoit une force centrifuge qui differe de celle du volume d'eau correſpondant comme ſa denſité, c'eſt-à-dire, qu'elle en a beaucoup moins, & peu-à-peu elle eſt portée au centre du cercle, non par une force poſitive de ſa part, mais parce qu'elle eſt obligée de céder la place qu'elle occupe ſucceſſivement, à tous les petits volumes d'eau ſemblables qui ſont entr'elle & le centre de la révolution, & qui, en raiſon de leur maſſe, ont une force centrifuge prévalente.

Mais la même raiſon qui fait que la force centrifuge de l'eau, à vîteſſes égales, eſt exceſſivement plus grande que celle de l'air, fait auſſi que l'air tend fortement à s'élever au deſſus de l'eau ; d'où il ſuit,

1.° Que quand la bulle d'air, en circulant, ſe trouve dans les rayons inférieurs à l'axe, ſa légereté reſpective concourt avec la force centrifuge de l'eau pour la porter au centre du cercle qu'elle décrit.

2.° Que quand au contraire elle ſe trouve dans les rayons ſupérieurs, cette même légereté la défend contre les efforts

de l'eau qui tend à la déplacer, en s'éloignant du centre, & retarde sa chûte vers le centre.

Aussi l'expérience fait-elle voir que quand l'air circule avec l'eau, il arrive bien plus promptement à l'axe : deux causes alors concourent au même effet, la légereté respective aidée par la force centrifuge de l'eau pendant la moitié de sa révolution, & l'augmentation de vîtesse qui, quoiqu'égale pour les deux fluides, produit dans leurs forces une différence qui est à l'avantage du plus dense.

Une chose qu'on ne doit jamais perdre de vûe ici, c'est que cette espece de force qui amene la bulle d'air au centre du cercle, ne dépend nullement de la colonne *PR*, *(Figure 3.me)* qui est entre cette bulle & la paroi du verre: que cette colonne supérieure soit plus longue, qu'elle soit plus courte, pourvû qu'elle se meuve avec la même vîtesse que le reste, comme nous le supposons, toute son action se porte dans une direction opposée à celle que doit suivre notre bulle d'air; mais cette force réside toute entiére dans la colonne inférieure *PS*, dont l'extrémité concourt pour la même place avec une particule de matiére moins dense, & qui ne lui oppose pour toute résistance que son excès de légereté, ou une force centrifuge toûjours beaucoup moindre que la sienne.

C'est pour cette raison sans doute qu'une bulle d'air ou d'huile, quand elle est un peu grosse, paroît toûjours applatie par dessous.

Il suit de cette remarque (& l'expérience le confirme) que dans quelque parallele que se trouve la bulle d'air, elle doit y rester si l'axe du Globe est bien horisontal, parce que tous les plans collatéraux ayant des forces centrifuges égales à pareilles distances de l'axe, & les deux especes de résistance que l'air a à leur opposer, je veux dire sa légereté & sa force centrifuge, s'il circule, étant également foibles dans un endroit comme dans l'autre, on ne voit aucune cause qui puisse déterminer la bulle d'air à passer d'un parallele à l'autre; aussi quand elle y passe, apperçoit-on aisément que cela vient

des secousses ou de la position du Globe, ou de l'inégalité du mouvement.

Il suit encore de la même observation que la forme du vaisseau est tout-à-fait indifférente, en supposant, comme nous faisons, le mouvement uniforme & constant ; la réaction de ses parois ne change rien à la force centrifuge de chaque cercle ; quelque figure qu'on leur donne, la force axifuge ne souffre aucune conversion. Quoique cette conséquence m'ait toûjours paru fort évidente, j'ai cependant voulu m'en assûrer encore par une expérience décisive.

Au lieu d'un Globe je me suis servi d'un Verre conique, représenté par la Figure 6me, je l'ai fait tourner sur son axe, tantôt avec de l'eau & de l'huile colorée, tantôt avec de l'eau & une petite bulle d'air ; si la force axifuge du fluide avoit dû recevoir quelque changement relatif à la figure du vaisseau, elle auroit dû se diriger vers la base, & les globules d'huile ou la petite bulle d'air me l'auroient indiqué, mais je n'ai rien apperçu que ce que je m'attendois d'y voir, les matiéres les plus légeres se sont toûjours rangées dans l'axe, & n'ont affecté aucune place de préférence.

Conduisons maintenant la bulle d'air dans un point de l'axe, & que ce point soit, par exemple, le centre de l'équateur. Si la bulle est fort petite, elle y paroît sensiblement sphérique, parce que les causes qui lui font prendre cette forme dans un fluide en repos, ne cedent que très-peu à celles qui lui feront changer visiblement de figure lorsqu'elle sera plus grosse. En effet, quand elle a plus de volume, elle paroît allongée comme une olive, parce qu'étant alors plus flexible, elle se conforme à la pression du fluide, dont les colonnes exercent sur elle une résistance perpendiculaire à son axe ; ce qui la rendroit parfaitement cylindrique, si son excès de légereté, l'adhérence de ses parties, & une certaine pression qui vient de la plénitude du fluide ambiant, ne changeoient quelque chose aux effets de la cause principale. Voilà pour la figure.

Quant au déplacement, l'expérience apprend que la bulle

d'air demeure dans le point de l'axe où elle se trouve d'abord, tant qu'il est bien horisontal, & que le mouvement est bien uniforme; mais que si l'on éleve un peu l'un des poles, elle ne manque point de se porter à l'endroit le plus élevé, & en voici la raison.

La bulle d'air étant dans un point de l'axe quelconque, est retenue par la force centrifuge, & selon la direction des rayons dont elle occupe le centre commun, de maniére que n'ayant aucune force à leur opposer, puisqu'on suppose que sa légereté est vaincue, elle ne peut pas s'élever dans le plan de son cercle, ni dans celui d'aucun autre parallele, s'il tourne avec la même vîtesse; mais il n'en est pas de même des points de l'axe qui avoisinent celui dans lequel elle est, pour passer de l'un à l'autre l'air ne trouve d'autre résistance que le frottement, & ce frottement cede à sa légereté, si l'axe est suffisamment incliné à l'horison.

L'expérience confirme encore cette raison, car si l'on substitue à cet air une goutte d'huile, ou quelque corps qui approche davantage de la densité de l'eau, cette légereté à qui j'attribue le déplacement, se trouve trop foible à pareil degré d'inclinaison, ou elle ne produit rien, ou elle agit plus lentement. Ainsi notre bulle d'air dans l'axe incliné à l'horison, se meut à peu-près comme dans un tube plein d'eau, ou de quelqu'autre liquide en repos, & quand une fois elle est parvenue au pole, elle y reste constamment par la même cause qui l'y a fait aller, & autant de temps que les autres circonstances subsistent.

De-là il s'ensuit que si l'on mettoit dans l'axe incliné un corps plus pesant que l'eau, au lieu de se porter au pole le plus élevé comme le globule d'air, il suivroit une route toute opposée en obéissant à sa pesanteur; je me suis assûré de cette conséquence par un fait qui mérite d'être rapporté.

J'ai enfermé dans mon Globe plein d'eau une petite boule de cire, au centre de laquelle j'avois enfermé un grain de plomb qui la rendoit un peu plus pesante que l'eau; je l'ai amené peu-à-peu dans l'axe, en tournant plus lentement lorsqu'elle

lorſqu'elle étoit dans les rayons ſupérieurs, afin que ſa peſanteur l'emportât ſur ſa force centrifuge; lorſqu'elle fut parfaitement concentrique à l'un des cercles paralleles à l'équateur, elle tourna comme lui ſur ſon axe, & quelque vîteſſe que j'imprimaſſe au fluide, ma boule de cire ne ſe déplaça point tant que l'axe du Globe fut bien horiſontal. Et pourquoi ſe ſeroit-elle déplacée? ſa force centrifuge étoit en équilibre avec elle-même, puiſque tous ſes rayons étoient homogenes & de même longueur, & que tous les points de l'axe du Globe étoient indifférents pour ſa peſanteur; mais cette derniére circonſtance venant à ceſſer par l'élévation d'un des poles, elle ſuivit bien-tôt cette inclinaiſon, & ſe porta vers l'endroit le plus bas ſans quitter l'axe.

Juſqu'ici nous avons ſuppoſé que la ſphere de verre & ce qu'elle contient, n'avoient qu'un mouvement commun, de maniére que les révolutions périodiques de l'équateur & de ſes paralleles ſe faiſoient toutes en même temps; mais ſi l'on vient à rallentir le mouvement du fluide, en diminuant ou en arrêtant le Globe de verre, il eſt certain que les vîteſſes ne diminueront point également en temps égaux pour tous les paralleles, & que ceux qui ſont les plus près de l'équateur continueront pendant quelques inſtants à ſe mouvoir ſans un retardement ſenſible, pendant que ceux qui ſont voiſins des poles ſouffriront des accélérations ou des retardements conſidérables, comme nous l'avons obſervé au commencement de ce Mémoire, & comme l'expérience le confirme. Car lorſqu'on a mis dans l'eau du Globe des parcelles de matiére plus légere en ſuffiſante quantité, & qu'on leur a fait prendre une forme cylindrique autour de l'axe, en donnant à tous les cercles une vîteſſe à peu-près égale, ſi l'on arrête ou qu'on rallentiſſe la ſphere de verre, le cylindre ne manque point de ſe dilater par les deux bouts, ce qui prouve très-évidemment que la force centrifuge de l'eau qui reſſerroit ces particules dans un moindre eſpace, diminue comme la vîteſſe, qui eſt plûtôt rallentie aux poles qu'ailleurs.

Par la même raiſon une bulle d'air ou tout autre corps

léger abandonne sa place en pareil cas, & s'éleve au dessus de l'axe, & si la figure du vaisseau ou quelque secousse dans le fluide le détermine à prendre une ligne oblique, il se trouvera dans des paralleles d'un plus grand diametre, où la vîtesse, & par conséquent la force centrifuge, s'est mieux conservée, & alors il sera rabaissé vers l'axe & dans un point plus voisin du centre de la sphere.

Lorsqu'on a déplacé la bulle d'air, & qu'elle est au dessus de l'axe dans le voisinage du pole, si l'on rend au Globe de verre sa premiére vîtesse, cela seul peut faire aller cette parcelle d'air vers le centre de la sphere, car les vîtesses dans le fluide se rétablissent par où elles ont commencé à s'affoiblir, c'est-à-dire, que les cercles les plus près des poles sont plus commandés par la surface du verre; ainsi les forces centrifuges prennent des accroissements qui passent de cercle en cercle jusqu'au centre de la sphere, & qui sollicitent la bulle d'air à suivre la direction de leur progrès. Si la colonne *TV*, *(Figure 7.me)* a plus de force centrifuge en *X*, qu'elle n'en a en *Y*, il est évident que la bulle d'air qu'elle sollicite, tendra à l'axe par une ligne oblique qui l'approchera du centre de la sphere.

Enfin c'est une chose certaine que le fait dont il s'agit, n'arrive pas toûjours, & qu'il n'arrive jamais quand le mouvement du fluide persévere uniformément; plusieurs circonstances peuvent le faire naître, la forme du vaisseau, les secousses dans le fluide, l'inégalité du mouvement, l'inclinaison de l'axe, &c. ainsi l'on peut dire que ce renvoi de la bulle d'air au centre de la sphere, n'est qu'un accident qui ne prouve nullement la conversion de la force axifuge ou force centrale.

En vain prétendroit-on que dans la pratique de ces expériences les résultats ne sont pas tout ce qu'ils pourroient être, à cause du poids de l'eau qui rappelle toûjours la masse entiére vers le centre de la terre qui est hors du Globe de verre, tandis que le mouvement de rotation donne aux parties une tendance qui a rapport au centre de ce même Globe qui

les renferme ; car il est aisé de prouver que quand on fait tourner sur son axe cette sphere de verre pleine d'eau, les parties du fluide sont en équilibre entr'elles, & que leur pesanteur ne change rien à leur mouvement de rotation : cette proposition est fondée sur les principes les plus connus de l'Hydrostatique, & l'expérience la confirme.

Soit (*Figure 9.me*) une coupe du Globe plein d'eau, selon le plan de son équateur, l'axe qui passe au centre *G* étant porté par les deux extrémités, il est évident que quand le Globe tourne, toute la circonférence solide *ABCD*, est aussi soûtenue, & que toutes ses parties sont en équilibre si elle est par-tout d'une même nature & d'une égale épaisseur.

Si la lame circulaire terminée par cette circonférence étoit une matiére solide, on pourroit dire la même chose de tous les cercles concentriques qu'on y pourroit concevoir, soit qu'ils fussent en repos, soit qu'ils tournassent sur leur centre commun.

Mais si cette lame est un fluide dont les parties soient semblables entr'elles, je dis que la fluidité de la matiére contenue sous la circonférence solide *ABCD*, ne change rien à l'équilibre de ces parties, dans le cas du repos (tout le monde en convient) ni dans celui de la rotation, comme je vais le prouver.

Quand la circonférence solide *ABCD*, tourne sur son centre, & que le mouvement s'est uniformément distribué à tout le plan fluide qu'il renferme, si quelque chose pouvoit interrompre ou empêcher l'équilibre dont il s'agit, ce seroit sans doute la pesanteur dont la direction est alternativement favorable & contraire au mouvement d'un volume quelconque pris dans la masse, comme *F*, & considéré pendant une révolution entiére ; mais il est aisé de voir que tout étant soûtenu par la circonférence qui représente les parois du vaisseau, la pesanteur qu'on pourroit objecter, n'est plus qu'une pesanteur relative, dont les rapports font toûjours subsister l'équilibre, en quelqu'endroit de son orbe qu'on imagine le volume *F*. Si, par exemple, il est en *e* ou en *h*,

ſa peſanteur le ſollicite à deſcendre vers *D*, mais cet effort eſt vaincu par la réſiſtance d'une colonne d'égale denſité, & ſoûtenue en *D*.

Quand le volume *F* décrit la moitié de ſon orbe *eih*, la peſanteur concourt avec ſon mouvement circulaire, & tend à l'accélérer, mais une peſanteur égale tend auſſi à retarder l'autre demi-orbe *hld*, & comme l'orbe entier eſt compoſé de parties ſemblables à *F*, qui ne peuvent ni ſe pénétrer ni ſe comprimer, on ne voit pas que la peſanteur puiſſe rien changer à leur mouvement de rotation, ou les empêcher de circuler réguliérement; voilà ce que dit la théorie, voici maintenant ce que dit l'expérience.

Ce que je viens de dire du volume *F*, deviendroit ſans doute d'une évidence parfaite, ſi on pouvoit le diſtinguer ſenſiblement de la maſſe dont il fait partie pendant ſa rotation, & qu'on le vît ſe tenir conſtamment dans un cercle concentrique à la circonférence ſolide *ABCD*, car il eſt certain que pendant ſa révolution, s'il obéiſſoit plus à ſa peſanteur dans un temps que dans un autre, ſon orbe deviendroit excentrique à *G*, & ne ſeroit pas même parfaitement circulaire; mais que ce ſoit le volume *F* lui-même, ou bien un autre corps, pourvû que la peſanteur ſpécifique ſoit la même que celle de l'eau, les effets ne doivent-ils pas être ſemblables?

J'ai donc ſubſtitué à *F* une petite boule de cire colorée & préparée de façon qu'elle étoit en équilibre dans l'eau, & je lui ai vû décrire des cercles ſenſiblement concentriques à l'axe d'une ſphere de verre remplie d'eau, dans laquelle je l'avois miſe, & que je faiſois tourner le plus uniformément qu'il m'étoit poſſible; on ne peut donc pas dire que la peſanteur abſolue de l'eau ſoit un obſtacle aux effets qui doivent réſulter de ſa force axifuge lorſqu'on la fait tourner dans un Globe de verre, tel que celui qui a été employé dans les expériences qui ſont le principal objet de ce Mémoire.

Pendant que j'étois occupé à ces expériences, j'ai voulu m'aſſûrer d'un fait que M. Bulfinger a ſuppoſé dans le

Mémoire que j'ai cité ci-dessus. Il paroît que ce Physicien, pour expliquer les phénomenes de la pesanteur, a voulu prendre un milieu entre le Tourbillon Cartésien qui lui paroissoit insuffisant, & celui de M. Huyghens, à qui l'on reprochoit de n'être pas assez conforme à cette simplicité qui caractérise la Nature.

Après avoir imaginé dans le même fluide une double circulation autour de deux axes qui se couperoient à angles droits, il a pensé, comme Descartes, à rendre son idée plausible par une expérience; il se propose de faire tourner le Globe plein d'eau sur quatre poles, de maniére que les deux rotations s'achevent en même temps: l'effet qu'il en attend, est que les corpuscules plus légers que l'eau, au lieu de se ranger dans un axe, comme il arrive dans le cas d'un seul mouvement, se rassembleront au centre du Globe, & y formeront un noyau sphérique.

Descartes, en proposant son expérience, avoit laissé à d'autres le soin de l'exécuter: M. Bulfinger qui la fit le premier, reconnut par cet exemple, que les résultats ne sont pas toûjours tels qu'on les avoit présupposés, & pour ne pas tomber dans la même faute en proposant la sienne, il se chargea lui-même de l'exécution; il s'assûra de la double rotation du Globe de verre par un modéle en petit, mais nous ne voyons pas qu'il ait été plus loin.

Le point le plus important n'étoit cependant pas de sçavoir si le Globe pourroit tourner en deux sens à la fois, il s'agissoit bien plûtôt d'apprendre ce qui s'ensuivroit dans le fluide qu'il contenoit, si ce double mouvement se transmettroit à l'eau, & si les corps légers seroient chassés au centre? M. Bulfinger l'a prétendu & supposé, mais j'avoue que les raisons sur lesquelles il s'appuie, n'ont pu dissiper les doutes que j'ai toûjours eus sur le succès de cette expérience. Je l'ai faite enfin, en appliquant à ma machine de rotation un Globe de verre qui tournoit sur ses poles dans un grand cercle de cuivre, pendant que ce cercle lui-même tournoit sur celui de ses diametres qui coupoit à angles droits

l'axe de la premiére rotation, comme il eſt repréſenté par la Figure 8.me, & à peu-près comme M. Bulfinger avoit projetté de le faire, avec cette différence cependant qu'ayant mis une double poulie à l'un des poles du Globe, je pouvois, en faiſant paſſer la corde ſur la plus petite ou ſur la plus grande, varier les vîteſſes des deux rotations; voici les réſultats.

1.° Quand les deux rotations ſe ſont faites avec des vîteſſes égales, & que l'un des deux axes étoit horiſontal, les corps légers qui étoient dans l'eau du Globe, ſe ſont rangés ſans différence ſenſible dans ce dernier axe, comme s'il n'y eût eu qu'un ſeul mouvement.

2.° La rotation de l'axe horiſontal ayant la même vîteſſe, & celle de l'autre étant augmentée d'un tiers, je n'ai apperçu aucun changement dans les effets.

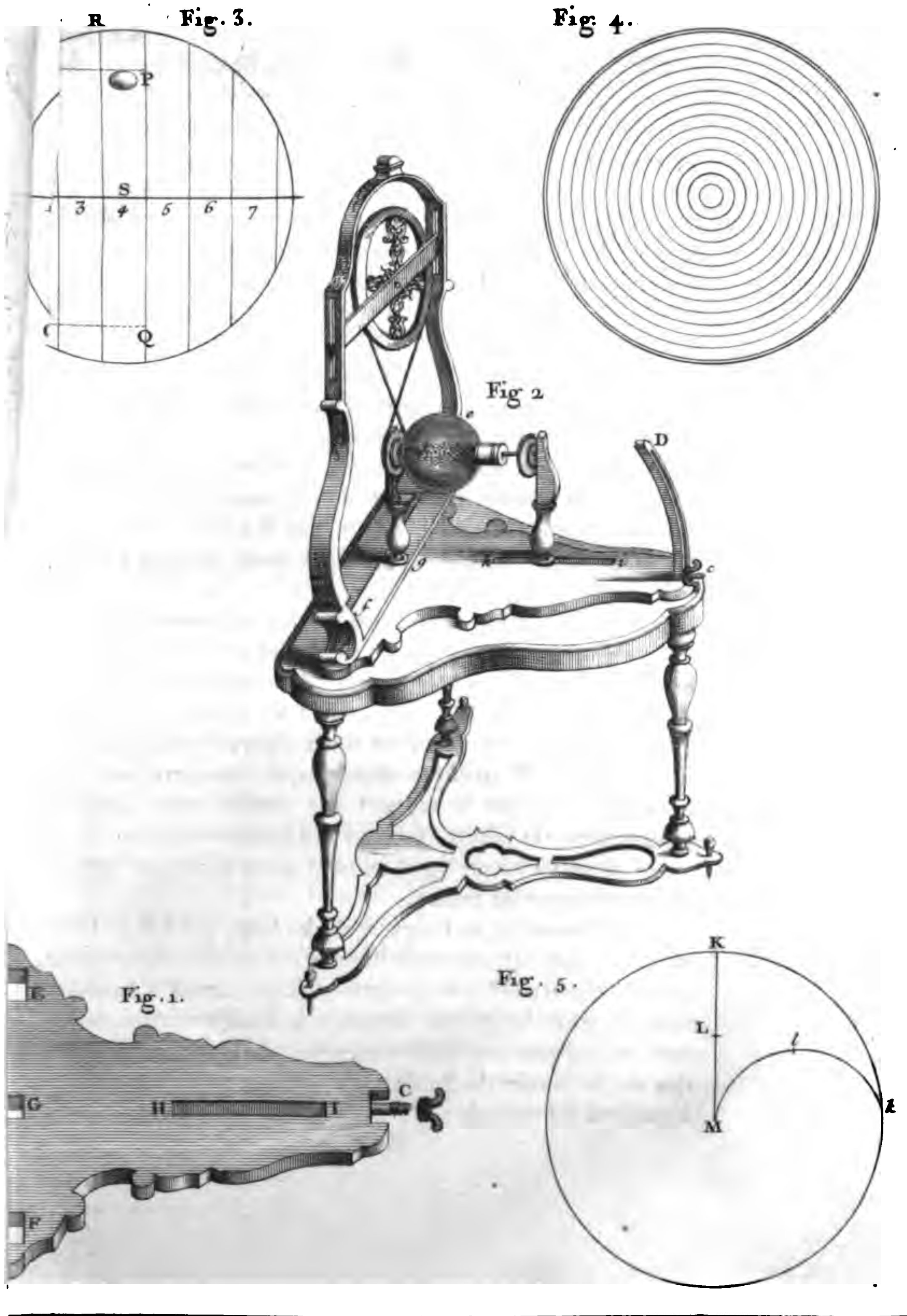
3.° Dans l'un & dans l'autre cas, lorſque j'arrêtois le Globe de verre, & que les deux axes de rotation étoient dans une ſituation horiſontale, il m'a paru que le cylindre formé par les corps légers quittoit ſa ſituation pour ſe diriger à peu-près vers les 45 degrés.

4.° Quand j'élevois obliquement, ou même verticalement, celui des deux axes qui a coûtume d'être dans le plan de l'horiſon, le cylindre formé par les corpuſcules légers ne changeoit point de ſituation, mais il ſe convertiſſoit en cone renverſé, ce qui eſt une ſuite de la légereté reſpective.

5.° Enfin, de quelque maniére que j'aye varié cette expérience, ſoit par le rapport des vîteſſes entre les deux mouvemens du Globe, ſoit par la ſituation des axes, je n'ai jamais apperçu aucun ſigne ſenſible d'une force qui dirigeât les corps légers au centre.

Je me borne ici au ſimple récit des faits, pour fixer ſeulement les idées ſur une expérience qui a partagé les opinions, tant qu'elle n'a été que projettée, & je remets à examiner dans un autre Mémoire, ce que cette double rotation opere, tant par rapport aux différents points de la ſphere de verre, que ſur les parties du fluide qu'elle renferme, & ſur les corps légers qui lui cedent.





fecit

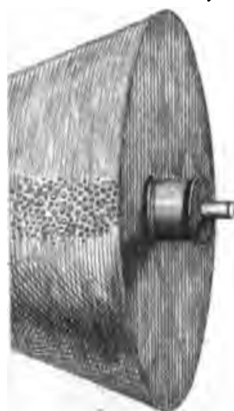


Fig. 7.

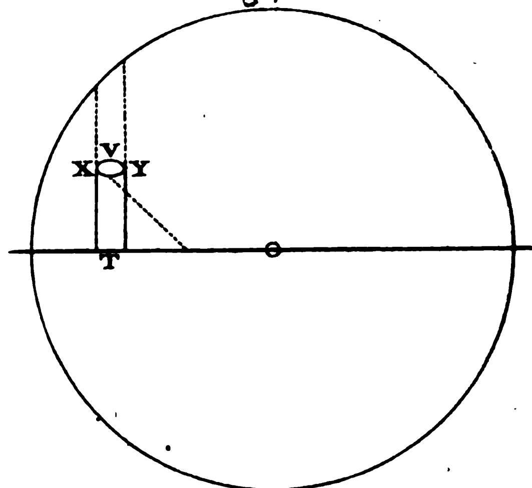
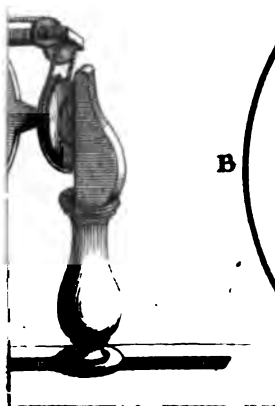
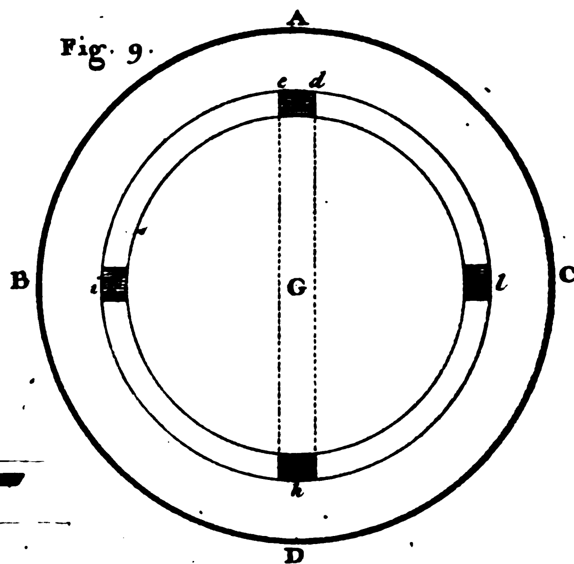


Fig. 9.





OBSERVATIONS

Par lesquelles on tâche de découvrir la partie du Cerveau où l'Ame exerce ses fonctions. *

Par M. DE LA PEYRONIE.

DIFFÉRENTES observations que j'avois faites il y a long-temps sur des maladies du Cerveau *(a)* m'ont conduit insensiblement à découvrir l'usage de quelques parties de ce Viscere. Encouragé par ce succès j'ai espéré qu'une suite plus nombreuse d'observations de même genre confirmeroit mes premiéres idées; je me suis même flaté qu'il pourroit naître de là de nouvelles connoissances qu'on n'auroit pu acquérir que difficilement par d'autres voies. Je vais me servir aujourd'hui de toutes ces observations comme d'une espece de fil pour me guider jusqu'au lieu où l'Ame exerce immédiatement ses fonctions.

Cette substance immatérielle, qui, ne donnant aucune prise

* L'Ame est unie au corps; par les loix de cette union l'ame agit sur le corps, & le corps agit sur l'ame. Quel est le point du corps où s'exécute immédiatement ce commerce réciproque! C'est ce point, ce lieu, ce foyer, cet instrument que je cherche dans ce Mémoire, & que j'appellerai *le siége de l'Ame*, à l'exemple de Fernel[a], Vanhelmont[b], Descartes, Bartholin[c], Bohnius[d], Diamerbrock[e], Blancard[f], Bayle[g], Bergerus[h], Lancisi, &c.

(a) Je lus en 1709 à la Société Royale des Sciences de Montpellier, un Mémoire contenant six observations sur des maladies de tête, dont la premiére m'avoit fait naître l'idée, qu'il ne seroit pas impossible de découvrir par la voie de l'observation le lieu du cerveau où l'ame exerce ses fonctions. On trouve l'extrait de ce Mémoire dans le Journal de Trévoux[1]; cet extrait donne clairement l'idée de mon projet, mais ce n'est qu'un extrait, & dans lequel on ne fait, pour ainsi dire, qu'indiquer mes observations; c'est ce qui m'engage à en donner ici le détail qui n'a point paru. Au reste avec ce peu d'observations je ne pouvois alors qu'ébaucher cette matiére délicate & obscure. J'en ajoûte dans ce Mémoire un grand nombre de nouvelles qui confirment les six premiéres, & qui ne seront pas bornées à cette seule utilité.

[a] *Cap. 9. pag. 72. & seq.*
[b] *Joan. Bapt. Vanhelmont, pag. 283.*
[c] *Bartholin, Anatom. pag. 68.*
[d] *Joan. Bohn. Circ. Anat. physiolog. p. 52.*
[e] *Anat. du Corps hum. tome 2. pag. 234.*
[f] *Steph. Blancardi opera, pag. 252.*
[g] *Francis. Bayle, Instit. Phys. sectio tertia, pag. 496. & seq.*
[h] *Bergerus, Physiol. Med. pag. 332. & seq.*

[1] *Avril 1709. page 609.*

à nos ſens, anime cependant leurs reſſorts les plus ſecrets, eſt, pour ainſi dire, couverte de voiles épais qui la rendent impénétrable. Plus on a travaillé à montrer l'ame à l'ame même, plus on a cru devoir la regarder comme inacceſſible, & ſi elle a pu s'élever juſqu'aux objets qui l'environnent & qui lui ſont étrangers, elle a trouvé des barriéres qui ont arrêté ſes efforts lorſqu'elle a tâché de ſe replier ſur elle-même pour parvenir à ſe connoître.

La Nature auroit-elle voulu en effet nous interdire une connoiſſance ſi ſatisfaiſante, & nous en priver pour toûjours? Quoi qu'il en ſoit de cette conjecture, nous ne pouvons douter que l'ame & le corps ne ſoient unis par les liens les plus étroits, & qu'en conſéquence des loix ſecretes de cette union les changements qui arrivent à l'une de ces ſubſtances ne faſſent conſtamment impreſſion ſur l'autre.

Mais cette communication eſt elle-même incompréhenſible : tout eſprit ſemble devoir eſſentiellement ſe dérober aux atteintes des corps, & tout commerce réciproque entre des ſubſtances ſi différentes par leur nature paroît en quelque ſorte contradictoire.

S'il n'eſt pas permis de pénétrer ces myſteres, c'eſt-à-dire, de percer juſqu'à la nature de l'ame, ni juſqu'aux loix de ſon union avec le corps, on peut au moins eſſayer de découvrir le ſiége ou le premier inſtrument de ſes opérations. Les Philoſophes de tous les ſiécles l'ont tenté, & il n'eſt perſonne qui ignore leurs différentes opinions ſur ce ſujet.

J'ai entrepris la même recherche avec cet eſprit de doute que doit inſpirer la vraie philoſophie, & je n'ai d'abord trouvé dans les écrits de ces Auteurs aucun de ces faits qui mettent, pour ainſi dire, le ſceau aux vérités phyſiques. J'avoue qu'on a déja placé le ſiége de l'ame dans toutes les parties du corps, & même dans la maſſe du ſang : Il n'y a en particulier dans le cerveau aucun recoin où on ne l'ait ſuppoſé, & il eſt par conſéquent impoſſible que la partie du cerveau dans laquelle l'ame exerce immédiatement ſes fonctions, ait échappé à ceux qui nous ont précédé; mais les preuves ſur leſquelles on a juſqu'ici appuyé toutes ces opinions,

opinions, n'ont aucune force: ainſi ceux que le hazard a pu conduire au ſiége de l'ame ne l'ont point véritablement découvert, ils l'ont ſeulement deviné, & ils ne nous ont tranſmis ſur ce ſujet que de ſimples conjectures.

Il faut certainement ſuivre une route différente pour nous conduire avec quelque ſûreté dans la recherche du ſiége de l'ame: c'eſt d'obſervations en obſervations que nous devons remonter juſqu'à ce premier organe; ce n'eſt que par un enchaînement de faits puiſés dans la Nature qu'on peut développer un pareil myſtere.

Il ſeroit inutile de chercher les 1.ers organes des ſenſations & des mouvements dans d'autres parties que dans les nerfs.

Mais l'ame eſt-elle répandue dans tous ces tuyaux dont la ſtructure nous eſt encore ſi cachée? Ne ſçait-on pas au contraire que ceux qui ont perdu quelque membre, ſoit par accident, ſoit par une opération chirurgique, croient ſentir des douleurs dans les membres mêmes qui ne ſubſiſtent plus? & ainſi n'eſt-on pas obligé de remonter au cerveau pour y chercher les premiers organes des fonctions de l'ame?

D'un autre côté par quelle voie parvenir à déterminer plus préciſément ces réduits ſecrets? le ſentiment ne nous apprend rien de leur ſituation: l'ame, comme nous l'avons dit, ne ſçait en effet quel eſt le lieu où elle opère; les inſtruments auxquels elle eſt attachée par des liens dont elle ne ſçauroit par elle-même ſe dégager, lui ſont entiérement inconnus; elle ne peut les ſentir, ni les voir, ni les connoître.

Voici le ſeul moyen que nous ayons pour cela. Suppoſons que toutes les parties du cerveau ayent été détruites, & qu'il n'en ſoit reſté qu'une ſeule: ſi après la deſtruction de ces parties la raiſon ſubſiſte, ſi les facultés de l'ame ne ſont nullement altérées, il eſt évident que le ſiége de l'ame n'étoit point dans ces parties détruites, & il faut néceſſairement le placer dans la partie qui reſte. Ce ſera donc par la voie d'excluſion que nous commencerons à connoître cette partie qui eſt le premier inſtrument de la ſubſtance penſante, ou, ce qui eſt la même choſe, le ſiége qu'elle occupe. Cette voie deviendra encore plus lumineuſe, ſi, par des obſervations

conſtantes, nous ſommes aſſûrés que la partie qui reſte après la deſtruction des autres n'eſt jamais altérée que les facultés de l'ame ne ſoient troublées ou abolies; or c'eſt ce que nous prouverons par un grand nombre d'obſervations.

Il eſt certain d'abord que l'ame ne réſide pas dans toute l'étendue de la ſubſtance du cerveau: nous allons entrer dans un détail de faits déciſifs qui établiront cette vérité.

Première Obſervation, nouvelle.

Un payſan âgé de 18 ans reçut un coup de pierre ſur le pariétal droit; cet os fut fracturé; les eſquilles ouvrirent la dure-mere & bleſſerent le cerveau; le jeune homme, qui avoit été renverſé par le coup, reſta deux jours ſans connoiſſance. En retirant les eſquilles dans le premier panſement, & en remédiant en même temps au deſordre des os, on ramaſſa, outre beaucoup de ſang caillé, une très-grande cuillerée des débris de la propre ſubſtance du cerveau. Le malade fut ſecouru à propos, & il guérit ſans qu'il lui reſtât aucun reſſentiment de ſa bleſſure.

Seconde Obſervation, nouvelle.

Un homme de 30 ans fit une chûte ſur le front; la premiére table de l'os coronal fut ſimplement fêlée, mais la nature des accidents détermina à trépaner le malade. L'ouverture du crâne découvrit des eſquilles de la ſeconde table, qui avoient ouvert la dure-mere & bleſſé le cerveau. Le ſecond jour la portion de la ſubſtance du cerveau, qui répondoit à l'ouverture du crâne, ſe gonfla & s'échappa à travers le trou du trépan. Pendant dix jours le malade perdit à chaque panſement environ la groſſeur d'une noiſette de la ſubſtance du cerveau, ce qui fit en tout la quantité de près de deux cuillerées de cette ſubſtance. Le malade guérit ſans qu'il lui reſtât aucun accident. Ces deux obſervations prouvent que les parties qui entrent dans la compoſition du cerveau ne ſont pas toutes abſolument néceſſaires pour la vie, ni pour les fonctions de l'ame *(b)*. Je n'en rapporterai pas dans le corps de ce Mémoire pluſieurs autres que j'ai faites, ou que j'ai trouvées dans différents

(b) On peut tirer encore deux autres conſéquences de ces deux premiéres obſervations; 1.° que ſi la ſubſtance corticale eſt un amas de glandes qui filtrent les eſprits, ainſi que pluſieurs le croient, & ſi les filets qui partent de ces glandes, conduiſent les eſprits dans la ſubſtance blanche de l'intérieur du cerveau, il faut que le reſte de la ſubſtance griſe ou corticale

Auteurs, & qui font voir que de très-grandes portions de la ſubſtance corticale, & même de la ſubſtance médullaire ayant été enlevées ou détruites, les malades ont ſouvent guéri, ou que ceux qui n'ont point guéri ont conſervé juſqu'à la mort les fonctions des principales parties du corps & toutes celles de l'ame *(c)*. Après avoir comparé toutes ces

& ſes filets ou tuyaux excrétoires ſuppléent au défaut de ceux qui peuvent être détruits par des bleſſures, abcès, &c. & fourniſſent une quantité ſuffiſante d'eſprits pour toutes les fonctions de l'ame & du corps, ainſi qu'il arrive dans les maladies du foie; car quoiqu'une grande partie de ce viſcere ait été pourrie, détruite ou enlevée par des opérations chirurgiques, ou autrement, ce qui reſte du foie fournit aſſés de récrément pour ſuppléer au défaut de ce qui manque. 2.° Que les filets nerveux qui partent des glandes ne ſont pas deſtinés à porter directement & immédiatement dans toute l'étendue du corps les eſprits néceſſaires pour le mouvement ni pour le ſentiment. Si cela étoit, les parties du corps qui étoient auparavant animées par les filets nerveux qui ont été enlevés dans les deux cas qu'on vient de rapporter auroient été privées de leurs fonctions : cependant elles ont ſubſiſté telles qu'elles étoient avant que la ſubſtance du cerveau eût été altérée. On a enlevé une grande portion de cette ſubſtance, ſans qu'il ſoit arrivé aucune paralyſie; d'où il paroît qu'on pourroit conclurre que ces filets de nerfs, qu'on peut appeller *primitifs*, vont former le tiſſu compacte de la ſubſtance blanche de l'intérieur du cerveau, du cervelet, de la moëlle allongée & de celle de l'épine, & que ces parties ſont les principes des nerfs ſécondaires, qui ſont les vrais nerfs qui portent immédiatement le mouvement & le ſentiment dans toutes les parties du corps.

(c) « Une Demoiſelle... alloit dans une charrette, qui verſa ſi mal- « heureuſement pour elle, qu'une des « ridelles lui entra dans la tête du côté « droit, caſſa en pluſieurs piéces l'os « appellé *Breguia*, déchira la dure- « mere & la pie-mere, & cauſa un « épanchement de la propre ſubſtance « du cerveau. La Demoiſelle, relevée « de deſſous la charrette, marcha 15 « à 20 pas, après quoi elle tomba « en foibleſſe & perdit connoiſſance « pendant quatre heures. L'épanche- « ment de la ſubſtance du cerveau « continua les ſix premiers jours, & « il ſe fit un très-grand écoulement de « ſéroſité; tout cela ceſſa le ſeptiéme « jour, & il parut un *fungus* qui ſe « formoit entre les deux membranes, « & qui fut traité ſelon les régles ordi- « naires. Pendant les quinze premiers « jours la malade tomboit dans des « aſſoupiſſements profonds & dans « des réveries, & elle eut un flux de « ventre peu violent; la fiévre lui « dura quinze jours, & enfin elle a « été parfaitement guérie par les ſieurs « Piat & Euſmont Chirurgiens de « Chartres ».[a] Elle a vécu ſans que la privation de la ſubſtance épanchée du cerveau ait cauſé aucune léſion dans les fonctions de l'ame.

Une femme ſouffroit beaucoup & depuis long temps d'une migraine; elle meurt, on l'ouvre & on trouve le cerveau du côté droit corrompu & plein de ſanie[b]. Il n'eſt pas dit

[a] *Académie des Sciences, année 1706. p. 28.*

[b] *Saxonia præb. pract. pag. 1. cap. 1. Sepulc. Anat. Bonet. tom. III. obſerv. 1. pag. 412.*

obſervations, je crois qu'on ſera convaincu que l'ame ne réſide pas dans toute l'étendue de la ſubſtance du cerveau priſe collectivement.

Elle ne réſide pas non plus dans la glande pinéale ; on

que cette femme ait eu d'autres accidents qu'une douleur ou migraine au côté droit de la tête.

Un homme de 30 ans périt après avoir ſouffert de cruelles douleurs de tête ; on l'ouvrit, on trouva à l'endroit de ſes douleurs une portion conſidérable du cerveau gangréné [c]. L'obſervation ne parle d'aucune léſion dans les fonctions de l'ame.

Un homme eſt bleſſé à la tête, on le croit guéri, il ſort ; le lendemain il meurt ſubitement dans une attaque d'épilepſie ; on trouva la moitié du cerveau ſphacelé [d]. On le croyoit guéri lorſqu'il mourut ; donc il jouiſſoit pleinement des fonctions de l'ame. *Glandorpius* a vû un cerveau ſphacelé [e], & les ſeuls accidents dont il fait mention, ne ſont que des accidents d'épilepſie.

Un homme eſt bleſſé à la tête, il reſte neuf ſemaines à guérir des contuſions qu'il y a reçues ; prêt à ſortir de l'hôpital, il ſe couche, s'endort & meurt ; on l'ouvre, on trouve le cerveau pourri juſqu'à la hauteur des ventricules [f]. Il y a lieu de croire que dès que la pourriture approcha du corps calleux, l'homme mourut ſubitement.

Un Soldat eſt bleſſé d'un coup de lance juſque dans la ſubſtance du cerveau : au bout de ſept ſemaines, ſe croyant guéri, il ſert ſes camarades ; quelques jours après il meurt ſubitement dans les convulſions ; on trouva une portion du cerveau pourrie, corrompue & détruite [g]. Il paroiſſoit jouir d'une très-bonne ſanté peu de temps avant que de mourir.

Un homme de 40 ans fit une chûte, on le trépane, par ce ſecours on le guérit d'une attaque de phrénéſie, & on calme divers autres accidents dont il étoit attaqué, au point que le quinziéme jour il a la tête entiérement libre, qu'il prend des nourritures, & que la fiévre paroît prête à ceſſer ; malgré cela le malade meurt preſque ſubitement ; le lendemain on l'ouvre, on trouve le cerveau ſphacelé juſqu'auprès des ventricules [h].

Un noble Vénitien fut bleſſé à la tête, la plaie du cerveau étoit longue de deux travers de doigt, & profonde de trois, il eut de violents accidents ; cependant il guérit malgré la déperdition de la ſubſtance du cerveau [i].

Un homme, nommé Alphonſe de Bologne, reçut un coup à la tête par lequel il perdit une très-grande quantité de la ſubſtance du cerveau, & fut guéri ſans qu'il lui reſtât le moindre accident [l].

Un domeſtique du Marquis de Salces perdit par un coup de chandelier qu'il reçut à la tête une portion très-conſidérable de la ſubſtance du cerveau ; ſa maladie fut accompagnée de très-grands accidents ; cependant il guérit.

[c] *Sepulc. Anat. Bonet. obſ. 7. pag. 76. tom. 1.*
[d] *Philip. Salmut. c. 3. obſerv. 22.*
[e] *Sepulc. Anat. Bonet. obſ. 23. pag. 283. t. 1.*
[f] *Sepulc. Anat. Bonet. t. III. obſerv. 4. §. 9. pag. 318. Joannes Georg. Greiſelius in Miſcell. curioſis anni 1670.*
[g] *Obſ. Samuel. Coſteri Med. Amſtelodamenſis in Miſcell. curioſis. §. 6. pag. 330.*
[h] *Sepulc. Anat. Bonet. tom. III. obſerv. 23. pag. 386.*
[i] *Schenckii obſ. pag. 19. Nicol. Maſſa t. 2. Epiſt. 11.*
[l] *Franc. Arcæus lib. 1. cap. 6. de Cur. vuln.*

a souvent vû cette glande pétrifiée ou abcédée *(d)*. On a ouvert des sujets où on ne l'a point trouvée *(e)*. Je l'ai vû pourrie dans une femme de 28 ans : les *nates* & les *testes* étoient pourris de même ; cette femme jouissoit pourtant d'une assés bonne santé, à quelques étourdissements près & quelques *étonnements de tête* qui étoient de peu de durée, & qui dépendoient sans doute du séjour du sang, lequel ne circuloit pas librement dans le cerveau, parce que le *torcular Galeni* étoit un peu comprimé par la tumeur, sur-tout lorsqu'elle se gonfloit plus qu'à l'ordinaire ; d'ailleurs la malade ne perdit qu'avec la vie l'usage de la raison & des sens. Cela nous fait voir qu'il faut chercher le siége des fonctions de l'ame ailleurs que dans la glande pinéale, dans les *nates* & dans les *testes (f)*. Nous ne trouverons pas non plus l'instrument de ces fonctions dans les corps cannelés, quoiqu'un Anglois de grande réputation * y ait placé le *sensorium commune*, peut-être à cause de la singularité de leur

Troisiéme Observation, ancienne.

* Willis.

(d) On a souvent trouvé cette glande abcédée ou pétrifiée. Dans le Théâtre de Bonet, tome II, p. 309, on lit ce qui suit : *Fredericus olim hanc glandulam pinealem petrificatam vidit, tres calculos in eadem reperit celeberrimus Ruischius*, in thesaur. anatom. quint.

Sed mirabilius est quod jam dudum nobis communicavit præclarissimus Carolus Drelincurtius, tunc Lugduni in Bataviis Professor primarius, quodque observaverat in virgine circiter 20 annis, quæ postquam dira Cephalæa semestri discruciata fuisset, ac tandem occæcata, ac deinceps sensibus orbata, in mediis planctibus mortem obierat ; ipsi scilicet pinealis glandula non tantum saxea fuit, sed etiam ad ovi gallinacei amplitudinem excreverat, qua sua mole nervorum opticorum thalamos, necnon reliquos tandem nervos lethificè compressit.

Dans les deux premiéres observations il n'est point marqué que les fonctions de l'ame eussent souffert aucune lésion, quoique la glande pinéale fût pétrifiée, & dans la troisiéme les sens se sont éteints, non par le vice de la glande pinéale, mais par le volume de la tumeur, qui, dans cet état, comprimoit nécessairement le corps calleux.

(e) Un enfant vécut quinze ans ; après sa mort on lui ouvrit le crâne, on ne trouva aucun vestige de glande pinéale, mais une pierre dans le ventricule droit du cerveau, & il y avoit dans ce viscere plusieurs autres vices auxquels on dût attribuer l'imbécillité & les autres accidents dans lesquels l'enfant mourut *.

(f) Une fille de 12 ans fut tourmentée pendant 4 mois de douleurs très-vives dans la tête, qu'elle rapportoit à la suture coronale ; elle mourut sans d'autres accidents ; on ouvrit la tête, & l'on trouva un abcès situé sur les *nates* & sur l'*infundibulum*.

* *Sepulc. Anat. observ. 5. pag. 257. tom. I.*

ſtructure; il auroit été détrompé s'il avoit été témoin des obſervations qui ſuivent.

Quatriéme Obſervation, ancienne.

Un homme de 18 ans, qui fut ſujet pendant quatre années à des mouvements d'épilepſie, en avoit eu trois attaques la premiére année; l'année ſuivante il en eut ſept ou huit, & les deux derniéres il en avoit juſqu'à deux ou trois par mois; il lui ſurvint enfin une fiévre maligne dont il mourut. L'ouverture de ſa tête nous fit voir les vaiſſeaux du cerveau dilatés & pleins de ſang; j'apperçus pluſieurs grains glanduleux qui avoient groſſi, & qui tapiſſoient le dedans du ſinus longitudinal; enfin je découvris une hydatide ou un grain lymphatique endurci & de la groſſeur d'une féve fort applatie, qui occupoit preſque le milieu du corps cannelé du côté droit; une partie de ce corps cannelé formée par l'entrelacement de la ſubſtance griſe avec la blanche étoit effacée & avoit fait place au corps étranger. Aucune des fonctions de l'ame n'avoit été altérée, le malade n'ayant eu d'autres accidents que des mouvements épileptiques & un commencement de paralyſie au côté gauche.

Cinquiéme Obſervation, nouvelle.

Un homme de 30 ans reçut un coup d'épée au grand coin de l'œil droit, & ce coup pénétra dans le cerveau; il perdit connoiſſance ſur le champ, mais bien-tôt après la connoiſſance revint; il fut paralytique du côté gauche; il ſouffroit de temps en temps des douleurs de tête, tantôt plus vives, tantôt moins vives; il traîna deux mois avec la fiévre lente, & finit par le maraſme; la maigreur ou plûtôt le deſſéchement fut plus grand du côté gauche que du droit; dans le cours de ſa maladie il eut toûjours la raiſon & l'uſage des ſens parfaitement libres.

L'ouverture de ſa tête nous découvrit un abcès ſitué ſur toute l'étendue du corps cannelé droit, & qui anticipoit ſur la couche du nerf optique du même côté; près de la moitié de cette couche étoit détruite par l'abcès qui étoit deſcendu vers la baſe du crâne, au point que le corps cannelé & le reſte de la couche du nerf optique, étoient extrêmement déprimés, & s'éloignoient conſidérablement de la voûte. Enfin l'abcès

s'étendoit encore quelques lignes au delà de la circonférence extérieure du corps cannelé, dans la ſubſtance blanche qui paroît en ſortir *(g)*. Si l'ame réſidoit immédiatement dans les corps cannelés, ou dans les couches des nerfs optiques, ſes fonctions n'auroient-elles pas été interrompues ou ſupprimées dans ces deux derniers cas? cependant elles étoient libres.

L'obſervation ſuivante va nous montrer que les fonctions de l'ame ne dépendent pas non plus du cervelet.

Sixiéme Obſervation, ancienne.

Un homme de 30 ans, qui paſſoit depuis dix ans pour mélancolique hypocondriaque, ſe plaignit par intervalles, pendant les trois derniers mois de ſa vie, de peſanteurs & de douleurs de tête conſidérables, principalement vers le cervelet; les douleurs s'étendoient ſur tout le col & un peu au delà des épaules; deux jours avant ſa mort il eut des mouvements convulſifs dans tous les membres durant environ une demi-heure; au ſortir de cet accident il ſe porta mieux qu'il n'avoit fait depuis long temps; le calme dura pendant deux jours, au bout deſquels il périt dans de nouveaux mouvements convulſifs qui ne durerent qu'un quart d'heure.

On trouva tous les vaiſſeaux ſanguins du dedans de la tête pleins d'un ſang plus noir & plus épais qu'il ne l'eſt ordinairement; le ſinus longitudinal ſupérieur étoit tapiſſé en dedans & au dehors de petits grains glanduleux; le plexus choroïde qui flotte dans les ventricules antérieurs, étoit parſemé de grains de la même nature & de la même groſſeur; ce plexus nageoit dans une lymphe graſſe & abondante, qui

(g) Dans la tête d'un Officier dont le jugement fut ſain juſqu'au dernier moment, « on a trouvé un abcès de » la longueur de trois pouces ſur deux » de largeur, & du moins deux de » profondeur; le pus étoit dans le » *proceſſus* externe, & étoit contenu » par la partie fibreuſe ou médullaire » qui couvre les corps cannelés ex» ternes ou inférieurs, qui étoient tous conſumés »[a].

« On a trouvé dans un homme qui a conſervé le ſentiment, même du « côté droit dont il étoit paralytique, « & qui a eu le jugement ſain pendant « toute ſa maladie, la protubérance « antérieure qui contient les corps « cannelés internes & ſupérieurs, les « moyens & les externes ou inférieurs, « diſſoute & réduite en une matiére « de lie de vin[b] ». Il ne paroiſſoit pas que cette partie eût été gonflée, & qu'elle fût devenue plus groſſe qu'elle l'étoit naturellement.

[a] *M. Petit Médecin, dans ſes lettres d'un Médecin des Hôpitaux du Roy.*

[b] *M. Petit Médecin, dans les mêmes lettres.*

avoit beaucoup dilaté ces deux ventricules, mais ſur-tout les cavités ou enfoncements ſitués derriére les couches des nerfs optiques. La glande pinéale avoit le quadruple de ſon volume ordinaire, elle étoit livide & pleine d'un pus griſâtre ; la glande pituitaire étoit fort gonflée, & preſſoit les arteres carotides au point que ces arteres, au deſſous de la compreſſion, avoient un diametre triple de leur diametre naturel ; on voyoit des diſtributions des vaiſſeaux ſanguins très-conſidérables dans la ſubſtance blanche du cerveau ; il n'y avoit aucun changement dans le reſte de ce viſcere.

Il n'en étoit pas de même du cervelet ; le plexus choroïde du quatriéme ventricule n'étoit qu'un amas de glandes fort gonflées & dures ; il y en avoit quelques-unes au milieu deſquelles on trouvoit un petit noyau de ſuppuration ; elles étoient collées enſemble par leurs vaiſſeaux & par leurs membranes ; la réunion de ces glandes formoit une tumeur dure, environ de la groſſeur d'un œuf de poule, qui occupoit la place du cervelet, lequel n'étoit plus qu'une membrane glaireuſe de l'épaiſſeur d'une ligne, & qui enveloppoit la tumeur ; les péduncules étoient extrêmement applatis, & n'avoient preſque point de conſiſtance.

Le corps étranger, ſoit par ſa figure, ſoit par ſa ſituation, avoit preſſé & beaucoup diminué le volume des *nates*, des *teſtes*, celui des cordons qui vont des *teſtes* au cervelet, & les cordons qui vont du cervelet à la moëlle de l'épine pour former la plume à écrire ; enfin toute la portion de la moëlle allongée qui s'étend depuis l'anus & la vulve juſqu'à la moëlle de l'épine, étoit fort applatie ; les arteres vertébrales étoient preſſées par cette tumeur, comme nous avons dit que les carotides l'étoient par la glande pituitaire, mais les golfes l'étoient bien davantage ; auſſi tous les ſinus de la dure-mere qui vont s'y dégorger, étoient-ils fort diſtendus par le ſang qui y ſéjournoit. Si le cervelet ou ſes péduncules, la baſe de la moëlle allongée, la portion médullaire ou blanche, que nous avons trouvé altérée dans ce dernier cas, étoient le ſiége de l'ame, ſes fonctions n'auroient-elles pas été interrompues ? cependant elles ont toutes ſubſiſté juſqu'au dernier moment de la vie dans un

état

état parfait, le malade avoit même le sentiment très-vif.

Cette observation est confirmée par celle que rapporte M. Petit, Médecin *, d'un Soldat qui reçut un coup de mousquet : « La balle avoit traversé la partie gauche du cervelet, & pénétré jusque dans le lobe postérieur de l'hémi- « sphere gauche du cerveau ; pendant les quarante-trois heures « que le Soldat vécut, son jugement étoit quelquefois bon ; il « répondoit pour lors avec connoissance à ce qu'on lui de- « mandoit ; le sentiment étoit si vif par tout le corps, que « lorsqu'on le touchoit en quelque partie, il la retiroit aussi-tôt. » Si le cervelet étoit le siége de l'ame & du sentiment, ce malade auroit-il eu quelquefois le jugement bon ? auroit-il répondu avec connoissance à ce qu'on lui demandoit, & auroit-il paru plus sensible qu'on ne l'est naturellement ? Il y a d'autres exemples qui confirment ceux-ci *(h)*.

Septiéme Observation, ancienne.

Il résulte des observations que nous venons de rapporter, que les fonctions de l'ame ne dépendent point du cervelet, de ses péduncules, de ses cordons, des *nates*, des *testes*, de la glande pinéale, des corps cannelés, des couches des nerfs optiques ; elles ne paroissent pas moins indépendantes des

* *Dans la 1.re de ses trois Lettres imprimées à Namur en 1710.*

(h) « M. Lieutaud, Professeur » Royal de Médecine à Aix, a en- » voyé à M. du Hamel un corps » osseux d'environ un pouce de lon- » gueur sur un demi-pouce de largeur, » & de figure irréguliére, trouvé dans » le côté droit du cervelet d'un jeune » homme de 18 ans, épileptique, » mais qui ne l'étoit que depuis quel- ques années [a] ». L'observation ne dit pas qu'il y ait eu aucune lésion dans les fonctions de l'ame.

Adolescens ab ingenti trabe ab alto cadente in capite percussus fuit cum fractura & depressione ossis parietalis. Ablatis squamis & vulnere methodicè curato versùs diem septimum ingens ferè totius corporis, potissimum verò capitis & pectoris erysipelas supervenit. Die undecimo obiit. Notandum quòd numquam febricitavit, neque deliravit nisi paucis horis ante obitum.

Resecto post mortem cranio, inflammatæ apparuere meninges, & cerebellum corruptum [b].

Un enfant de 8 ans mourut d'un hydrocéphale qu'il avoit depuis un an ; après qu'on l'eut ouvert, on trouva le cervelet endurci ; le côté droit l'étoit plus que l'autre, il pesoit 4 onces, & le gauche une once & demie ; le quatriéme ventricule étoit oblitéré [c]. On ne dit pas que cet enfant eût perdu l'usage de la raison, ni d'aucune des fonctions de l'ame.

[a] *Académie Royale des Sciences, année 1737. page 51.*

[b] *Boneti Sepulc. p. 561. obs. Fantoni obs. 9.*

[c] *Ephémér. d'Allemagne, D. III. A. IV. obs. 59. p. 147. & seq.*

croutes, cordons ou filets de la ſubſtance médullaire qui environnent l'anus & la vulve, ni de la baſe de la moëlle allongée, ni enfin de la ſubſtance corticale du cerveau, puiſque ces ſubſtances peuvent être altérées, détruites ou enlevées ſans aucune léſion dans les fonctions de l'ame.

L'excluſion de toutes les parties du cerveau & du cervelet, que nous venons de citer, ne nous force-t-elle pas d'établir le ſiége de l'ame & de ſes fonctions dans le corps calleux, qui eſt la ſeule partie de ce viſcere à laquelle nous n'avons pas donné d'excluſion. Cette opinion, adoptée par des Auteurs d'une grande réputation, mais qui n'avoit été juſqu'ici appuyée que ſur des ſoupçons & ſur de ſimples conjectures, & dont nous venons au contraire de donner une eſpece de démonſtration indirecte, peut encore être confirmée par des obſervations & des expériences directes, & qu'il ſeroit difficile de conteſter. En voici une de cette eſpece.

Huitiéme Obſervation, ancienne.

Un homme de 32 ans avoit commencé un an avant ſa mort à avoir par intervalles des abſences, & à *varier;* il étoit ſujet à des peſanteurs de tête & à des étourdiſſements très-conſidérables, qui n'étoient pas continuels; il avoit des jours entiers de relâche; dans ſes bons moments il conſervoit toute ſa mémoire, mais au bout de ſix mois il la perdit totalement; quelque temps après, ſes abſences & ſes *variations* tournerent en aſſoupiſſements très-conſidérables, ſes ſens s'affoiblirent peu-à-peu, il en perdit entiérement l'uſage, & tomba dans un aſſoupiſſement léthargique dans lequel il mourut.

Nous trouvames la partie ſupérieure du corps calleux preſqu'entiérement détruite par une lymphe épaiſſie & à demi-ſuppurée; la portion reſtante de ce corps étoit méconnoiſſable par le deſordre & la confuſion qui y regnoient *(i)*;

(i) Un Payſan eſt bleſſé au coronal derriére la paupiére ſupérieure de l'œil gauche; le ſeptiéme jour la plaie paroît tout-à-fait cicatriſée; dans le temps qu'on le croit guéri, il tombe dans un grand aſſoupiſſement qui augmente pendant quelques jours, & qui lui ôte l'uſage de la raiſon & de tous les ſens; il meurt, on trouve toute la ſubſtance du cerveau qui couvre les ventricules, entiérement tournée en pus*. Il n'eſt pas poſſible que le corps calleux eût échappé à un pareil deſordre.

* *Sepulc. Anat. Bonet. obſ. 38. p. 160. t. I. Cr. Hortius, tom. 11. lib. 2. obſ. 4.*

le reste du cerveau étoit comme à l'ordinaire, excepté que ses vaisseaux étoient plus pleins de sang qu'ils n'auroient dû l'être; nous en avons cependant trouvé de plus gonflés encore à des personnes qui n'ont pas eu le moindre des accidents qu'avoit l'homme qui fait le sujet de cette observation; il est donc raisonnable d'attribuer ces accidents au desordre qu'on a trouvé dans le corps calleux, & c'est ce qui va être encore confirmé par l'observation qui suit.

Neuviéme Observation, ancienne.

Un homme de 50 ans perdit la mémoire deux ans avant sa mort, & fut sujet alors à de légeres pesanteurs de tête & à des étourdissements peu considérables; il avoit de temps en temps des douleurs de tête très-vives; dans la force de la douleur, il ne pouvoit raisonner, & lorsqu'il en sortoit, sensible uniquement aux objets présents, il ne pouvoit se rappeller ce qui lui étoit arrivé la veille ou le jour même, & il ne se ressouvenoit pas mieux de ce qui lui étoit arrivé dans sa jeunesse; peu-à-peu les pesanteurs de tête & les étourdissements tournerent en assoupissements; quelques mois après, l'assoupissement augmenta, les sens s'affoiblirent, & enfin le malade en perdit entiérement l'usage. Durant le cours de ces accidents il avoit été sujet de temps en temps à des mouvements d'épilepsie qui duroient une heure entiére; il étoit aussi plusieurs fois tombé dans le délire.

Après sa mort nous trouvames dans la portion de l'hémisphere droit du cerveau qui répondoit à la hauteur de l'union de la suture sagittale avec la coronale, un abcès formé par une suppuration crue, de la nature des matiéres froides; cet abcès plongeoit dans le corps calleux, une très-grande partie de cette substance médullaire n'étoit plus blanche ni ferme comme elle auroit dû l'être, elle étoit *blafarde* & sans consistance; le dérangement s'étendoit jusqu'à la croute médullaire qui va du corps calleux aux couches des nerfs optiques & derriére les corps cannelés; le côté droit du corps calleux étoit plus altéré que le gauche *(k)*, mais il

(k) Un Soldat, âgé de 30 ans, & sujet au vin, se blesse plusieurs fois de suite au sommet de la tête; il se plaint des douleurs qu'il sent dans cette partie, tombe dans l'imbécillité, & périt dans les convulsions;

n'y avoit point de paralyſie. Le rapport qu'il y a entre les dérangements du cerveau dont nous avons parlé dans les deux derniéres obſervations, & qui ont été ſuivis à peu-près des mêmes accidents, ne nous conduit-il pas à penſer que c'eſt dans le corps calleux que l'ame exerce ſes fonctions, & que ce corps eſt le ſiége du ſentiment ? Mais voici une obſervation bien plus ſinguliére, & qui confirme les deux précédentes.

Dixiéme Obſervation, ancienne.

Un jeune homme de 16 ans fut bleſſé d'un coup de pierre au haut & au devant du pariétal gauche ; l'os fut contus & ne parut point fêlé ; il ne ſurvint point d'accidents juſqu'au vingt-cinquiéme jour, ce qui fit qu'on n'eut en vûe dans les panſements que de procurer l'exfoliation de l'os; le malade commença alors à ſentir que l'œil droit s'affoibliſſoit, & qu'il étoit peſant & douloureux, ſur-tout lorſqu'on le preſſoit ; au bout de trois jours il perdit la vûe de cet œil ſeulement ; il perdit en même temps l'uſage preſqu'entier de tous les ſens, & il tomba dans un aſſoupiſſement & un affaiſſement abſolu de tout le corps. On fit des inciſions, on découvrit une très-légere fêlure à la table extérieure ; on fit trois trépans ; la dure-mere fut débarraſſée de quelques eſquilles de la table interne qui la preſſoient ; la durée des accidents, un peu de lividité & la grande molleſſe de la dure-mere déterminerent à l'ouvrir. Parmi environ 3 onces $\frac{1}{2}$ de matiére fort épaiſſe & de mauvaiſe qualité il ſortit quelques flocons de la propre ſubſtance du cerveau. La quantité de matiére que fournit l'abcès nous fit penſer qu'il devoit avoir environ le volume d'un œuf de poule, & on jugea par la direction d'une ſonde applatie & arrondie par le bout en forme de champignon, qu'on nomme *Meningophylax*, auſſi-bien que par la profondeur de l'endroit où cette ſonde pénétroit, que, lorſqu'on l'abandonnoit légerement, elle étoit ſoûtenue par le corps calleux, à côté de la faux. Dès que le pus qui peſoit

on trouva dans ſa tête, ſous le côté gauche de la fontanelle, un abcès de la groſſeur d'un œuf d'oie, & un autre de la groſſeur d'un œuf de pigeon, qui fournirent un pus vert très-puant *. Ce pus ne pouvoit avoir ſéjourné ſans avoir preſſé le corps calleux, & l'avoir altéré.

* *Ephémér. d'Allemagne, D. II. An. VI. obſerv. 74. page 163.*

fur le corps calleux fut vuidé, l'aſſoupiſſement céſſa, la vûe & la liberté des ſens revinrent; les accidents recommençoient à meſure que la cavité ſe rempliſſoit d'une nouvelle ſuppuration, & ils diſparoiſſoient à meſure que les matiéres ſortoient; l'injection produiſoit le même effet que la préſence des matiéres; dès que j'en rempliſſois la cavité, le malade perdoit la raiſon & le ſentiment, & je lui redonnois l'un & l'autre en pompant l'injection par le moyen d'une ſeringue. Je crus appercevoir pluſieurs fois qu'en abandonnant ſur le corps calleux le Meningophylax à ſon propre poids, les accidents ſe renouvelloient, & qu'ils diſparoiſſoient dans l'inſtant que je le retirois. Au bout de deux mois le jeune homme fut parfaitement guéri, il eut la tête entiérement libre, & ne reſſentit plus la moindre incommodité, quoiqu'il eût perdu une portion très-conſidérable de la ſubſtance du cerveau *(l)*.

Cette obſervation confirme les précédentes, comme nous l'avions annoncé, & elle établit le ſiége du ſentiment dans le corps calleux.

Mais peut-on raſſembler trop de preuves pour porter la lumiére dans la diſcuſſion d'une matiére ſi obſcure? Voici encore une obſervation qui n'a pas été ſi heureuſe pour le malade, mais qui ne prouve pas moins que le corps calleux eſt le ſiége des fonctions de l'ame.

Onziéme Obſervation, nouvelle.

Un enfant de 8 ans reçut par une chûte un coup au pariétal droit, à côté de la fontanelle. L'os fut conſidérablement fracturé; on eut recours au trépan, & quoique les eſquilles qui preſſoient la dure-mere euſſent été enlevées par cette opération, l'enfant eut toûjours les mêmes accidents que le jeune homme dont nous venons de parler; la

(l) Un homme fut bleſſé au ſommet de la tête par un inſtrument de fer qui étoit pointu, & qui y étoit entré perpendiculairement, ce qui donna lieu à un abcès ſitué à la partie ſupérieure du cerveau; la matiére que cet abcès contenoit ne pouvant ſe vuider, il arriva un accident d'épilepſie avec une roideur de membres, & il ſurvint enſuite un tremblement; on tint quelque temps le malade ſuſpendu par les pieds, la tête en bas, l'abcès ſe vuida, l'accident finit, la raiſon & l'uſage des ſens revinrent, & le malade guérit *. Cette façon de vuider le pus n'eſt pas ſi commode que celle de la ſeringue que j'ai employée.

* *Schenckii obſerv. 4. pag. 19.*

dure-mere ne parut que légerement altérée; cependant l'assoupissement continuel d'où on ne pouvoit tirer le malade qu'en le secouant rudement, & dans lequel il se replongeoit dans le moment, & la durée des accidents me déterminerent à ouvrir la dure-mere, parce que je soupçonnois un épanchement dans le cerveau, tel que celui que j'avois trouvé dans le cas précédent; mais n'ayant apperçu aucun épanchement sous la dure-mere, & la surface du cerveau n'ayant paru altérée en aucune façon, je ne poussai pas plus loin mon opération. L'enfant mourut au bout de trois mois, ayant totalement perdu pendant le dernier mois l'usage de tous les sens & de la raison.

Après la mort je trouvai dans la substance du cerveau, à un demi-pouce de profondeur, sous l'incision que j'avois faite à la dure-mere, un abcès qui des deux côtés avoit altéré une assés grande étendue de la surface externe du corps calleux; le côté droit étoit plus altéré que le gauche. Je m'apperçus alors, mais trop tard, que si lorsque j'avois ouvert la dure-mere, j'avois plongé, comme j'en avois eu en effet le dessein, une lancette dans le lieu où j'avois soupçonné un abcès dans le cerveau, j'aurois peut-être sauvé la vie à cet enfant; ce qui fait voir que ces observations ne sont pas simplement curieuses, mais qu'elles peuvent être outre cela très-utiles.

Il résulte de ces observations que la perte du sentiment & de la raison doit être attribuée au vice du corps calleux; mais nous avons seulement prouvé que les vices de la partie supérieure ou extérieure de la substance calleuse étoient souvent la cause de ces dérangements: nous allons voir qu'une altération beaucoup plus légere ou une simple pression dans la face interne & antérieure de cette substance entraîne constamment & plus rapidement les mêmes desordres.

Douzième Observation, nouvelle.

Un homme de 60 ans sentit vers l'intérieur du côté gauche de la tête une douleur vive & subite, dont il se plaignit par un grand cri; il perdit connoissance, elle lui revint bien-tôt après: à mesure que la connoissance revenoit, il s'appercevoit d'une foiblesse dans les membres du côté droit, à laquelle succéda une vraie paralysie, du même côté seulement; la

paralysie devint parfaite; le malade perdit ensuite peu-à-peu l'usage des sens internes; il traîna deux ou trois jours, au bout desquels il mourut. On lui fit dans ce court espace de temps plusieurs saignées, on lui donna l'émétique & les autres remedes indiqués pour cette espece de maladie. A l'ouverture du cerveau nous découvrimes un caillot de sang gros comme un œuf de pigeon, situé dans le corps cannelé gauche; la base de ce caillot de sang étoit large; il s'élevoit de façon qu'une grande partie de la face interne, moyenne & antérieure du corps calleux en étoit comprimée. Dans ce cas le corps calleux étoit pressé dans sa surface interne ou inférieure, au lieu que dans les cas précédents il l'étoit dans sa partie supérieure ou extérieure.

Un homme de 25 ans se plaignit d'une douleur intérieure & vive, répondant au côté droit du devant de la tête, sur lequel il porta d'abord la main; la douleur ne fut vive qu'un instant; elle devint supportable, & dura une demi-heure; au bout de ce temps-là le malade perdit successivement l'usage de tous les sens; le sentiment s'émoussa au point qu'après une heure son corps fut réduit au seul mouvement du cœur & de la respiration; celui du cœur étoit fort foible, & celui de la respiration fort gêné; on n'eut le temps de saigner qu'une seule fois; les esprits ne purent être ébranlés par les remedes les plus actifs qu'on puisse employer dans ces occasions, & le malade mourut au bout de trois heures. *Treiziéme Observation, nouvelle.*

L'ouverture du cadavre nous découvrit un caillot de sang fort dur, de la grosseur & de la figure d'un œuf de poule, situé à la partie moyenne inférieure du lobe antérieur de l'hémisphere droit du cerveau, & qui répondoit à l'endroit où le malade avoit porté la main; la partie antérieure, inférieure & latérale droite du corps calleux étoit prodigieusement applatie par la pression extraordinaire de ce corps étranger; il n'y avoit pas le moindre vice apparent dans le reste du cerveau.

Un homme de 40 ans se plaignit d'une douleur de tête vive & subite au côté droit, à peu-près au même endroit *Quatorziéme Observation, nouvelle.*

que nous avons indiqué dans l'obſervation précédente; il eut ſur le champ une paralyſie aux pieds, aux jambes & aux cuiſſes du côté gauche, qui l'empêcha de ſe ſoûtenir; la paralyſie s'étendit enſuite peu-à-peu juſqu'aux bras du même côté; il perdit la connoiſſance; on la lui redonnoit quelquefois en le ſecouant très-fort; il vécut quatre jours; le dernier jour la paralyſie du côté gauche fut parfaite auſſi-bien que l'abolition des ſens; le corps cannelé droit parut beaucoup plus élevé que le gauche, ſans qu'il fût extérieurement entamé: en l'ouvrant, on y trouva un caillot de ſang plus dur & plus épais dans la partie antérieure que dans la poſtérieure. Il y a lieu de croire que la léſion du corps cannelé avoit donné lieu à la paralyſie, & que l'élévation du caillot de ſang, en preſſant la face interne du corps calleux, avoit été cauſe de la perte des ſens, dont l'uſage ſubſiſte malgré la deſtruction des corps cannelés, comme nous l'avons déja démontré.

Je finirai par deux obſervations que j'ai faites à peu-près dans le même temps ſur deux hommes âgés d'environ 40 ans, leſquels après avoir ſouffert pendant quelques jours d'une douleur gravative ſur le devant de la tête, y ſentirent ſubitement un élancement vif vers la partie latérale gauche, & qui répondoit au milieu de la ſuture qui joint l'os coronal avec le pariétal. Ils perdirent l'un & l'autre peu-à-peu la connoiſſance, & tomberent dans un aſſoupiſſement léthargique; on leur fit de grandes ſaignées, ils furent purgés avec l'émétique, on leur donna des remédes ſpiritueux; malgré ces ſecours, l'un d'eux mourut le 3.me jour ſans être ſorti de ſa léthargie.

Quinziéme Obſervation, nouvelle.

On trouva à celui-ci, entre le corps cannelé gauche & le corps calleux, un gros caillot de ſang ſec, dur & d'un rouge vif, qui preſſoit la face interne latérale gauche du corps calleux; il n'y eut point de ſéroſité dans les ventricules du cerveau.

La connoiſſance commença à revenir au ſecond au bout de trente-ſix heures de ſon accident, mais peu-à-peu, ainſi qu'il l'avoit perdue; cependant malgré la continuation des remedes, & contre l'eſpérance de guériſon qu'avoit donnée le

retour

retour de la connoiſſance, le malade mourut le 5.me jour.

On vit à ce dernier, entre le corps cannelé & le corps calleux, un caillot de ſang plus petit que celui qu'on avoit trouvé à l'autre; les ventricules antérieurs du cerveau étoient pleins d'une liqueur ſemblable à celle que fourniſſent certaines ſaignées après leſquelles, les parties rouges du ſang ſe rapprochant les unes des autres, & laiſſant échapper la ſéroſité, il ſe forme ainſi un caillot dont le volume eſt très-petit par rapport à la quantité de ſang qui eſt ſortie du vaiſſeau. Il y a lieu de croire que le caillot placé à l'endroit que nous avons dit, avoit fourni cette ſéroſité, & avoit à proportion diminué de volume. N'eſt-il pas outre cela vraiſemblable que dans ces deux derniers cas la preſſion que le corps calleux ſouffroit par la préſence des deux caillots de ſang fut cauſe de la perte de la raiſon? Dans le premier cette faculté ne ſe rétablit point, parce que le caillot de ſang s'étoit durci ſans ſe fondre, & qu'ayant conſervé ſon volume, il avoit continué de preſſer également le corps calleux juſqu'à la mort; au lieu que dans le ſecond le caillot s'étant en partie fondu, & ayant diminué de volume au bout de trente-ſix heures, il ceſſa de gêner le corps calleux, & ce fut ſans doute la liberté de cet organe qui rendit la raiſon au malade, & qui la lui fit conſerver juſqu'à la mort.

Seizième Observation, nouvelle.

De toutes ces obſervations il paroît qu'on peut conclurre que le corps calleux eſt le ſiége des fonctions de l'Ame.

Cette opinion eſt encore appuyée d'un grand nombre d'autres faits répandus dans les écrits de divers Obſervateurs *(m)*. Enfin je n'ai jamais vû ni lu dans aucun Auteur que, le

(m) « Un homme avoit la ſubſtance du cerveau & du cervelet » molle & fort imbibée d'eau, beaucoup d'eau épaiſſe & ſanguinolente, » ou du ſang noir & caillé, répandus » dans tous les ventricules; de-là venoit » qu'il étoit comme hébété, & le plus ſouvent aſſoupi* ». C'étoient apparemment les caillots des ventricules antérieurs du cerveau, qui, en preſſant la face interne du corps calleux, rendoient l'homme comme hébété, & le jettoient le plus ſouvent dans l'aſſoupiſſement.

On ouvrit un Baron Italien, qui étoit mort après avoir été hébété pendant long temps, & ſans avoir donné aucune marque de raiſon dans ſes

* *Académie Royale des Sciences, année 1704, page 26.*

corps calleux étant lézé, les fonctions de l'Ame n'ayent été abolies & le sentiment éteint, ou au moins que ces fonctions n'ayent été plus ou moins altérées. Ce sont donc de nouveaux préjugés bien favorables, & peut-être même des preuves directes suffisantes pour établir le siége des fonctions de l'Ame dans le corps calleux.

actions; on trouva une tumeur dure dans le cerveau au dessus du corps calleux [b].

Un Gentilhomme eut pendant deux ans l'esprit aliéné; il devint ensuite hébété; il ne demandoit point de nourriture, & il n'en prenoit point qu'il n'y fût forcé; il dormoit continuellement, & si on l'interrogeoit, il répondoit par des mots sans suite; il mourut au bout de 6 mois; on trouva, en séparant les deux hémisphéres du cerveau, une tumeur ronde sur le corps calleux, de la grosseur d'une pomme médiocre, qui ressembloit à une glande schirreuse, charnue & fungueuse [c], &c.

Un Prêtre devint subitement imbécille, & mourut bien-tôt après d'apoplexie; on trouva au dessus du corps calleux quelques vessies rondes, blancheâtres, pleines d'une humeur pituiteuse [d].

Un Maréchal reçut un coup de pied de cheval au bas du coronal; il tomba dans un grand assoupissement, & perdit presqu'entiérement la raison; il arrachoit l'appareil de sa plaie, il se levoit, il se blessoit, & enfin il mourut; on lui ouvrit la tête; on trouva un abcès dans les ventricules, qui causoit sans doute l'assoupissement & la perte de la raison, & c'étoit apparemment par la pression du pus contre l'intérieur du corps calleux [e].

Un enfant de 6 ans reçut un coup de pistolet à la tête; il vécut 18 jours pendant lesquels il perdit par la plaie une prodigieuse quantité de la substance du cerveau; il continua néanmoins à avoir comme auparavant l'usage du sentiment & de la raison; quelques heures avant sa mort il tomba en léthargie sans perdre entiérement la connoissance, & sans cesser de répondre aux questions qu'on lui faisoit. On l'ouvrit; la portion de cerveau qu'on trouva, n'étoit que de la grosseur d'un petit œuf. L'auteur de l'observation [f] remarque qu'on peut conclurre de-là « que toute la substance du cerveau n'est pas aussi importante qu'on « le croit, & que l'ame, qui doit résider « dans la partie la plus solide de ce « viscere, ne reçoit point d'atteinte « du dérangement de toutes les parties « qui étoient sorties ». *D. Billotius in Zodiaco Medic. Gall. pag. 181. anno 1676. D. Billotius 3 Janv. 1676.*

[b] *Observ. 29. pag. 163. Sepulc. Anat. Bonet. tom. 1 Vid. Histor. integr. Tit. de mentis læsione.*

[c] *Sepulc. Anat. Bonet. tom. 1. obs. 4. p. 256. Platerus observationum lib. 1. pag. 13.*

[d] *Sepulc. Anat. Bonet. tom. 1. obs. 12. p. 259. Dom. Panarolus, part. 1, observ. 17.*

[e] *Manget. Bibliot. Chirurg. Corn. Stalpart. Vander Wiel.*

[f] *M. Bilot Chirurgien-Juré de Bordeaux.*



FORMULE SUR LES ECHELLES ARITHMETIQUES.

Par M. DE BUFFON.

TOUT nombre dans une Echelle donnée, peut être exprimé par une suite

$$ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + dx^{n-3} +, \&c.$$

x repréſente la Racine de l'Echelle arithmétique, n la plus haute puiſſance de cette Racine, ou, ce qui eſt la même choſe, le nombre des places moins 1. a, b, c, d, ſont les coëfficients, ou les ſignes de la quotité. Par exemple, 1738 dans l'Echelle décimale donnera $x = 10$, $n = 4 - 1 = 3$, $a = 1$, $b = 7$, $c = 3$, $d = 8$; en ſorte que

$$ax^n +, bx^{n-1} +, cx^{n-2} +, dx^{n-3} \text{ ſera}$$
$$1.10^3 + 7.10^2 + 3.10^1 + 8.10^0 =$$
$$1000 + 700 + 30 + 8 = 1738.$$

L'expreſſion de ce même nombre dans une autre Echelle arithmétique ſera

$$n(x \pm y)^v + p(x \pm y)^{v-1} + q(x \pm y)^{v-2} + r(x \pm y)^{v-3} \&c.$$

y repréſente la différence de la Racine de l'Echelle propoſée, & de la Racine de l'Echelle demandée; y eſt donc donnée, auſſi-bien que x. On déterminera v, en faiſant le nombre propoſé $ax^n +, bx^{n-1} +, cx^{n-2} +, dx^{n-3}$ &c. égal $(x \pm y)^v$ ou $A = B^v$; car en paſſant aux logarithmes, on aura $v = \frac{lA}{lB}$. Pour déterminer les coëfficients $m, p, q, r,$

il n'y aura qu'à diviſer le nombre propoſé A par $(x \pm y)^v$, & faire m égal au quotient en nombres entiers; enſuite diviſer le reſte par $(x \pm y)^{v-1}$, & faire p égal au quotient en nombres entiers ; & de même diviſer le reſte par $(x \pm y)^{v-2}$, & faire q égal au quotient en nombres entiers, & ainſi de ſuite juſqu'au dernier terme.

Par exemple, on demande l'expreſſion dans l'Echelle arithmétique quinaire du nombre 1738 de l'Echelle dénaire $a = 10$, $y = -5$, $A = 1738$, $B = 5$, donc $v = \frac{Log.\ 1738}{Log.\ 5} = \frac{3.2400498}{0.6989700} = 4$ en nombres entiers. Je diviſe 1738 par 5^4, ou 625, le quotient en nombres entiers eſt $2 = m$, enſuite je diviſe le reſte 488 par 5^3, ou 125, le quotient en nombres entiers eſt $3 = p$, & de même je diviſe le reſte 113 par 5^2, ou 25, le quotient en nombres entiers eſt $4 = q$, & diviſant encore le reſte, 13 par 5^1, le quotient eſt $2 = r$, & enfin diviſant le dernier reſte 3 par $5^0 = 1$, le quotient eſt $3 = s$; ainſi le nombre 1738 de l'Echelle dénaire ſera 23423 dans l'Echelle arithmétique quinaire.

On demande l'expreſſion du même nombre 1738 de l'Echelle dénaire dans l'Echelle arithmétique duodénaire $a = 10$, $y = 2$, $A = 1738$, $B = 12$, donc $v = \frac{Log.\ 1738}{Log.\ 12} = \frac{3.2400498}{1.0791812} = 3$ en nombres entiers. Je diviſe 1738 par 12^3, ou 1728, le quotient en nombres entiers eſt $1 = m$; enſuite je diviſe le reſte 10 par 12^2, le quotient en nombres entiers eſt $0 = p$, & de même je diviſe ce reſte 10 par 12^1, le quotient en nombres entiers eſt encore $0 = q$, & enfin je diviſe encore ce reſte 10 par 12^0, le quotient eſt $10 = r$; le nombre 1738 de l'Echelle dénaire ſera donc $100k$ dans l'Echelle duodénaire, en ſuppoſant que le caractere k exprime 10.

Si l'on veut avoir l'expreſſion de ce nombre 1738 dans l'Echelle arithmétique binaire, on aura $y = 8$, $B = 2$, $v = \frac{Log. 1738}{Log. \ 2} = \frac{3.2400498}{0.3010300} = 10$ en nombres entiers. Je diviſe 1738 par 2^{10}, ou 1024, le quotient $1 = m$, puis je diviſe le reſte 714 par 2^9, ou 512, le quotient $1 = p$; de même je diviſe le reſte 202 par 2^8, ou 256, le quotient $0 = q$; je diviſe encore ce reſte 202 par 2^7, ou 128, le quotient $1 = r$; de même le reſte 74 diviſé par 2^6, ou 64, donne $1 = s$, & le reſte 10 diviſé par 2^5, ou 32, donne $0 = t$, & ce même reſte 10 diviſé par 2^4, ou 16, donne encore $0 = u$; mais ce même reſte 10 diviſé par 2^3, ou 8, donne $v = 1$, & le reſte 2 diviſé par 2^2, ou 4, donne $w = 0$; mais ce même reſte 2 diviſé par 2^1, donne $u = 1$, & le reſte 0 diviſé par 2^0, ou 1, donne le quotient $z = 0$. Donc le nombre 1738 de l'Echelle dénaire ſera 11011001010 dans l'Echelle binaire; il en ſera de même de toutes les autres Echelles arithmétiques.



OBSERVATIONS SUR LA RÉUNION DES FRACTURES DES OS.

Second Mémoire.

Par M. DU HAMEL.

DEPUIS la lecture du Mémoire où j'examinois comment se faisoit la réunion des os rompus dans les animaux vivants, ou, ce qui est la même chose, comment se formoit le cal qui opere cette réunion, j'ai eu occasion de faire quelques expériences qui ont rapport aux différentes propositions que j'ai établies dans ce Mémoire.

La plûpart de ces observations ne serviront à la vérité qu'à faire voir que les accidents qui accompagnent les fractures, s'expliquent souvent très-naturellement par les principes que j'ai établis dans mon premier Mémoire. Il faut avouer que des preuves de ce genre auroient bien peu de force si elles étoient seules, mais elles en acquiérent quand on ne les emploie que pour en étayer d'autres qui, exactement parlant, pourroient s'en passer. Ce ne sont cependant pas des preuves surabondantes, car en Physique on en a rarement autant qu'on desireroit.

Je dis dans le Mémoire que je viens de citer, que le périoste se tuméfioit sur les fractures, & pour faire sentir que cette observation n'avoit rien d'opposé à ce qui arrive le plus communément, je fis remarquer que les parties membraneuses qui sont de la nature des aponévroses & des tendons, se tuméfioient ordinairement lorsqu'elles avoient souffert quelqu'irritation, & je rapportai l'exemple des bosses qui viennent à la tête ou à l'os des jambes lorsqu'on s'y est heurté.

J'ai depuis remarqué des personnes qui avoient des grosseurs ou des bosses au front ou aux jambes, & plusieurs m'ont

assûré que c'étoit les restes de quelques coups violents qu'elles avoient reçus dans leur jeunesse.

J'ai manié ces bosses, qu'on auroit prises pour des loupes naissantes, & il m'a paru qu'elles ne résidoient pas seulement dans les parties molles, mais qu'il y avoit en ces endroits une éminence à l'os du front ou au *tibia.*

J'en ai parlé à plusieurs Anatomistes qui m'ont assûré qu'il n'étoit pas rare de trouver de ces éminences sur les os que je viens de nommer.

On sçait donc que les coups de tête qui sont assés violents pour produire une contusion au périoste, mais qui ne le paroissoient pas assés pour endommager l'os, sont toûjours suivis d'une tumeur, que quelquefois cette tumeur ne se dissipe pas entiérement, & qu'il reste sur l'os contus une éminence osseuse.

N'est-il pas naturel de penser, après ce qui a été dit dans mon précédent Mémoire, que le périoste s'étant tuméfié à l'occasion d'un coup, il y a quelques lames qui se sont ossifiées comme il s'en ossifie sur les fractures, & que ce sont ces lames qui produisent les éminences osseuses dont je parle?

Quand un enfant s'est violemment frappé à la tête, on a coûtume d'envelopper un morceau de plomb dans un linge, & de l'appuyer fortement sur la contusion par le moyen d'un bandage.

Si l'on prend cette précaution avant que la bosse soit bien formée, on en arrête le progrès.

Cette précaution que les Nourrices ont accoûtumé de prendre, me fournit l'occasion de rapporter une observation singuliére qui a été faite pendant que j'étois à Rochefort, par M. de la Haye Chirurgien Aide-major de la Marine, & Démonstrateur d'Anatomie dans ce Port.

Dans la vûe de vérifier ce que j'avois dit sur la réunion des fractures, M. de la Haye cassa la jambe à plusieurs Pigeonneaux, & en fit la réduction, mais il y en eut un dont il assujettit le membre rompu avec deux atelles qu'il avoit creusées avant que de faire la rupture, de façon qu'elles

comprimoient exactement & dans toutes ses parties le membre affligé; huit jours après la rupture il tua ce Pigeonneau pour examiner en quel état étoit sa jambe, j'assistai à la dissection qu'il en fit, & nous fumes surpris de ne trouver aucunes tumeurs au périoste, ni aucune disposition à la réunion, tout étoit dans le même état que si le membre avoit été rompu dans l'instant.

Il est naturel de penser que c'est l'exacte compression qui avoit empêché le périoste de se tuméfier, & qui avoit en même temps retardé la formation du cal, & cette idée est d'autant plus vraisemblable que nous examinames sur le champ d'autres Pigeonneaux auxquels M. de la Haye avoit rompu les os dans le même temps, & auxquels on avoit fait la réduction sans la précaution que je viens de rapporter, & nous trouvames le périoste tuméfié sur le lieu de la fracture, & le cal qui commençoit à se former, précisément comme je l'ai rapporté dans mon premier Mémoire.

Une forte compression qui peut être employée utilement pour remédier aux bosses qui viennent à la tête, lorsqu'on s'y est frappé, est donc capable pour la même raison d'empêcher la tuméfaction du périoste, & de retarder la formation du cal, c'est un fait qu'il est bon de ne pas ignorer.

J'avoue néanmoins que je n'avance ceci qu'après une seule expérience, que je n'ai pas encore été à portée de répéter.

J'avois déja remarqué dans mon premier Mémoire, qu'on couroit risque de faire tomber le membre rompu en gangrenne quand on serroit trop l'appareil; & ce que je viens de dire peut faire craindre qu'une compression trop forte n'empêche la formation du cal.

On convient qu'on n'applique les bandages sur les fractures, que pour assujettir le membre dans la situation où on l'a mis par la réduction.

Les fractures du crâne qui se réunissent sans le secours d'aucun bandage, en sont une preuve. Voici quelques observations connues de M.rs Dupuis, Médecins de la Marine à Rochefort, & de tous les Chirurgiens de ce département, qui

qui prouvent que des fractures considérables se peuvent réunir sans le secours d'aucun bandage.

Premiére Observation.

Nicolas Mulot, Matelot de Caen, embarqué sur le Bateau *la Providence,* commandé par Jean Guillebert, fut apporté à l'Hôpital. Il avoit une fracture complète au tibia & au péronée de la jambe droite; le lieu de la fracture étoit à la partie inférieure proche la partie moyenne, elle avoit été occasionnée par un grapin qui en échappant, lui avoit donné contre la jambe : il est aisé de juger qu'il y avoit contusion & gonflement.

M. de la Haye fit la réduction avec une machine de son invention, qui fait l'extension & la contr'extension, & qui restant attachée au membre malade, le tient dans une extension modérée jusqu'à ce que la réunion soit parfaite.

Lorsque la réduction fut faite, M. de la Haye mit pour tout appareil une compresse simplement assujettie, sans être serrée par une bande qui avoit tout au plus deux aunes de longueur. Il diminua alors l'extension, qu'il conserva seulement assés forte pour contrebalancer l'effort des muscles. Le malade ne souffrant pas trop, on ne leva l'appareil qu'au bout de douze jours; le Chirurgien-major qui y étoit présent, trouva tout en si bon état, qu'il doutoit que les os eussent été fracturés.

Le 30.me jour M. de la Haye ôta la machine, & tout étoit dans l'état naturel, excepté à la face postérieure du tibia où il y avoit une grosseur, qu'on dissipa par une petite compresse, épaisse néanmoins, qu'on assujettit un peu fortement sur la tumeur.

Il commença à marcher au bout de quarante jours, néanmoins il ne sortit de l'Hôpital que le 22 Mai, n'ayant pas trouvé d'occasion de le renvoyer chés lui.

Seconde Observation.

Un Matelot fut apporté à l'Hôpital de Rochefort avec

une fracture au bras, accompagnée d'une contusion considérable faite par un auban, qui en échappant du haut du mât lui tomba sur le bras.

On mit après la réduction un appareil convenable à la partie malade, ayant eu attention que le bandage ne fût pas trop serré; mais le gonflement ayant augmenté, & s'étant étendu à tout l'avant-bras jusqu'au bout des doigts, on lâcha encore plus le bandage; le lendemain le gonflement étoit encore augmenté, & il paroissoit des flictaines livides; pour lors M. de la Haye se détermina à ôter tout-à-fait le bandage pour mettre sur la partie un cataplasme résolutif arrosé d'eau-de-vie camphrée. Il est bon de remarquer que toutes les fois qu'on le pansoit, on étoit obligé de lever le bras, mais ensuite on le couchoit sur un oreiller bien étendu, le malade avoit toute l'attention qu'il falloit pour ne point changer la situation de son bras, aussi a-t-il guéri parfaitement.

TROISIÉME OBSERVATION.

J'ai vû quelque chose de plus singulier, quoique le même fait soit arrivé plusieurs fois, c'est une Chienne qui se rompit la cuisse en tombant d'un premier étage par une fenêtre, elle a pendant plusieurs jours traîné sa jambe derriére elle; plusieurs fois même en descendant le degré, la jambe malade tomboit de marche en marche, comme si c'eût été un morceau de linge; au bout de quelques jours les muscles reprirent leur action, & au lieu de laisser traîner sa jambe, elle la troussoit, & marchoit à trois pattes.

Malgré ces accidents & sans le secours d'aucun bandage sa cuisse s'est guérie, & je l'ai fait voir à M. Ferrein, se tenant sur ses jambes de derriére presqu'aussi bien qu'elle le faisoit auparavant, & le cal est si petit qu'on a peine à distinguer la jambe qui a été rompue.

Je n'allegue pas les faits que je viens de rapporter, dans la vûe de prétendre qu'il ne faut point assujettir les membres rompus par aucun bandage, loin de cela, je crois que les bandages bien faits sont presque toûjours les seuls moyens

qu'on puiſſe employer pour aſſujettir les membres rompus dans la ſituation où on les a mis par la réduction, attention qui eſt beaucoup plus importante pour l'Homme & pour les autres animaux qui croiſſent lentement, que pour ceux qui, comme les Chiens, ont acquis toute leur crûe en moins d'un an ; car ſûrement la régénération des os ſe fait plus promptement dans ceux-ci que dans les autres. Mais je penſe qu'on doit éviter autant qu'on le peut, de trop comprimer l'endroit de la fracture, juſqu'à ce que la tumeur du périoſte ſe ſoit bien formée ; car quand cette tumeur commence à s'oſſifier, & qu'elle diminue de groſſeur, alors on peut comprimer un peu plus le lieu de la fracture, car il m'a paru que le cal en devenoit plus uni & moins gros.

De bons Praticiens recommandent à la vérité de ne pas trop ſerrer l'appareil, & n'emploient que des atelles de carton au lieu des atelles de bois qu'on employoit autrefois; leur intention eſt de ne point interrompre la circulation par une compreſſion trop forte, ce qui feroit tomber le membre en ſphacel ; ainſi c'eſt toute la longueur du membre affligé qu'ils recommandent de ne point trop comprimer : ils ont bien raiſon, mais ſi une trop forte compreſſion empêche la formation du cal, il faut de plus faire ſon poſſible pour que le lieu de la fracture ſoit le moins comprimé qu'il eſt poſſible ; la Machine de M. de la Haye eſt bien propre à remplir cette intention pour les fractures de la jambe & de la cuiſſe, & on en imaginera pour les autres parties quand on ſera bien perſuadé de ſon utilité.

En m'entretenant ſur cette matiére avec M. Hunauld, il me fit remarquer qu'Hippocrate recommande de ne pas beaucoup ſerrer l'appareil immédiatement après la réduction, mais de le ſerrer davantage quelques jours après. Il eſt probable que ce grand Médecin ne ſçavoit pas ce que la compreſſion pouvoit produire à l'égard du périoſte, mais cet excellent Obſervateur avoit ſûrement remarqué que cette précaution étoit avantageuſe.

La Motte recommande de ne point trop ſerrer le bandage

Traité complet de Chirurgie de la Motte, t. 3. p. 298.

pour éviter les douleurs, & que le membre ne tombe en mortification; mais il dit que si l'appareil est trop lâche, la matiére du calus s'éleveroit trop au dessus de la fracture. Après ce que j'ai dit, on voit bien qu'on préviendra cet inconvénient, en serrant l'appareil lorsque le périoste sera tuméfié & avant qu'il soit endurci.

Je reviens au Pigeonneau de M. de la Haye, il ne s'étoit donc point formé de tumeur sur la fracture, mais il y en avoit une considérable à l'articulation qui étoit au dessus de la fracture. Etoit-elle occasionnée par la compression du membre rompu, ou par un tiraillement que le ligament capsulaire avoit souffert lors de la rupture, ou dans le temps de la réduction, ou enfin quand on a appliqué l'appareil? c'est ce que je n'oserois décider, mais il m'est arrivé plusieurs fois en disséquant mes Pigeonneaux d'expériences, de trouver de semblables tumeurs aux articles; & ce qui me fait croire que ces tumeurs venoient d'un tiraillement que j'avois fait sans dessein au ligament ou à la membrane capsulaire, c'est qu'on sçait que quand une luxation a été accompagnée d'une forte contusion, quoiqu'on l'ait réduite promptement & avec facilité, il y survient une anquilose, à moins qu'on n'en ait un soin tout particulier *.

* *M. Petit, maladie des Os, t. 1. p. 345.*

J'ai vû à la campagne plusieurs de ces tumeurs que des Bailleurs avoient essayé inutilement de résoudre avec du beurre frais & de l'eau-de-vie, qui se sont entiérement dissipées par les décoctions émollientes, les douches domestiques & un exercice modéré; assûrément si l'on négligeoit ces sortes de luxations, il s'y formeroit des anquiloses, car quand le périoste est tuméfié, il tend toûjours à l'ossification: peut-être pourroit-on dire la même chose des autres membranes, on a vû ossifiées les cellules médullaires & quelques productions de la dure-mere dans les anfractuosités du cerveau, on a vû ossifiées des portions de la faux, de la pleure, du péricarde, des vaisseaux sanguins, des tendons, & je crois qu'il y a quelque lieu de soupçonner que ces ossifications ont été précédées de quelque gonflement analogue à celui qui

arrive au périoste dans les cas dont nous venons de parler.

J'ai dit dans le Mémoire déja cité, & tout le monde en convient, que quand on cassoit la jambe à un jeune animal, la réunion se faisoit bien plus promptement & bien plus intimément que quand c'étoit la jambe d'un vieil animal qui avoit été rompue : en parlant alors des jeunes animaux, j'avançai qu'à l'endroit de la fracture, quand la réduction avoit été bien faite, il se formoit souvent une masse d'os dans laquelle on ne pouvoit plus reconnoître les bouts de l'os rompu, que le périoste interne s'ossifioit quelquefois, & que l'os qui n'avoit pas acquis toute sa dureté, mais qui étoit dans un état moyen entre l'os & le cartilage, se greffoit, pour ainsi dire, avec l'os du cal ou avec les nouvelles couches osseuses qui viennent de l'ossification du périoste, & que le tout ne formoit qu'une masse ; enfin je fis remarquer que l'os étant mince, le périoste interne & le périoste externe qui se tuméfioient dans l'endroit de la fracture, & qui se prolongeoient entre les bouts d'os rompus, pouvoient se joindre & se coller l'un à l'autre. On peut rechercher dans mon Mémoire ce que j'ai dit de plus à ce sujet, car je ne rapporterai que ces généralités qui suffisent pour m'expliquer sur l'expérience que j'ai à rapporter : la voici.

Je pris un Agneau âgé d'un mois ou de six semaines, je voulus lui casser la jambe, mais elle plioit, & quoique j'eusse eu la précaution de la faire porter à faux sur l'angle un peu obtus d'un morceau de bois, je fus obligé de la forcer en différents sens pour parvenir à la rompre ; elle rompit enfin, & quand elle fut rompue, je la pliai encore de côté & d'autre pour tirailler le périoste, & cela dans la vûe de le faire tuméfier davantage, sur le champ je fis la réduction que j'assujettis par un bandage.

Je fis tuer cet Agneau au bout de deux mois, & je trouvai sur la fracture un cal très-uni & peu éminent, ce qui ne me surprit point, parce que tout étoit conforme avec ce que j'avois déja observé sur d'autres Agneaux, mais je sciai l'os rompu en long pour retrouver les bouts du vieil os qui

avoit été rompu, & il ne me fut pas possible de le distinguer de ce qui avoit été formé depuis la fracture; le canal de la moëlle étoit même rempli, seulement vis-à-vis le lieu de la fracture, par une masse d'os; ceci à la vérité s'accordoit avec ce que j'ai avancé dans mon premier Mémoire.

L'os de mon Agneau avoit plié; donc il étoit encore mol, & de là pouvoit venir l'union du cal avec l'os rompu.

Les tiraillements que j'avois faits au périoste, avoient occasionné une tumeur considérable, ce qui avoit pu donner lieu à l'ossification du périoste interne, & produire l'oblitération du canal de la moëlle.

Mais enfin l'os qui étoit endurci dans le temps de la fracture, me paroissoit devoir se distinguer de celui qui s'étoit formé depuis, & néanmoins je ne pouvois le reconnoître.

Dans l'embarras où j'étois, voici le raisonnement que je fis : assûrément l'os qui s'est formé depuis la fracture, ne doit pas être aussi dur que celui qui l'étoit auparavant; d'un autre côté il semble qu'un os qui est moins endurci se doit dissoudre plus aisément par les lessives que celui qui aura acquis presque sa parfaite dureté : voilà donc un moyen de retrouver le vieil os que je cherchois; il ne s'agissoit que de faire bouillir l'os de mon Agneau dans une lessive un peu forte, & de le retirer de temps en temps pour ne dissoudre que le cal; j'exécutai cette expérience avec la moitié de l'os de mon Agneau, & je vins à bout de détacher peu à peu tout le cal qui s'en alloit par grains, & l'os se sépara précisément à l'endroit de la fracture, ce qui me fit distinguer assés bien les extrémités qui avoient été rompues, & que je cherchois.

L'autre moitié du même os étant restée à l'air pendant un an, on a aussi distingué, à la vérité assés obscurément, le vieil os d'avec celui qui s'étoit formé depuis la fracture, parce que celui-ci s'étoit un peu plus retiré en se desséchant que celui qui avoit été formé auparavant.

On ordonne quelquefois la douche pour dissiper des grosseurs qui restent sur des fractures, ce remede a souvent réussi, mais quand on l'a donnée sans ménagement, il est

quelquefois arrivé que le cal s'est tellement amolli que l'os réuni s'est séparé de lui-même dans l'endroit de la fracture: voilà l'eau de la douche qui produit à peu-près sur le cal le même effet que la lessive que j'ai employée.

Il me reste à rendre compte d'une observation qui m'a été communiquée par M. de la Peyronnie, la voici.

Un homme qui travailloit à abattre des arbres dans les avenues de Versailles, eut le malheur d'être culbuté par un de ces arbres qui lui cassa le fémur précisément à l'endroit où le col de cet os se joint au corps; un Chirurgien en fit la réduction le mieux qu'il put, M. de la Peyronnie alla visiter ce pauvre homme, & trouva les choses aussi bien disposées qu'elles pouvoient l'être: cet homme vécut quelques mois dans son lit, & mourut d'une maladie qui n'avoit aucun rapport à sa blessure.

Le Chirurgien qui avoit fait la réduction, détacha la partie du fémur qui avoit été rompue, & la porta à M. de la Peyronnie qui me la remit quelque temps après. Voici ce que M. de la Peyronnie me fit remarquer sur cet os qui étoit presque sec.

1.° On voyoit que les deux parties de cet os avoient été remises très-exactement l'une vis-à-vis de l'autre, mais que le Chirurgien n'avoit pas pu les faire toucher l'une à l'autre, il s'en falloit environ deux lignes.

2.° On sçait que le fémur est spongieux vers son extrémité supérieure, & que la substance cellulaire est recouverte par une lame osseuse assés mince; or on voyoit à la partie extérieure & au bord de la fracture un bourrelet osseux assés inégal qui formoit des especes de plis, & qui paroissoit être une suite de l'offification du périoste.

3.° On appercevoit des endroits où l'os étoit lisse, uni, & où n'étoit point le bourrelet dont je viens de parler.

Je crois que ces endroits sont ceux où le périoste s'étoit détaché de l'os; d'où il suit que l'organe qui doit, suivant moi, former l'os, étant enlevé, il ne s'y étoit formé aucune concrétion osseuse, & l'os étoit resté tel qu'il étoit après la fracture.

4.° De la partie cellulaire de l'os il s'élevoit des productions osseuses qui partoient des plaques qui forment la substance cellulaire, & les productions dont je parle, s'étendant à peu-près également des deux bouts de l'os rompu, se joignoient l'une & l'autre en quelques endroits, & y formoient une réunion, à la vérité très-peu solide, & qui probablement n'auroit jamais pu affermir assés bien cet os pour que l'homme affligé eût pu être en état de se servir de sa jambe.

Je crois que les productions osseuses qui faisoient cette espece de réunion, venoient du périoste qui revêt les lames osseuses du tissu cellulaire.

Je ne rapporte pas cet exemple pour confirmer ce que j'ai avancé sur les fractures, mais j'ai cru qu'il n'étoit pas inutile de faire remarquer que toutes les circonstances de cette fracture singuliére se peuvent expliquer naturellement par les principes que j'ai établis dans mon premier Mémoire.

Plusieurs habiles Anatomistes que j'ai cités dans mes Mémoires, m'ont fait part d'un grand nombre de faits pareils qui s'expliquent au mieux dans mes principes, & qui par conséquent pourroient être employés pour confirmer ce que j'ai avancé sur la formation du cal: je ne les rapporterai point, dans l'appréhension de devenir ennuyeux; mais comme mon unique objet est de chercher la vérité, je ne dois pas dissimuler qu'il y a quelques faits de Chirurgie qui m'ont été proposés par des gens fort habiles dans cet Art, & qui semblent indiquer que quand le périoste manqueroit sur une portion d'os, la Nature auroit encore d'autres ressources pour la réparer: voici quels sont ces faits.

1.° Quand une portion d'os est cariée, les Chirurgiens, dans la vûe de faciliter l'exfoliation, perforent l'os en plusieurs endroits, c'est-à-dire, qu'ils font en différents endroits de la carie, des trous avec un trépan perforatif; on dit qu'on voit bourgeonner par ces trous des houppes charnues, que la carie se détache plus promptement, & que quand les feuillets cariés se sont détachés, la plaie se ferme & se guérit.

2.° On

2.° On prétend que quand un pariétal a été bleſſé, ſi on le découvre du cuir chevelu, des muſcles, des aponévroſes, & qu'on rugine l'os, ce qui doit enlever le périoſte, on voit qu'il ſe forme au bord de la plaie des bourrelets qui gagnent peu à peu & recouvrent l'os, mais on apperçoit auſſi des points charnus qui ſortent du corps même de l'os.

Mon état ne me mettant point à portée de voir des malades, je n'ai pû ſuivre de pareilles plaies, & je m'en rapporterai volontiers aux Maîtres de l'art, pourvû qu'ils ſe tiennent en garde contre leurs préjugés, & qu'ils veuillent examiner la choſe avec toute l'attention & le diſcernement dont ils ſont capables; néanmoins je les prie d'obſerver:

1.° Que ſi l'on perfore l'os entiérement, la membrane médullaire doit produire ſous la carie la régénération de l'os.

2.° Que ſi la carie eſt vers les extrémités où les lames oſſeuſes ſont très-minces, il eſt preſqu'impoſſible que ces lames ne ſoient percées en entier.

3.° Que la même choſe arrivera ſi l'on perfore un os qui ait un diploé.

4.° Qu'il faut que ces obſervations ſoient faites ſur des animaux âgés, parce que, comme nous l'avons dit, les os des jeunes ſujets tiennent encore de la nature du périoſte qui leur a donné naiſſance, ce que je prouverai encore dans d'autres Mémoires.

5.° Comme les extrémités des os des adultes ſont de la même nature que la partie moyenne des os des enfants, ce que je prouverai ailleurs, la même choſe leur arrivera.

6.° Il faut obſerver ſi ſous la carie qui ſe détache, il ſe forme un nouvel os; car s'il ne ſe formoit que des chairs, cela ne feroit rien au ſujet que je traite.

7.° Suppoſé qu'il ſe forme de nouvelles lames oſſeuſes ſous la carie, il faut examiner ſi elles ne partent pas des bords de la plaie; car alors ce pourroit être le périoſte qui ſe ſeroit allongé ſous la carie à meſure que l'exfoliation ſe fait.

8.° Il faut prêter attention aux mêmes circonſtances pour ce qui regarde le ſecond fait, car le pariétal a un diploé, la

lame ſupérieure eſt quelquefois très-mince, même dans des ſujets avancés en âge; outre cela il faut être bien certain qu'on a enlevé tout le perioſte, & même les lames oſſeuſes nouvellement formées & qui ſont encore tendres: cet article eſt important, je vais eſſayer de le faire ſentir en rapportant une expérience fort ſinguliére que j'ai faite ſur des arbres.

On ſçait que ſi l'on enleve ſur le tronc d'un arbre un morceau d'écorce, cette plaie ne ſe referme que par l'allongement de l'écorce qui ſe fait par les bords de la plaie: néanmoins dans le temps de la ſéve j'ai enlevé tout autour de pluſieurs jeunes arbres un anneau d'écorce qui avoit environ trois pouces de largeur; j'ai ſur le champ paſſé le tronc de ces jeunes arbres dans des tuyaux de verre que j'ai bien maſtiqués au deſſus & au deſſous du cylindre ligneux qui étoit dépouillé d'écorce; j'ai encore couvert le tuyau de verre d'un morceau de toile qui empêchoit que le Soleil ne deſſéchât la plaie, & j'ai vû une nouvelle écorce bourgeonner principalement de la partie ſupérieure de la plaie; la nouvelle écorce ſe formoit auſſi ſur pluſieurs endroits du cylindre ligneux qui étoit découvert. Cette obſervation reſſemble beaucoup à celle du pariétal dont je viens de parler; & quoiqu'on voie ſortir une nouvelle écorce des fibres ligneuſes, on ne laiſſe pas d'être très-fermement perſuadé que c'eſt l'écorce des arbres qui ſert principalement à la réparation de leurs plaies. J'ai fait ſur cette même matiére beaucoup d'obſervations, mais que je ſuis obligé de réſerver pour un autre Mémoire, dans lequel j'eſſaierai de faire appercevoir dans quelles circonſtances le corps ligneux peut produire une nouvelle écorce.

9.° Je ne dois pas négliger de faire remarquer que j'ai toûjours parlé dans mes Mémoires de ce qui arrivoit à des os qui étoient naturellement ſains, & qui n'avoient à ſe guérir que de maladies d'accident; car ſi par l'effet de quelque maladie les os perdoient leur dureté, s'ils devenoient mols, comme on l'obſerve quelquefois, je ne ſçais pas alors ce qui leur arriveroit.

Je crois appercevoir des moyens d'éclaircir les doutes que je viens de propoſer, & j'informerai l'Académie de ce que m'auront appris mes expériences, mais dès à préſent je puis promettre de donner dans peu un Mémoire qui jettera un grand jour ſur la queſtion dont il s'agit.

Depuis la lecture du Mémoire précédent, j'ai eu connoiſſance d'un Livre intitulé : *Anatome Mytuli, Authore Antonio de Heide, Amſtelod. 1684.* qui rapporte les obſervations ſuivantes ſur la formation du cal qui réunit les os rompus.

Ad calli materiam & generationis modum illuſtrandum ſequentia experimenta à me in Ranis inſtituta ſunt, quæ ut faciliùs percipiantur, ſtructuram Ranini cruris in quo occupatus fui, his Figuris ob oculos ponere viſum eſt. *Obſervat. 55.*

Hæc Figura extremum poſterioris cruris binis partibus conſtans repræſentat (Figura I) A B *enim media pars eſt inter extremum pedem* B c, *& partem corporis trunco relictam. In parte (Fig. II)* A B, *ſub cute occurrunt muſculi* A, B, C, D, E. *Tres priores cuti ſunt contigui, duo verò reliqui oſſi* F G *cohærent. Hoc os inſtar fiſtulæ concavum eſt, medullâ refertum, circa medium foramine ſtylum* H I *continente pertuſum.*

In hac Figura III occurrit prædictum os tribus exterioribus muſculis denudatum, ſed duobus reliquis tectum, brevi poſtquam fractum eſt. Extrema fracta muſculis abbreviatis extra communem lineam tracta ſunt, adeò ut os ſolito brevius ſit. Circa muſculos ferè nihil evaſati ſanguinis conſpicitur.

Figura IV repræſentat prædictum os in alia Rana 24 horas poſt fracturam, cute non item muſculis ſpoliatum. A, B, C, D, E, F, G, *eſt lamina evaſati & concreti ſanguinis extenſa multis laciniis ferè per totum articulum, muſculos, fracturamque obtegens, & huic connexa : hujuſmodi lamina à me obſervata eſt in omnibus cruribus Raninis fractis, dummodò aliquot horæ eſſent præterlapſæ ; in omnibus tamen non eſt ejuſdem formæ, quia evaſatus ſanguis uſquedum fluidus eſt, variam figuram aſſumere poteſt. Hoc tamen ferè obſervatur ſemper quod extremis oſſis fracti adhæreat. Hinc circa calli generationem mutationi hujus cruentæ laminæ maximè attendendum putabam. Tertio die hæc*

lamina erat parum mutata; quinto die sese minorem & firmiorem ostendebat, habens in quadam Rana formam & magnitudinem Figur. V, A, B, C. *Deinceps septimo, duodecimo & decimosexto diebus, examinata sensim durior & pallidior evadebat, ut vigesimo septimo die cartilaginea esset. Elapsis quatuor mensibus, fracti ossis, extrema tam duro callo in quem lamina cruenta mutata videtur, conglutinata erant, ut primo intuitu in majorem molem extensa viderentur; accuratiore tamen investigatione calli materiam ossis superficiei adnatam esse patebat, quod faciliùs ex Figura VI percipitur.*

Hîc habes viri os femoris A, B, C, *casu fractum eo modo ut fracturæ extremum alterum cutem pertunderet; ægro post aliquot menses mortuo, Chirurgi os carne spoliatum theatro anatomico concredidere, quod elapsis quibusdam annis hoc modo constitutum inveni.*

Fracturæ extrema D E *non in eadem linea, sed sibi invicem parallela ferè jacent, adeò ut os debito brevius sit. Spatium extrema inter necnon ea latè ambiens, occupatur callo* A F L E P H D, *qui duritie, albedine & poris ab osse haud differt, medullæ destinata cavitas in utroque extremo patula est. Præter innumera minuta foramina, majora* K L R *conspicua sunt. Porro multa tubercula & sinus in superficie occurrunt. Quamvis initio callus ossi adeò arctè connexus videretur, ut aliquis eum pro tumefacto osse salutaret, diligentiori tamen curâ ab osse abradi potuit sine ossis læsione.* V X Y Z *est fragmentum ossis e vulnere ægro vivente extractum.*

Ex his experimentis forsan probatur callum generari e sanguine evasato, cujus fluidis particulis sensim exhalantibus reliquum ossis formam assumit, quod promoveri potest ab halitu ex ossis fracti extremis deciduo.

Ce que Verduc dit dans sa Pathologie chirurgicale est si semblable à ce que je viens de rapporter de Heide, qu'il y a tout lieu de croire que Verduc n'a fait que traduire Heide.

Assûrément je ne suis point d'accord avec les Auteurs que je viens de citer, sur l'origine de la membrane qui est

destinée à former le cal ; mais l'existence de cette membrane est bien établie par leurs observations, de même que le progrès de son endurcissement, & ils s'efforcent l'un & l'autre de prouver que les extrémités d'un os rompu sont assujetties par une virole osseuse. Ainsi les observations de Heide, de même que celles que rapporte Verduc, s'accordent avec les miennes sur un article important.

La Figure VII représente la tête du fémur rompu, dont il est parlé dans le précédent Mémoire : on y peut remarquer

a, le corps de l'os.

bb, le lieu de la fracture.

ccc, des productions osseuses qui viennent du périoste.

dd, des endroits où l'os étoit lisse, & où l'on n'appercevoit pas les productions osseuses dont je viens de parler.

ee, productions du tissu spongieux.



CALCUL DES DIFFÉRENCES
DANS LA
TRIGONOMÉTRIE SPHÉRIQUE.

Par M. l'Abbé DE LA CAILLE.

JE ne prétends pas dans ce Mémoire ſubſtituer les Formules du calcul différentiel aux calculs Aſtronomiques ordinaires, auxquels l'invention des Logarithmes a apporté une facilité & une ſimplicité peut-être auſſi grandes que celles que la nouvelle analyſe a apportées dans la Géométrie; car quoique le calcul de l'Infini ſoit ſans comparaiſon plus commode que celui de l'ancienne Algebre, il ne laiſſe pas cependant d'être quelquefois trop ſubtil pour être à la portée du commun des Calculateurs, ou trop compliqué de ſignes, de puiſſances & de radicaux, &c. Mon deſſein eſt ſeulement 1.° de faire voir par des exemples, qu'il y a une maniére très-ſimple qui a déja été comme propoſée depuis long temps, mais qui eſt trop peu connue, ou trop peu pratiquée, d'employer les méthodes de l'analyſe des Infiniment petits pour calculer les petites Equations qu'on eſt preſqu'à tout moment obligé de faire, tantôt pour les appliquer aux obſervations ordinaires, tantôt pour réduire les mouvements céleſtes apparents aux mouvements vrais, & réciproquement, tantôt pour diſtribuer les petites inégalités cauſées par quelque mouvement dans la poſition des Cercles de la Sphere, &c.

2.° De montrer que faute de ſe ſervir de ces régles, la plûpart des Aſtronomes ſont obligés de chercher les petites Equations dont j'ai parlé, par des voies indirectes, & par conſéquent trop embarraſſées.

3.° De donner les formules générales & les plus ſimples de ce calcul, avec leur uſage.

4.° De marquer les précautions qu'il faut prendre lorſ-


A
N
F
K
I
L
E
V
X
Z
Y
T
C
f. VII
f. 7
Chedel Sculp.

qu'on s'en sert, & de faire voir jusqu'à quel point on peut supposer que des quantités sensibles sont infiniment petites.

On peut dire que la plûpart de ceux qui sont versés dans le calcul astronomique, sont précisément dans le même cas où étoient les anciens Géometres avant l'invention de l'analyse de l'Infini. Chaque probleme coûtoit beaucoup de peine, paroissoit même souvent insoluble, & si à force d'habileté on en venoit à bout, la solution étoit ordinairement très-limitée, & le changement d'une des conditions obligeoit quelquefois à recommencer tout le travail. S'agit-il, par exemple, de trouver la différence que cause le mouvement du Soleil en déclinaison entre le midi vrai & le midi conclu par l'observation des hauteurs correspondantes du Soleil? quelques-uns calculent deux fois l'heure que chaque hauteur donne, en faisant entrer dans le second calcul la différence du mouvement en déclinaison, & prennent pour l'Equation cherchée, la moitié de la différence entre ces heures. Cette méthode est exacte & assés simple, mais elle est indirecte, en ce qu'elle ne fait pas connoître d'où dépend l'Equation. M. Picard, M. Roëmer & M. de la Hire avoient inventé chacun des échelles ou figures particuliéres pour trouver graphiquement cette correction. On trouve aussi dans les deux derniéres éditions des Tables astronomiques de M. de la Hire, une méthode assés compliquée pour calculer cette Equation, dont l'Editeur a donné une Table fort ample, mais qui n'est pas exacte, sur-tout vers les Equinoxes & le cercle de deux heures, où on trouve des erreurs qui, quoiqu'assés petites en elles-mêmes, sont trop considérables, eu égard à la subtilité avec laquelle elle paroît calculée, puisque les tierces y sont marquées, & à l'importance qu'il y a de sçavoir précisément l'heure vraie par la méthode la plus générale & la plus directe qui soit pratiquable en Astronomie; c'est néanmoins sur cette Table que la plûpart des Observateurs ont corrigé jusqu'à présent leurs observations, dans les occasions où l'extrême précision étoit nécessaire.

Il est bien constant cependant qu'il y a une certaine

méthode, la plus directe de toutes, pour trouver cette Equation, & il ne faut pas être grand Géometre pour voir que ce petit mouvement du Soleil en déclinaison influant sur son mouvement en ascension droite suivant un rapport déterminable, la méthode la plus naturelle de toutes consiste à faire entrer immédiatement ce rapport dans le calcul.

Ayant travaillé quelque temps à chercher une méthode générale pour trouver tout d'un coup ces sortes d'Equations par la voie la plus simple & la plus directe, je suis tombé sur un excellent livre de M. Cotes, intitulé *Harmonia mensurarum*, dans lequel on trouve un Traité qui a pour titre: *Æstimatio errorum in mixtâ Mathesi.* Le but de l'Auteur est de déterminer les limites des erreurs inévitables dans la pratique de la Géométrie & de l'Astronomie, en les regardant comme des différences infiniment petites; comme, si un Instrument ne donne la hauteur d'un Astre qu'à une minute près, il marque le rapport qu'aura cette minute d'erreur avec l'incertitude de l'heure déduite de l'observation, par un calcul dont il suppose tous les autres éléments exacts.

Après avoir lû avec plaisir ce Traité, il me fut facile d'en appliquer les régles aux méthodes que je cherchois; car en regardant les Parallaxes, les Réfractions, la Précession des Equinoxes, les Aberrations & tous les petits mouvements, comme des erreurs d'observations, j'en ai déduit des méthodes de calcul si simples, que j'ai cru devoir en rapporter quelques-unes, afin qu'elles servent d'exemples pour trouver les autres dans le besoin.

Comme le livre de M. Cotes est assés rare en ce pays-ci, & que d'ailleurs ses régles sont conçues en dix-huit Théoremes d'une maniére fort générale, je les ai réduites en vingt-quatre formules ou analogies, comme on les voit ici, après y avoir fait plusieurs additions considérables pour simplifier ou pour diversifier les rapports, afin que l'on puisse choisir parmi les quantités que l'on compare aux différentielles, celles qui sont déja connues, & que par ce moyen on épargne le calcul; car quoique ces rapports soient un peu composés, il arrive

il arrive souvent qu'ils deviennent beaucoup plus simples dans certains cas, comme je le ferai voir dans les exemples que je rapporterai.

Ces formules ont cet avantage de donner presque toûjours sans calcul le *maximum* & le *minimum* de chaque Equation, ce qui est d'une utilité merveilleuse pour déterminer les circonstances où il faut faire l'observation, afin que les erreurs inévitables n'y influent que le moins qu'il est possible.

Je ne rapporterai pas ici les démonstrations de ces régles qui sont exposées très-clairement dans le livre de M. Cotes; je vais faire voir seulement de quelle maniére elles y sont démontrées. Pour cela soit dans le Triangle sphérique ABC, l'angle A constant, aussi-bien que son côté adjacent AC. Que le côté AB devienne AD par le moyen de la différentielle BD. Par l'angle C, menés CD, & décrivés le petit arc BE, en sorte que CB = CE; il est clair que ED est la différentielle de BC, & qu'à cause du Triangle BED, rectangle en E, BD est à DE, comme le rayon au sinus de l'angle DBE, complément de l'angle ABC, à cause de l'angle droit CBE, & c'est là la premiére formule. Fig. 1.

Il est évident aussi que si on prolonge CB en F, en sorte que CF soit de 90 degrés; FG, mesure de la différentielle de l'angle BCA, est à BE, comme le rayon au sinus de BC; mais BE est à DE, comme la tangente de l'angle BDE ou CBA est au rayon; donc FG × *S.* BC = BE × *Ray.* = *T.* B × DE; donc FG : DE :: *T.* B : *S.* BC, c'est-à-dire, la différentielle de C est à la différentielle de BC, comme la tangente de l'angle B au sinus du côté BC, & c'est la cinquiéme formule; il en est ainsi des autres.

Supposant donc dans un Triangle sphérique quelconque ABC, que deux de ses parties à volonté sont constantes, on trouvera dans la Table qui est à la fin de ce Mémoire, le rapport de la différentielle d'une de chaque variable avec les côtés ou les angles de ce Triangle.

Usages de ces Formules.

I.er EXEMPLE. *Pour trouver la méthode de calculer l'Equation des hauteurs correspondantes,* je considere que dans le Triangle sphérique ZPS où Z est le Zénith, P le Pole du Monde, SZ le complément de la hauteur du Soleil observée, SP la distance du Soleil au Pole, & ZPS l'angle qui sert à connoître l'heure de l'observation, les côtés ZS & ZP sont constants, & qu'il n'y a que la différentielle de SP qui fasse varier l'angle au Pole. Je trouve donc par la 16.e formule, que cette différentielle SP est à celle de l'angle SPZ comme le sinus de ZP à la tangente de complément de l'angle ZSP; d'où je conclus que la méthode cherchée consiste à calculer d'abord l'angle au Soleil compris entre le vertical & le cercle de déclinaison, pour faire ensuite cette analogie:

Fig. 2.

Comme le sinus de complément de la déclinaison du Soleil,
A la tangente de complément de l'angle du vertical & du cercle de déclinaison;
Ainsi le mouvement du Soleil en déclinaison dans la moitié de l'intervalle du temps entre chaque observation correspondante,
A la différence de distance du Soleil au Méridien.

Cette différence réduite en temps est l'Equation cherchée, additive quand la hauteur du Pole étant boréale, le Soleil est dans l'Ecrevisse, le Lion, la Vierge, la Balance, le Scorpion & le Sagittaire, & soustractive dans les autres Signes*, ce sera le contraire si la hauteur du Pole est australe.

---

* M. Euler a donné dans les Mém. de l'Académie de S.t Péterfbourg, *tome 8, page 48 & suiv.* (qui n'a paru qu'en 1742) une formule où il fait $dP = \frac{\text{arc } 2\,ZPS \times 8\,dPS}{180} \left(\frac{Co\text{-}t.\,ZP}{S.\,ZPS} - \frac{Co\text{-}t.\,PS}{T.\,ZPS}\right)$. Il prétend qu'elle est beaucoup plus simple que celle de M. de la Hire; on peut la calculer en cette maniére qui est un peu plus commode que celle qu'il a apportée pour exemple.

1.° Réduisés en degrés le demi-intervalle de temps entre deux observations correspondantes, ajoûtés le logarithme de cet arc en degrés & minutes au logarithme des secondes du mouvement en déclinaison pendant le demi-intervalle,

Ce qu'il y a de singulier, c'est que M. de la Hire propose cette même méthode dans ses Tables, & que ni lui ni son Editeur ne paroissent en avoir fait aucun usage.

C'est sur ce principe que j'ai calculé très-exactement des Tables de ces sortes d'Equations, que j'ai mises sous deux formes différentes entr'elles, & différentes de celles qu'on a coûtume de leur donner; car il est bon de remarquer que lorsqu'on veut avoir cette correction dans la rigueur, il ne faut pas supposer, comme on le fait ordinairement, qu'elle est la même lorsque le Soleil est dans le même parallele, ce qui seroit vrai si l'Apogée étoit dans le Colure des Solstices; & quoique la plus grande différence monte à peine à $\frac{1}{5}$ de seconde de temps, elle ne laisse pas d'empêcher que ces Tables ne soient parfaitement exactes, ce qui ne coûte qu'un peu plus de peine au calculateur, & contente tout le monde. La vraie forme qu'on leur doit donner, est de mettre dans la colonne verticale à gauche les signes & les degrés de la longitude vraie du Soleil, & dans la colonne horisontale supérieure les intervalles des temps comme à l'ordinaire.

Une autre forme qui n'est pas si scrupuleusement exacte, mais dont l'erreur ne peut monter à $\frac{1}{5}$ de seconde, est de mettre dans la colonne verticale, au lieu de la longitude du Soleil, tous les degrés de sa hauteur apparente depuis 8 degrés jusqu'à 56; elle a cet avantage sur la précédente, qu'il n'est pas nécessaire d'avoir en main des Tables pour connoître le vrai lieu du Soleil. Je compte insérer ces Tables dans l'introduction aux nouvelles Ephémérides pour dix années, que je fais imprimer actuellement.

& de la somme de ces logarithmes ôtés le logarithme constant 2.82930, le reste sera un logarithme A.

2.° Du logarithme de la tangente de la hauteur du Pole, ôtés celui du sinus du demi-intervalle, & cherchés en décimales la valeur du reste.

3.° Du logarithme de la tangente de la déclinaison du Soleil, ôtés celui de la tangente du demi-intervalle, & cherchés en décimales la valeur du reste.

4.° Otés le second reste du premier, & ajoûtés le logarithme de la différence au logarithme A, le reste sera le logarithme des tierces de l'Equation cherchée, & réduite en temps.

II.me EXEMPLE. *Trouver la maniére de réduire les distances apparentes des Etoiles à la Lune, à leurs distances véritables, & réciproquement.*

Il y a deux choses qui empêchent d'observer immédiatement les arcs de distance vraie des Etoiles à la Lune, sçavoir, la Réfraction qui rapprochant du Zénith tous les objets célestes, paroît les rapprocher les uns des autres, & par conséquent diminuer leurs distances; & la Parallaxe de la Lune qui par un effet contraire rapprochant cet Astre de l'horison, le fait voir plus écarté des Etoiles qu'il n'est réellement lorsqu'elles sont plus élevées que la Lune, & le fait paroître plus proche des Etoiles lorsqu'elles sont plus basses, ou à la même hauteur que la Lune.

Fig. 3. Soient deux Etoiles E, S, placées sur les verticaux ZH, ZR. Soient EL, SL leurs distances apparentes à la Lune L, placée sur le vertical ZK. Soit pris sur ce vertical l'arc L*l* égal à la Parallaxe de la Lune moins la Réfraction, qui conviennent à la hauteur apparente LK sur l'horison HKR, les arcs E*l*, S*l* seront les vraies distances de la Lune aux lieux apparents des Etoiles; considérant donc d'abord que le Triangle ZEL a le côté EZ. & l'angle EZL constants, parce que la Réfraction ni la Parallaxe n'alterent point les azimuths, je cherche la différence que L*l* produit sur l'arc E*l*, & je trouve par la premiére formule, que $dZL : dEl :: Rayon : Co\text{-}sinus\ ZLE$. D'où il suit que cette différence dépend de l'angle à la Lune compris entre le vertical ZK & l'arc de distance LE, & qu'il faut employer la méthode suivante.

Il faut 1.° observer la hauteur apparente de la Lune & des Etoiles dans le même instant où on observe leurs distances, ou la déduire des observations faites immédiatement avant & après, ou enfin du calcul.

2.° Il faut tirer des Tables Astronomiques la Parallaxe de la Lune qui convient à sa hauteur apparente LK; on la trouvera calculée de deux jours en deux jours dans mes Ephémérides.

3.° Il faut calculer l'angle ZLE à la Lune entre le Zénith & le lieu apparent des Etoiles, ce qui est facile, parce qu'on connoît par observation les trois côtés LE, distance observée de la Lune à l'Etoile, EZ, distance de l'Etoile au Zénith, LZ, distance apparente de la Lune au Zénith; ensuite on fera cette analogie: Fig. 3.

Comme le rayon
Au co-sinus de l'angle ZLE;
Ainsi la Parallaxe moins la Réfraction
A la différence entre la distance apparente de l'Etoile à la Lune, & la distance vraie de la Lune au lieu apparent de l'Etoile.

Il est clair qu'il faut faire la même opération pour réduire la distance apparente SL à la distance vraie S*l*, & que cette différence ainsi trouvée, est soustractive dans le premier cas, parce que l'Etoile E est plus haute que la Lune, & additive dans le second, parce que l'Etoile S est plus proche de l'horison.

Ces distances ainsi corrigées ne sont pas encore les vraies, parce qu'on n'a pu avoir égard à l'effet de la réfraction des Etoiles S, E; pour cela il faut prendre sur le vertical ZH, par exemple, l'arc E*e* égal à la réfraction qui convient à la hauteur EH, & ayant mené *el*, qui est la vraie distance cherchée, il faut calculer sa différence avec EL, par la même formule que la précédente; c'est pourquoi ayant trouvé l'angle LEZ entre l'arc EZ du vertical, & l'arc EL de la distance à la Lune, il faut faire cette analogie:

Comme le rayon
Au co-sinus de l'angle LEZ;
Ainsi la Réfraction de l'Etoile E
A la différence entre El *&* el.

C'est ainsi qu'il faut réduire toutes les observations de Tycho, d'Hevelius & de Flamsteed, qui ont été faites avec des Sextants, & qui sont publiées dans leurs Histoires Célestes.

III.me EXEMPLE. *Trouver le mouvement des Etoiles, causé par la précession des Equinoxes.*

Le mouvement apparent & uniforme que la précession des Equinoxes fait appercevoir dans les Etoiles, ne se faisant qu'en longitude, fait varier inégalement leurs ascensions droites & leurs déclinaisons. On a soin de marquer dans les Catalogues ces variations, qui se trouvent ordinairement en calculant l'ascension droite & la déclinaison de chaque Etoile, tant pour la longitude & la latitude de l'époque, que pour un degré de plus en longitude. Voici par nos formules la voie directe de les calculer.

Fig. 4. Dans le Triangle P*p*E où P est le pole de l'Equateur, *p* celui de l'Ecliptique, E le lieu d'une Etoile, dont la longitude prise depuis le colure des Solstices, est mesurée par le complément de l'angle E*p*P, cet angle étant variable de 50″ par an, tandis que *p*P & E*p* sont constants, on trouvera la différentielle de l'angle *p*PE de l'ascension droite par la 13.me formule,

$$dp : dP :: S.\,PE \times R : S.\,pE \times Co\text{-}s.\,E :: S.\,p \times R : S.\,P \times Co\text{-}s.\,E :: S.\,PE \times T.\,E : S.\,P \times S.\,Pp.$$

& la différentielle de la déclinaison par la 15.me analogie,

$$dp : dPE :: R \times R : S.\,pE \times S.\,E :: R \times R : S.\,Pp \times S.\,P.$$

D'où il suit que pour faire ces calculs, ou tout au moins celui de la premiére formule, il faut d'abord chercher l'angle *p*EP à l'Etoile entre les cercles de latitude & de déclinaison, & faire les analogies suivantes:

Comme le produit du rayon par le co-sinus de la déclinaison de l'Etoile,

Au produit du co-sinus de sa latitude par le co-sinus de l'angle à l'Etoile;

Ou bien,

Comme le produit du rayon par le sinus de la longitude prise depuis le colure des Solstices,

Au produit du sinus de l'ascension droite prise de même, par le co-sinus de l'angle à l'Etoile ;

Ou enfin, si on ne connoît que l'ascension droite & la déclinaison de l'Etoile :

Comme le produit du co-sinus de la déclinaison par la tangente de l'angle à l'Etoile,
Au produit du sinus de l'ascension droite, prise depuis le colure des Solstices, par le sinus de l'obliquité de l'Ecliptique ;
Ainsi la précession des Equinoxes,
Au mouvement de l'Etoile en ascension droite.

Il est clair que quand l'Etoile sera dans l'Ecliptique ou dans les colures, cette analogie deviendra beaucoup plus simple.

Comme le quarré du rayon
Au produit du co-sinus de la latitude de l'Etoile par le sinus de l'angle à l'Etoile ;

Ou bien, ce qui est plus commode :

Comme le quarré du rayon
Au produit du sinus de l'obliquité de l'Ecliptique par le sinus de l'ascension droite prise depuis le colure des Solstices ;
Ainsi la précession des Equinoxes,
Au mouvement de l'Etoile en déclinaison.

Par ce dernier mouvement l'Etoile étant dans le Capricorne, le Verseau, les Poissons, le Bélier, le Taureau & les Gémeaux, augmente sa déclinaison Boréale, & diminue sa déclinaison Australe ; au contraire, dans les autres Signes elle diminue sa déclinaison Boréale, & augmente sa déclinaison Australe.

Je dois faire remarquer ici, 1.° que si j'avois suivi seulement les régles de M. Cotes, il m'auroit fallu employer l'angle à l'Etoile dans cette seconde analogie, ce qui est un calcul de plus à faire. 2.° Que si on suppose l'obliquité moyenne de l'Ecliptique de 23° 28′ 40″, & la précession

des Equinoxes de 50″ 0‴ par an, on aura un logarithme constant 3.077433, auquel il ne faudra qu'ajoûter le logarithme du sinus de l'ascension droite de l'Etoile prise depuis les Solstices, & la somme (en ayant ôté le rayon) sera le logarithme des secondes & tierces du mouvement annuel en déclinaison.

Cette régle nous apprend trois choses; 1.° que ce mouvement est toûjours le même dans le même cercle de déclinaison, ou que toute Etoile qui a même ascension droite, a le même mouvement en déclinaison; 2.° que le plus grand effet de la précession des Equinoxes sur la déclinaison des Etoiles, est toûjours sur le colure des Equinoxes; 3.° qu'il ne peut surpasser 19″ 55‴ par an *.

IV.me EXEMPLE. *Calculer l'effet de la variation de l'obliquité de l'Ecliptique sur les ascensions droites & les déclinaisons, les longitudes & les latitudes.*

Presque tous les Astronomes, depuis 1680 jusque vers 1730, ont supposé l'obliquité de l'Ecliptique constante de 23° 29′ 0″, & en conséquence ils ont publié leurs observations, & les longitudes & latitudes des Astres, calculées d'après cette hypothese; mais depuis qu'on y a trouvé une variation incontestable, il est certain que tous ces calculs ont besoin d'une correction, soit qu'on suppose que cette obliquité ne fasse que diminuer, soit qu'on lui donne une variation dépendante de la position du nœud de la Lune, ou autrement. Connoissant donc la différence entre la vraie obliquité au temps de l'observation & l'obliquité supposée dans le calcul, on trouvera la correction de cette maniére.

Fig. 4. Dans le même Triangle P*p*E, le côté PE & l'angle EP*p*

* C'est sur ce principe que j'ai construit en une demi-page une Table du mouvement des Etoiles en déclinaison, causé par la précession des Equinoxes, & cette Table est beaucoup plus exacte, plus commode, & dans un certain sens beaucoup plus ample que celles que M. Sharp s'est donné la peine de calculer indirectement de 5 en 5 degrés de longitude & de latitude, & qui occupent quatre pages in-folio dans le 3.me tome de l'Histoire Céleste de M. Flamsteed: cet Astronome ne sçavoit pas que ce mouvement dépend uniquement de l'ascension droite.

étant

étant constants, parce que l'observation des ascensions droites & des déclinaisons est indépendante de l'obliquité de l'Ecliptique, on aura par la seconde formule,

Comme la co-tangente de la latitude de l'Astre,
Au sinus de sa longitude prise depuis le colure des Solstices;
Ainsi la différence d'obliquité de l'Ecliptique,
A la différence des longitudes.

L'obliquité vraie étant plus petite que la supposée, il faut ôter cette différence de la longitude calculée, l'Astre étant dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, la Balance, le Scorpion & le Sagittaire, & l'ajoûter dans les autres Signes; il faut faire le contraire, si l'obliquité vraie est plus grande que la supposée.

Et par la premiére formule on aura,

Comme le rayon
Au co-sinus de la longitude de l'Astre, prise depuis le colure des Solstices;
Ainsi la différence d'obliquité
A la différence de latitude.

Cette différence est additive, lorsque l'obliquité supposée est plus grande que la vraie, & que l'Astre est dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecrevisse, le Lion & la Vierge, avec une latitude Boréale, ou dans les autres Signes, avec une latitude Australe; & elle est soustractive dans la même hypothese, lorsque l'Astre est dans le Bélier, le Taureau, les Gémeaux, l'Ecrevisse, le Lion & la Vierge, avec une latitude Australe, ou dans les autres Signes, avec une latitude Boréale. Ce sera tout le contraire si l'obliquité supposée est plus petite que la véritable.

Ces deux analogies sont extrêmement commodes, en ce qu'elles n'exigent d'autres données que la longitude même & la latitude de l'Astre; ce qui fait qu'on pourra aisément corriger toutes les longitudes & les latitudes qui

ont été publiées, & dont on a supprimé les observations des ascensions droites & des déclinaisons.

Il est clair que par les mêmes formules on peut calculer l'effet de cette variation sur l'ascension droite & sur la déclinaison d'un Astre, calculées d'après sa longitude & sa latitude qui auroit été connue indépendamment, & qu'il ne faut que substituer les termes de longitude & de latitude, à ceux d'ascension droite & de déclinaison.

Ces analogies peuvent encore servir pour calculer les différences qu'il y a entre les ascensions droites & les déclinaisons, les longitudes & les latitudes, dont on a inséré des Tables fort amples dans la derniére édition de l'Histoire Céleste de M. Flamsteed, & qui ont été construites en supposant l'obliquité de l'Ecliptique de 23° 29', & celles qu'on doit trouver en la supposant plus petite ou plus grande d'une quantité donnée.

Un autre usage très-considérable, & qui a quelque rapport au Calcul Intégral, est de trouver les éléments mêmes des Equations ou des angles & des arcs sphériques, par le moyen des différences données ou observées, je vais éclaircir ceci par quelques exemples.

Puisque l'Equation des hauteurs correspondantes dépend de l'angle au Soleil entre le vertical & le cercle de déclinaison, si j'observe combien de temps le Soleil emploie à monter ou à descendre d'une certaine quantité, comme de 40 ou 50', ou seulement d'une quantité égale à son diametre, alors dans le Triangle ZPS, les côtés ZP & PS étant constants, & les différentielles de ZS & de P étant connues, on trouvera, en renversant la 15.me analogie, la valeur de l'angle ZSP avec une précision plus que suffisante: on dira, *Fig. 2.*

Comme le temps (réduit en degrés, que le Soleil a employé à monter ou à descendre de 40 ou 50', ou de son diametre) *multiplié par le sinus de complément de sa déclinaison,*

Est au quarré du rayon;

Ainsi ces 40 ou 50', ou bien le diametre du Soleil,
Au sinus de l'angle du vertical & du cercle de déclinaison.

Il faudra faire ensuite comme ci-dessus:

Comme le sinus de complément de la déclinaison du Soleil
A la tangente de complément de cet angle;
Ainsi le mouvement en déclinaison
A la différence de distance au Méridien.

Cette méthode est universelle & fort commode, en ce qu'elle ne suppose presque rien de donné, c'est-à-dire, ni la hauteur du Pole, ni la distance du Soleil au Méridien à l'heure de l'observation, ni même la hauteur du Soleil, éléments nécessaires pour calculer cette Equation dans toutes les autres méthodes.

J'ai vérifié sa précision par un très-grand nombre d'observations faites en différents endroits du Royaume, & calculées en deux maniéres, & j'ai trouvé à peine une demi-seconde de différence, ce qui vient de ce que la distance du Soleil au Pole n'étant jamais plus petite que de 66 degrés $\frac{1}{2}$, l'arc PS est toûjours approchant de 90 degrés, condition nécessaire pour la précision de la premiére de ces deux analogies, ainsi qu'il est marqué dans les formules.

Lorsqu'on compare une Comete ou un autre Astre à quelque petite Etoile voisine inconnue, & dont on n'a ni le temps ni la commodité de déterminer la position, il ne suffit pas de prendre des alignements à des Etoiles voisines, à moins qu'elles n'en soient fort proches; car il arrive souvent (quand on est obligé de remettre à une autre saison la détermination du lieu de l'Etoile) qu'à cause qu'elles changent de position par rapport au vertical auquel on les rapporte naturellement, on est dans la suite incertain si on ne confond pas une Etoile avec une autre. Pour prévenir cet inconvénient, si on a un Quart-de-cercle en main, & une Horloge bien réglée au temps vrai, il faut prendre deux hauteurs de cette Etoile, qui ne different entr'elles que de 40 à 50',

& marquer les inſtants auxquels ces hauteurs auront été priſes; on fera enſuite le calcul ſuivant par la même formule,

Comme le produit de l'intervalle du temps (écoulé entre les deux hauteurs, & réduit en degrés) *par le co-ſinus de la hauteur du Pole du lieu,*

Eſt au quarré du rayon;

Ainſi la différence des hauteurs obſervées,

Eſt au ſinus de l'azimuth de l'Etoile pour l'inſtant moyen entre ceux des obſervations des hauteurs.

On aura donc l'azimuth de l'Etoile & ſa hauteur à un inſtant donné, ce qui ſervira à trouver à très-peu près ſon aſcenſion droite & ſa déclinaiſon, comme ſçavent les Aſtronomes.

Enfin, pour ne me pas étendre davantage ſur des choſes trop aiſées, il eſt clair que par ces formules on peut trouver non ſeulement les *maximum* & les *minimum* des Equations ou des erreurs, comme je l'ai fait voir dans les exemples que j'ai rapportés, mais même les cas où ces Equations ſont aux plus grandes ou aux plus petites dans un rapport donné.

Je ſuppoſe, par exemple, qu'on veuille ſçavoir dans quel degré d'aſcenſion droite le mouvement des Etoiles en déclinaiſon, cauſé par la préceſſion des Equinoxes, eſt à cette préceſſion en longitude dans le rapport de 1 à q; il eſt clair d'abord que puiſque le plus grand mouvement annuel en déclinaiſon eſt de 19″ 55‴, la valeur de q ne doit pas ſurpaſſer $2\frac{1}{2}$, afin que le probleme ſoit poſſible. Subſtituant donc q & 1 à dp & à dPE dans la 15.me formule, on aura $R \times R : S.\text{P}p \times S.\text{P} :: q : 1$. Donc $S.\text{P} = \frac{R \times R}{q \times S.\text{P}p}$; ainſi ſi on veut ſçavoir à quel degré d'aſcenſion droite le mouvement annuel en déclinaiſon eſt de 12″, il faut ôter le logarithme de 12″ de celui de 50″, reſtent 0.61979, qui expriment le rapport donné, ajoûter ce reſte au logarithme 9.60031 du ſinus de l'obliquité moyenne de l'Ecliptique,

& ôter la somme 10.22010 de 20.00000, double du logarithme du rayon, le reste 9.77990 est le logarithme du sinus de 37° 3′, distance prise sur l'Equateur depuis le Cercle de déclinaison de l'Etoile jusqu'au plus proche colure des Solstices; ce qui fait voir que toute Etoile qui a 52° 57′, 127° 3′, 232° 57′, 307° 3′ d'ascension droite, a 12″ de mouvement annuel en déclinaison.

Je suppose que pour déterminer immédiatement les Réfractions en observant les hauteurs apparentes d'une Etoile dont la déclinaison soit connue, je veuille sçavoir dans quel cas l'erreur de 2″ de temps, par exemple, n'en cause que 7″ $\frac{1}{2}$ de degré sur la hauteur calculée d'après l'observation; par un même raisonnement je trouverai qu'il faut que cette Etoile ait 22° 19′ d'azimuth, quelle que soit sa hauteur ou sa déclinaison.

Ou bien si je veux sçavoir de quelle Etoile il faudroit se servir, afin que l'erreur de 2″ de temps n'en causât qu'une de 10″ de degré dans la Réfraction pour une hauteur donnée, comme de 18 degrés, je trouve par un calcul à peu-près semblable, que cette Etoile doit avoir 48° 43′ de déclinaison, telle qu'est à peu-près celle de la Claire de Persée.

A l'égard de la précision des calculs faits sur ces analogies, il est clair qu'elle sera d'autant plus grande que les différences approcheront plus de l'infiniment petit. C'est pourquoi il seroit peut-être bon d'ajoûter à chacune une formule qui donnât les limites des erreurs résultantes de chaque supposition, qui déterminât, par exemple, quelle doit être la grandeur de la différentielle A B, pour avoir la différentielle B C à une seconde près; mais ces formules seroient trop compliquées pour en faire facilement l'application, c'est pourquoi à leur place je marquerai tous les cas extrêmes, c'est-à-dire, ceux où les différentielles seront dans une proportion exacte, & où par conséquent un prolongement d'un côté ou un aggrandissement quelconque d'un angle donnera, par l'analogie de la formule, la différence précise qu'il aura causée sur les autres côtés ou angles du Triangle, & les

cas où une différentielle quelconque donnera avec le moins d'exactitude la variation qu'elle aura causée. Voici comment j'ai déterminé tout cela.

Fig. 5. Soit, pour la premiére analogie, le Triangle ABC, dans lequel le prolongement BD du côté AB, cause dans le côté BC une variation qu'on cherche.

1.° Il est évident que si BC est un arc de 90°, l'arc perpendiculaire B*e* coupera CD, de sorte que C*e* sera aussi de 90°, & que *e*D sera exactement la variation demandée, quelque grand que soit BD; & qu'enfin dans le Triangle rectangle B*e*D, on aura cette analogie exacte, le rayon est au sinus du prolongement BD, comme le sinus de DB*e*, complément de l'angle ABC, est au sinus de la variation D*e*.

D'où on conclud que dans la 1.re formule, quelque finie ou quelque grande que soit la variation de AB, elle donnera exactement celle de BC, lorsque cet arc sera de 90°, quel que soit l'angle ABC.

2.° Mais si l'arc BC étant moindre que de 90°, l'angle ABC est droit, cette 1.re formule fait voir que BC est constant, quoique cela ne soit vrai que lorsque BD est réellement infiniment petit; car si BD est une quantité sensible, il est clair qu'ayant mené l'arc CD, & pris dessus C*e*=CB, cette quantité différera sensiblement de CD, & que la différence D*e* sera à la différence BD, comme le sinus de l'angle DB*e* au sinus de l'angle B*e*D, c'est-à-dire, comme le co-sinus de l'angle sur la base d'un Triangle isoscele BC*e*, (dont les côtés égaux sont CB, C*e*, & dont l'angle au sommet est égal à la variation de l'angle ACB, causée par le prolongement BD, & trouvée par la 5.me formule) est à son sinus; ou, ce qui revient au même, la différentielle de AB est à la différentielle de BC, comme la tangente de l'angle sur la base de ce Triangle isoscele, est au rayon. Or l'angle sur la base d'un Triangle isoscele sphérique, dont l'angle au sommet est constant, est d'autant plus petit que les côtés égaux de ce Triangle sont petits; donc dans la 1.re formule l'angle ABC étant droit, la différence de BC

sera d'autant plus grande, que BC sera un plus petit arc. Fig. 5.

3.° Si le côté BC & l'angle ABC sont moindres que de 90°, alors la variation trouvée par la 1.re formule sera DE, qui est la partie d'un arc DP, menée du pole P de l'extrémité B de l'arc BC, & déterminée par l'arc perpendiculaire BE, dont le pole est aussi en P, au lieu que la véritable variation est D*e*, partie de l'arc CD, déterminée par l'arc de grand Cercle B*e* qui forme le Triangle isoscele CB*e*. La variation trouvée est donc plus petite que la véritable, dans le rapport de DE à D*e*. Or il est très-difficile de déterminer ce rapport en termes simples, parce que dans le changement du Triangle BED au Triangle B*e*D, il n'y a de constant que BD.

Cependant si à cause que DP est fort proche de DC, on suppose que la différence entre DE & D*e* soit *ed*, & que le Triangle D*de* soit rectangle en *d*, alors la seconde différence *ed* croîtra comme le sinus de l'angle *e*B*d* par rapport à B*e* pris pour rayon, c'est-à-dire, elle croîtra en même raison que le co-sinus de l'angle sur la base B*e* du Triangle isoscele CB*e*, comme je viens de le faire voir. Or le complément d'un angle sur la base d'un Triangle isoscele est d'autant plus grand, que les côtés de ce Triangle sont plus petits, l'angle au sommet étant constant; donc dans la 1.re formule le côté BC & l'angle ABC étant plus petits que de 90°, l'erreur de la variation de BC est d'autant plus grande que le côté BC est un plus petit arc, & que l'angle ABC approche plus d'être droit.

Voici donc ce qu'il faut faire pour construire une Table. Il faut chercher la plus grande Equation par les formules différentielles, calculer ensuite cette Equation par la Trigonométrie, & comparer les deux résultats pour en avoir la différence, qu'on pourra négliger si elle est insensible, & qui montrera qu'il faut suivre les voies indirectes ordinaires si elle est considérable.

Par exemple, voulant calculer la Table des Equations des hauteurs correspondantes, je trouve que le plus prompt

mouvement du Soleil en déclinaiſon eſt lorſqu'il eſt dans l'Equinoxe du Printemps, & qu'alors le plus grand angle du vertical & du cercle de déclinaiſon eſt dans le cercle de ſix heures. Suivant les Tables du Soleil, ſon mouvement en déclinaiſon depuis midi juſqu'à ſix heures du ſoir, eſt de $5'\ 55''\ 29'''$, & l'angle du vertical & du cercle de déclinaiſon eſt à Paris de $41^\circ\ 9'$; j'en conclus par la 16.me formule, que l'Equation eſt de $27''\ 7'''$. Pour le vérifier, je réſous un Triangle ſphérique dont les trois côtés ſont la diſtance du Pole au Zénith $41^\circ\ 9'\ 0''$, la diſtance du Soleil au Zénith $90^\circ\ 0'\ 0''$, & la diſtance du Soleil au Pole $90^\circ\ 5'\ 55''\ 29'''$, & je trouve l'angle au Pole de $89^\circ\ 53'\ 13''\ 10'''$; d'où je tire l'Equation de $27''\ 7'''\frac{1}{3}$, préciſément comme par l'autre maniére.

FORMULES.

L'Angle A & ſon côté adjacent AC étant conſtans.

I. *d*AB : *d*BC :: *R* : *Co-ſ.* B :: *T.* B : *S.* B.

Remarques. L'arc BC étant de 90 degrés, l'analogie eſt toûjours exacte, quelque grandes que ſoient les différentielles de AB & de BC, pourvû qu'alors on faſſe *S. d*AB : *S. d*BC :: *R* : *Co-ſ.* B.

Plus l'arc BC ſera petit & l'angle ABC approchant du droit, moins l'analogie ſera exacte.

Mais quand B ſera droit, on aura exactement *R* : *Co-ſ.* BC :: *Co-ſ. d*AB : *Co-ſ.* CD.

Si le Triangle eſt rectangle en A, on pourra ainſi repréſenter la formule *d*AB : *d*BC :: *R* : *Co-ſ.* B :: *Co-t.* AB : *Co-t.* BC :: *T.* BC : *T.* AB.

II. *d*AB : *d*B :: *T.* BC : *S.* B :: *T.* BC × *S.* BC : *S.* AC × *S.* A.

Rem. Plus l'angle B ſera petit & l'arc BC approchant du droit, moins l'analogie ſera exacte.

III. *d*AB : *d*C :: *S.* BC : *S.* B :: $S.^2$ BC : *S.* A × *S.* AC :: *S.* A × *S.* AC : $S.^2$ B.

Rem. Cette formule ne ſera exacte que dans les mêmes circonſtances de la premiére.

Quand l'angle B ſera droit, on aura exactement *R* : *S.* BC :: *Co-t. d*AB : *Co-t.* AC, quelque grandes que ſoient les différentielles.

IV.

IV. $dBC : dB :: T.BC : T.B :: Co\text{-}t.B : Co\text{-}t.BC$.

Rem. Cette formule ſera toûjours aſſés exacte, excepté dans le cas où B approchera d'être droit ; & lorſqu'il le ſera, pour avoir un rapport exact, il faudra faire $S.(BC + dBC) : S.BC :: R : S.(B + dB)$.

V. $dBC : dC :: S.BC : T.B :: S.A \times S.AC : T.B \times S.B$.

Rem. Cette formule ne ſera exacte que dans les conditions de la premiére, parce que ſon rapport en eſt compoſé.

Quand BC ſera de 90 degrés, on aura exactement $T.dBC : S.dC :: R : Co\text{-}t.B$, quelque grandes que ſoient les différentielles BC ou C, & quel que ſoit l'angle B.

VI. $dB : dC :: Co\text{-}ſ.BC : R :: S.BC : T.BC$.

Rem. L'angle B étant de 90 degrés, l'analogie eſt exacte, quelque grande que ſoit dC, pourvû qu'on faſſe $S.dB : S.dC :: Co\text{-}ſ.BC : R$.

Plus l'angle B ſera petit & l'arc BC approchant du droit, moins le rapport ſera exact.

L'angle A étant droit, la formule peut être exprimée de la ſorte, $dB : dC :: Co\text{-}ſ.BC : R :: Co\text{-}t.C : Tang.B :: Co\text{-}t.B : T.C$.

L'Angle A & ſon côté oppoſé BC étant conſtants.

VII. $dAB : dAC :: Co\text{-}ſ.C : Co\text{-}ſ.B :: Co\text{-}ſ.AB \times S.AB - Co\text{-}ſ.AC \times Co\text{-}ſ.BC \times S.AB : Coſ.AC \times S.AC - Co\text{-}ſ.AB \times Co\text{-}ſ.BC \times S.AC$.

Rem. Cette formule ſera d'autant plus exacte que BC ſera plus grand ; que les angles B, C, ſeront d'autant plus éloignés d'être droits que BC ſera plus petit, à moins que AB n'approche fort d'être égal à AC.

VIII. $dAB : dB :: R \times S.AB : T.C \times Co\text{-}ſ.AC :: T.AC \times Co\text{-}ſ.C : R \times S.B :: T.AC \times Co\text{-}ſ.BC - S.AC \times Coſ.AB : S.B \times S.AC \times S.AB :: T.AC \times S.AB : T.C \times S.AC$.

Rem. Cette formule eſt d'autant moins exacte que la différentielle eſt plus grande, à cauſe de la complication des termes.

IX. $dAB : dC :: T.AB : T.C :: Co\text{-}t.C : Co\text{-}t.AB$.

Rem. Plus AB & C approcheront de 90 degrés, plus il faudra que BC en approche, afin que la formule ſoit exacte.

Quand B sera de 90 degr. on aura exactement *Co-t.* *d*AB : *Co-t.* *d*C :: *R* : *S.* CB.

Si le Triangle est rectangle en A, la formule deviendra *d*AB : *d*C :: *S.* AC : *R*.

X. *d*AC : *d*B :: *T.* AC : *T.* B :: *Co-t.* B : *Co-t.* AC.

Rem. Plus AC & B approcheront de 90 degrés, moins la formule sera exacte, à moins que AB n'approche aussi de 90 degrés.

Quand C sera de 90 deg. on aura exactement *Co-t.* *d*AC : *Co-t.* *d*B :: *R* : *S.* AB.

Le Triangle étant rectangle en A, la formule devient *d*AC : *d*B :: *S.* AB : *R*.

XI. *d*AC : *d*C :: *R* × *S.* AC : *T.* B × *Co-ſ.* AB :: *T.* AB × *Co-ſ.* B : *R* × *S.* C.

Rem. La composition de ces termes ne rend les différentielles exactes qu'autant qu'elles sont petites.

XII. *d*B : *d*C :: *Co-ſ.* AC : *Co-ſ.* AB :: *Co-ſ.* B × *T.* AB × *S.* BC + *Co-ſ.* BC : *R*.

Rem. Cette formule sera d'autant plus exacte que B sera plus grand ; que les côtés BC & AB seront d'autant plus éloignés de 90 degrés que B sera plus petit, à moins que B n'approche fort d'être égal à C.

Les deux côtés AB, AC, étant constants.

XIII. *d*A : *d*B :: *S.* BC × *R* : *S.* AC × *Co-ſ.* C :: *R* × *S.* A : *S.* B × *Co-ſ.* C :: *S.* BC × *T.* C : *S.* AC × *S.* C :: *T.* C × *S.* A : *S.* B × *S.* C :: *S.* BC × *T.* C : *S.* B × *S.* AB :: *S.* BC × *Sec.* C : *S.* AC × *R* :: $S.^2$ BC : *Co-ſ.* AB — *Co-ſ.* AC × *Co-ſ.* BC.

Rem. Dans cette analogie le rapport sera d'autant plus exact que AC & BC approcheront de 90 degrés.

XIV. *d*A : *d*C :: *S.* BC × *R* : *S.* AB × *Co-ſ.* B :: *R* × *S.* A : *S.* C × *Co-ſ.* B :: *S.* BC × *T.* B : *S.* AB × *S.* B :: *T.* B × *S.* BC : *S.* AC × *S.* C :: *T.* B

$\times$ *S.* A : *S.* C $\times$ *S.* B :: *S.*² BC : *Co-s.* AC — *Co-s.* AB $\times$ *Co-s.* BC.

Rem. Cette analogie sera d'autant plus exacte que AB & BC approcheront plus de 90 degrés.

XV. *d*A : *d*BC :: *R* $\times$ *R* : *S.* AC $\times$ *S.* C :: *R* $\times$ *R* : *S.* AB $\times$ *S.* B :: *Co-sec.* C : *S.* AC.

Plus AC & BC approcheront de 90 deg. plus cette analogie sera exacte.

XVI. *d*B : *d*BC :: *Co-t.* C : *S.* BC :: *R* $\times$ *Co-s.* C : *S.* A $\times$ *S.* AB :: *R* $\times$ *R* : *T.* C $\times$ *S.* BC :: *Co-t.* C $\times$ *S.* B : *S.* A $\times$ *S.* AC :: *Arc* ABC $\left(\frac{Co\text{-}t.\,AB}{S.\,ABC} - \frac{Co\text{-}t.\,BC}{T.\,ABC}\right)$: *Arc* 45°. 0′.

Plus AC & BC approcheront de 90 deg. plus cette analogie sera exacte.

XVII. *d*B : *d*C :: *T.* B : *T.* C :: *Co-t.* C : *Co-t.* B.

Cette analogie sera toûjours assés exacte.

XVIII. *d*BC : *d*C :: *S.* BC : *Co-t.* B :: *S.* A $\times$ *S.* AC : *Co-s.* B $\times$ *R* :: *S.* BC $\times$ *T.* B : *R* $\times$ *R* :: *S.* A $\times$ *S.* AB : *Co-t.* B $\times$ *S.* C :: *Arc* ACB $\left(\frac{Co\text{-}t.\,AC}{S.\,ACB} - \frac{Co\text{-}t.\,BC}{T.\,ACB}\right)$: *Arc* 45° 0′.

Plus AB & BC approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.

Deux Angles A, B, étant constants.

XIX. *d*AB : *d*AC :: *R* $\times$ *S.* C : *S.* B $\times$ *Co-s.* BC :: *R* $\times$ *S.* AB : *S.* AC $\times$ *Co-s.* BC.

Rem. Plus B & C approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.

XX. *d*AB : *d*BC :: *R* $\times$ *S.* C : *S.* A $\times$ *Co-s.* AC :: *R* $\times$ *S.* AB : *S.* BC $\times$ *Co-s.* AC.

Plus A & C approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.
Quand A sera droit, on aura *d*AB : *d*BC :: *S.* C. : *Co-s.* AC.

XXI. $dAB : dC :: R \times R : S.B \times S.BC :: R \times R : S.A \times S.AC :: Co\text{-}sec.BC : S.B :: Co\text{-}sec.AC : S.A.$

Rem. Plus A & C approcheront de 90 deg. plus l'analogie sera exacte. A étant droit, on aura $dAB : dC :: R : S.AC.$

XXII. $dAC : dBC :: T.AC : T.BC :: Co\text{-}t.BC : Co\text{-}t.AC.$

Rem. Cette analogie sera toûjours exacte, tant que dAC, dBC pourront être supposées des lignes droites.

Quand le Triangle sera rectangle en A, on aura $dAC : dBC :: Co\text{-}s.C : R.$

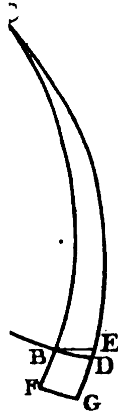
XXIII. $dAC : dC :: Co\text{-}t.BC : S.C :: R \times Co\text{-}s.BC : S.AB \times S.A.$

Plus B & C approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.

XXIV. $dBC : dC :: Co\text{-}t.AC : S.C :: R \times Co\text{-}s.AC : S.AB \times S.B.$

Plus A & C approcheront de 90 deg. plus le rapport sera exact.





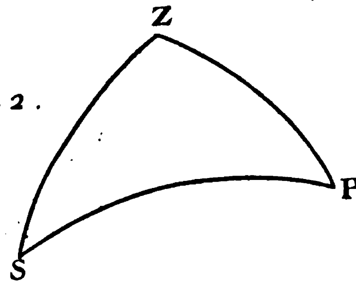


Fig. 2.

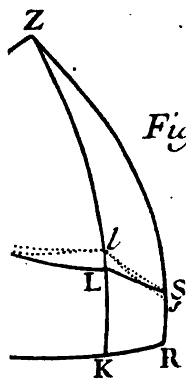


Fig. 3.

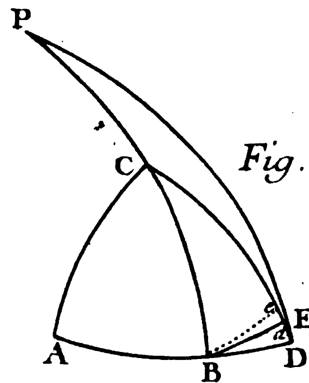


Fig. 5.

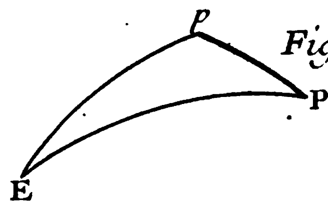


Fig. 4.

SUR DES PIERRES DE FIEL SINGULIE'RES.

Par M. MORAND.

IL eſt très-ordinaire de trouver dans la Véſicule du Fiel des concrétions bilieuſes en forme de Pierres, dont les variétés, quant au nombre, à la figure, à la couleur & au volume, ont été obſervées par les Anatomiſtes; mais il en eſt une eſpece qui n'a, ce me ſemble, été décrite par perſonne, & qui m'a paru mériter de l'être.

Pour établir en quoi cette eſpece particuliére differe des autres, il faut ſe rappeller qu'en général les pierres de Fiel ſont faites d'une bile épaiſſie, durcie peu à peu, & appliquée par couches concentriques autour d'un noyau très-petit qui eſt fait de la même matiére, avec cette différence que ce n'eſt qu'un aſſemblage de pluſieurs grains diverſement figurés.

Ce noyau environné de bile s'incruſte inſenſiblement dans la Véſicule du Fiel, comme la plûpart des Pierres urinaires dans la Veſſie, & cette compoſition eſt démontrée par la coupe de ces deux ſortes de pierres, chaque portion coupée donnant la facilité de compter les couches plus ou moins épaiſſes dont ces pierres ſont formées, de la circonférence au centre occupé par le noyau. *(Voy. Planche 3. Fig. 6.)*

Les pierres urinaires ne ſont pas toutes de même, pluſieurs n'étant faites que de ſables ammoncelés irréguliérement, mais il paroît que les pierres de Fiel connues juſqu'à préſent, gardent en général cette uniformité dans leur compoſition; celles que je vais décrire, & qui ſont l'objet de ce Mémoire, ſont différentes de l'eſpece connue, & différentes même entr'elles. M. Geoffroy en a fait voir une à l'Académie, & j'en ai préſenté une autre.

M. Geoffroy apporta dans une de nos Aſſemblées la moitié d'une pierre de Fiel coupée en deux, & qui, à en juger par la forme du morceau, étoit ronde & un peu oblongue; ce morceau *(Fig. 8.)* qui a onze lignes de diametre, donne la coupe intérieure de la pierre, & l'on voit qu'elle eſt faite de deux ſubſtances différentes; l'extérieure ou l'écorce, épaiſſe de deux lignes & demie, eſt compoſée de petits grains jaunâtres dont il y a deux couches diſtinctes, le centre ou noyau qui eſt fort petit, eſt fait de la même matiére, mais entre le noyau & l'écorce eſt une autre ſubſtance d'une couleur de blanc-ſale, luiſante & arrangée par côtes poſées debout, de façon que la ſurface large ou le dos de ces côtes regarde l'écorce, & que la partie mince ou le tranchant regarde le noyau.

A l'aſpect de cette pierre je me reſſouvins qu'en faiſant l'ouverture d'un Cadavre, j'en avois trouvé une qui m'avoit ſurpris par ſon brillant, & dont toute la ſurface extérieure avoit la même couleur que celle de M. Geoffroy en dedans. Je l'avois conſervé entiére avec ſoin, je fus curieux de voir ſi ſa compoſition intérieure ne ſeroit pas la même que celle qui avoit été obſervée dans la ſubſtance luiſante de la pierre que je viens de décrire, & je la coupai en deux.

Ma conjecture étoit juſte, ma pierre *(Fig. 7.)* ſe trouva faite entiérement de cette ſubſtance arrangée par côtes depuis la circonférence juſqu'au centre, où elle eſt un peu obſcurcie par quelques rayons de couleur brune; ſans quoi, cette pierre qui eſt tranſparente à l'écorce, le ſeroit preſque dans toute ſon épaiſſeur: elle eſt ronde, un peu applatie ſur deux faces, & a 9 lignes $\frac{1}{2}$ de diametre dans ſon grand axe.

L'obſervation que je donne, établit donc trois eſpeces de pierres de Fiel différentes par leur compoſition; ſçavoir, celles qui ſont faites par couches à l'ordinaire *(Fig. 6.)* celles que j'appelle faites par côtes *(Fig. 7.)* & celles qui tiennent des deux premiéres, & où l'on diſtingue ſéparément des couches & des côtes *(Fig. 8.)*

Nous reconnoiſſons que ces trois eſpeces ſont du même genre, c'eſt-à-dire, que ces trois ſortes de pierres ſont toutes faites de bile, & que comme telles elles ſont ſuſceptibles des expériences connues qui en établiſſent le caractere principal.

Mais ſi l'on veut expliquer la cauſe de la différence obſervée dans leur ſtructure, on ſera obligé de ſuppoſer que les parties qui entrent dans la compoſition de la bile, ſe décompoſent quelquefois; alors on en conclura aſſés naturellement que du différent aſſemblage des parties décompoſées il doit réſulter des concrétions différentes.

Les pierres de Fiel qui ſont faites par côtes ſont vraiſemblablement les plus rares, & elles ſont reconnoiſſables au brillant de leur ſurface, à leur tranſparence & à une ſorte de reſſemblance avec un morceau de blanc de Baleine un peu terne.

Il paroît au moins qu'on doit examiner de plus près celles qui ſe trouveront avoir ces marques, pour en découvrir la ſtructure intérieure; il faut auſſi obſerver que le luiſant de ces pierres diminue peu à peu, & peut-être ſe perd-il tout-à-fait avec le temps.

Ces pierres ayant un caractére extérieur qui les diſtingue, il ſemble qu'elles n'ont pas dû échapper aux Anatomiſtes, n'y ayant rien de ſi commun que de trouver des pierres de Fiel.

Felix Platerus en a apperçu, mais il a dit ſimplement qu'il avoit trouvé dans le Corps humain & dans les Animaux des pierres de Fiel brillantes, de couleur d'argent, & d'autres de couleur d'or: *In veſicula Fellis non ſolùm in humano corpore, ſed & in animalibus deprehendi calculos, nunc argenteo, nunc aureo colore ſplendentes.* *Obſervat. p. 894.*

Si l'on ſaiſit l'idée naturelle qui ſe préſente, en diſant que la bile peut ſe vitrifier, on ſeroit diſpoſé à croire que ceux qui l'ont dit, ont été frappés par le luiſant, ou même le tranſparent qu'ils ont pu appercevoir dans quelques pierres de Fiel; mais cela ne ſuffit pas pour établir l'eſpece ſinguliére

que j'ai décrite, & il me semble que l'analogie de la vitrification avec la formation de ces pierres n'est pas soûtenable.

Si je n'entreprends point de l'expliquer, j'espere au moins que mon observation engagera les Anatomistes à couper toutes les pierres de Fiel qu'ils rencontreront, la plûpart se contentant ordinairement de les garder entiéres comme des curiosités d'Histoire Naturelle.

Il y a même un grand nombre de variétés dans les pierres de l'espece commune, ou à noyau, qui n'ont pas été remarquées, & que je rassemble actuellement.



EXTRAIT

Fig. 1.



Fig. 3.



Fig. 2



Fig. 4.

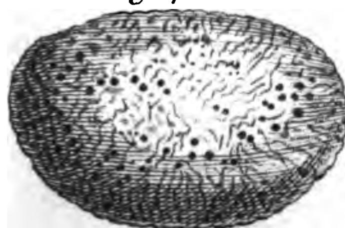


Fig. 5.



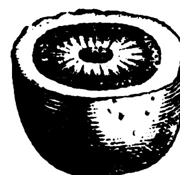
Fig. 6.



Fig. 7.



Fig. 8.



Simonneau Sculp.

EXTRAIT DES OBSERVATIONS ET OPE'RATIONS

Qui ont été faites dans le bas Languedoc, pendant les mois de Mai & Juin de l'année 1740.

Par M. PITOT.

DANS le bas Languedoc, entre Beaucaire, Aigues-mortes & Maugnio, il y a environ 30 mille arpents de marais qu'une Compagnie se propose de dessécher, & de faire des Canaux de Navigation depuis Beaucaire jusqu'à Aigues-mortes, & d'Aigues-mortes aux Salins de Pécais & à l'Etang de Maugnio. 24 Mars 1741.

Le desséchement de ces marais paroît depuis long temps un objet si considérable, que depuis près de 300 ans il s'est présenté en différents temps & différentes époques, des Particuliers qui ont voulu l'entreprendre, mais ils ont été arrêtés par des obstacles & des inconvénients qu'il seroit trop long de rapporter ici.

La Compagnie qui se propose aujourd'hui de dessécher ces marais, trouve aussi de grands obstacles, tant par rapport à la sûreté des salins de Pécais où il y a actuellement un fonds de 52 millions de Sel pour les Fermes du Roi, que par rapport aux oppositions de l'Ordre de Malthe & d'un grand nombre de Seigneurs, de Villes & Communautés voisines de ces marais: cette affaire étant très-importante & très-considérable dans le Languedoc, il fut arrêté par une délibération des Etats de cette Province, du 12.me Janvier 1740, qu'il seroit fait une vérification, tant sur la possibilité dudit desséchement & des Canaux de Navigation proposés, que sur les risques pour les salins de Pécais, les oppositions & les craintes des Communautés, &c.

En conséquence de cette délibération, M. l'Archevêque

de Narbonne, comme Président-né des Etats de Languedoc, ayant bien voulu jetter les yeux sur moi, & me demander pour assister à cette vérification, je partis de Paris le 18 Avril 1740, pour me rendre à Montpellier, & de-là à Aigues-mortes.

Je ne rapporte ici que les principales remarques & observations que j'ai faites pendant le cours de la vérification.

Toute la côte de la Mer du bas Languedoc, principalement du côté d'Aigues-mortes, est un pays plat & bas, dont une grande partie est encore en étang, une autre partie en marais, & le reste en terres labourables ou terres cultes, très-basses, & par cette raison fort sujettes aux inondations. A la premiére inspection de ce pays, il m'a paru que ces terres labourables & ces marais n'ont été formés que par les dépôts des sables, des limons & créments des riviéres du Rhône, du Vistre, du Vidourle, &c. Les dépôts presque continuels de ces riviéres ont comblé & reculé les bords de la Mer. Tout le monde sçait que le Roi S.t Louis s'embarqua à Aigues-mortes pour la Terre-Sainte, l'an 1269; ce qui a fait penser que depuis ce temps la Mer s'étoit retirée & avoit baissé. Mais il est aisé de reconnoître & de voir évidemment que les sables & les limons entraînés par les riviéres ont formé une nouvelle plage, distante de celle du temps de S.t Louis, de 3 à 4 mille toises; à cette nouvelle plage les vagues & l'agitation des hautes Mers ont amoncelé les sables & ont formé des dunes: on voit encore près d'Aigues-mortes les dunes de l'ancienne plage.

Presque tout l'espace que la Mer a laissé entre l'ancienne & la nouvelle plage, est resté d'abord en étang, tels sont les étangs d'Aigues-mortes, de Maugnio, &c. les dépôts de sable & de limon des riviéres, dans le temps de leurs grandes eaux, diminuent continuellement ces étangs, tant en étendue qu'en profondeur : les étangs d'Aigues-mortes n'ont guére qu'environ 3 pieds de profondeur, & l'étang de Maugnio 3 ou 4 pieds.

Les parties comblées de ces étangs sont changées d'abord

en marais, & ces marais deviennent dans la suite des terres labourables ou des prairies. On ne trouve pas dans toutes ces terres la moindre petite pierre, ce qui est encore une preuve que ces terres ne sont que les limons & créments des riviéres.

Il est très-important d'empêcher que ces limons & créments n'achevent de combler & d'atterrir les étangs d'Aigues-mortes, parce que les salins de Pécais situés au milieu de ces étangs, tirent, pour ainsi dire, toute leur nourriture pour les saunaisons ou formation des Sels, des eaux de ces étangs. On les distingue en plusieurs étangs particuliers, tels sont l'étang du Repausset, celui du Repos, de la Ville, du Roy, du Commun, des Planes, des Caïtives, de la Marette, &c. Il y a encore le Rhône mort de la Ville, & le Rhône mort de Saint-Roman, qui sont comme de grands & larges Canaux; il me paroît que ces Rhônes morts sont deux anciennes embouchûres & brassiéres du Rhône, qu'on a nommées *Rhônes morts*, parce que le Rhône a autrefois cessé de couler par ces endroits-là, les atterrissements ayant entiérement comblé leurs issues & communications avec la Mer. En effet, la plûpart des fleuves & des riviéres charient presque continuellement des sables & des terres, prolongent & comblent leurs embouchûres dans la Mer; leurs eaux trouvant ensuite plus de pente d'un autre côté, changent de lit & forment une nouvelle embouchûre. Tous ces étangs d'Aigues-mortes ne communiquent plus avec la Mer que par une ouverture de 25 toises de large, faite à la plage qu'on nomme le *Grau du Roi*, excepté les temps des plus hautes Mers, que les vents de Mer qui viennent du côté du Sud, qu'on nomme *vents marins*, soufflent avec violence; car dans ces temps orageux la Mer passe entre les dunes & en plusieurs endroits de la plage, & vient submerger, pour ainsi dire, les étangs qui sont hors des digues de l'enceinte & enclos de Pécais.

Comme la Mer Méditerranée n'a presque point de flux & reflux, on prétend que la plus grande hauteur où elle est élevée aux côtes du bas Languedoc par les vents marins,

n'eſt que de 3 pieds à 3 pieds $\frac{1}{2}$, ce que nous n'avons pas été à portée d'obſerver nous-mêmes.

L'enclos des ſalins de Pécais a environ 10 mille toiſes de circonférence, ſçavoir, 9 mille toiſes de digues & environ mille toiſes de dunes qui ſervent de remparts & de digues; les digues ont depuis 5 juſqu'à 7 pieds de hauteur, & depuis 10 juſqu'à 15 pieds de couronnement, leur talus eſt à peu-près égal à la hauteur.

Cet enclos renferme trois étangs, des Planes, du Roy & du Commun, avec tous les ſalins, excepté celui de Saint-Jean qui appartient à l'Ordre de Malthe.

Les eaux de ces étangs intérieurs ſervent aux ſaunaiſons, & comme elles ne ſuffiſent pas, l'on en tire des étangs extérieurs par des marteliéres, qui ſont des ouvertures que l'on ouvre & ferme par des portes à couliſſes.

Pour les ſaunaiſons on fait paſſer une partie des eaux des étangs ſur des partenemens ou terrein uni & applani, où elles s'évaporent en partie, s'y préparent à l'ardeur du Soleil, & lorſqu'elles y ſont devenues rougeâtres, ce qu'on appelle être en *rame*, on les éleve par de petits puits à roue ſur les tables des ſalins, l'évaporation s'acheve ſur ces tables, le Sel s'y congele & s'y cryſtalliſe; on ramaſſe ce Sel pour le porter ſur les entrepôts, & le mettre, comme on dit, en *camele*, qui ſont de grandes maſſes ou piles en forme de priſme triangulaire; on laiſſe le Sel ainſi en pile ou maſſe pendant ſix ou ſept ans avant que d'y toucher pour le tranſporter dans les Greniers du Roy. On prétend que le Sel nouveau eſt trop piquant & trop âcre, & qu'il faut le laiſſer pendant tout ce temps en maſſe, où il perd cette trop grande âcreté.

Les Entrepôts de Sel, qu'on nomme auſſi *Entrepôts de vente*, doivent être élevés d'une certaine hauteur au deſſus des eaux des plus grandes inondations. On nous a aſſûré que ces hauteurs étoient déterminées par des Réglements & Ordonnances du Roy, elles ſont cependant bien différentes les unes des autres. Nous en avons trouvé qui étoient élevés de 5 pieds ou environ au deſſus du niveau des eaux des

étangs, & d'autres d'environ 2 pieds & demi ſeulement.

Dès que je vis en général la ſituation des étangs d'Aigues-mortes & de Pécais, leur communication des uns aux autres & avec la Mer, je jugeai que leurs niveaux devoient être à peu-près les mêmes que le niveau ordinaire de la Mer; ce que je vérifiai par des coups de niveau que je donnai de la ſurface de la Mer à celle des étangs, & de la ſurface des étangs des uns aux autres. En effet, les eaux de tous ces étangs ſe tiennent, pour ainſi dire, en équilibre entr'elles & avec celles de la Mer.

Cet équilibre ou ce niveau eſt ſouvent interrompu par les vents de terre ou de mer, par les eaux plus ou moins abondantes que la grande robine d'Aigues-mortes amene dans ces étangs, & par leurs communications étroites aux pêcheries & aux marteliéres.

Les eaux de la grande robine d'Aigues-mortes viennent ordinairement en partie de la riviére du Vidourle, par le canal de la Radelle, des eaux de la riviére du Viſtre, & de celles du canal du Bourgidou; c'eſt auſſi par la grande robine que les eaux d'une partie des marais s'écoulent dans les étangs & à la Mer.

Comme il n'y a preſque point de pente, les eaux de la grande robine coulent d'ordinaire fort lentement du côté de la Mer, elles ſont quelquefois dormantes, & alors leur niveau eſt le même que le niveau de la Mer; mais lorſque la Mer eſt élevée par les vents marins, la grande robine coule en ſens contraire, les eaux de la Mer viennent à Aigues-mortes, d'où elles vont ſe répandre & inonder une grande partie des marais juſqu'à environ 15 mille toiſes de la Mer. Il y a un repaire contre une aſſiſe du pont d'Artois à Aigues-mortes, par le moyen duquel on voit à tout moment la hauteur des eaux au deſſus du niveau ordinaire de la Mer.

Les différents marais qu'on ſe propoſe de deſſécher, ſont nommés marais ſupérieurs, marais inférieurs, marais de la Souterane, du Courtet, de Saint-Laurent, du Cailar, de Laloüa, de Lunel, &c. Les marais ſupérieurs commencent

à environ 5 mille toises au dessous de Beaucaire, & à 22 mille toises de la Mer; leur longueur est à peu-près de 6 mille 5 cens toises, leur largeur est fort inégale depuis 5 cens jusqu'à 3 mille toises.

Les marais inférieurs ont environ 6 mille toises de longueur, & 2 mille de largeur moyenne, la Souterane a près de 9 mille toises de long, & 7 à 8 cens de large.

C'est dans ces marais inférieurs qu'il y a de ces terres tremblantes qu'on nomme *Trantalieres* & *Levrons*, dans lesquelles on enfonce sans peine des perches de 15 à 20 pieds de long, & où l'on dit qu'il s'enfonce quelquefois des Bœufs qui disparoissent entiérement.

Ces marais ne produisent actuellement que des herbes palustres, des roseaux, des joncs, du bois tamarin & autres Plantes marécageuses; on y voit cependant quantité de Chevaux & de Bœufs qui s'y élevent & nourrissent pendant toute l'année, Hiver & Eté. Ces animaux errent par troupes çà & là dans les marais; les Bœufs sur-tout n'entrent jamais dans des étables, ils ont presque continuellement les pieds dans l'eau, & résistent à la piquûre des grosses Mouches & autres Insectes, dont la quantité est prodigieuse en Eté. Ces Bœufs sont d'une espece particuliére, noirs & sauvages; & quoiqu'il soit dangereux de les approcher, les fermiers & paysans ont cependant l'adresse de les ramener & assujettir à la charrue.

Nous avons nivelé la hauteur de la surface des eaux de ces marais au dessus du niveau ordinaire de la Mer, & la pente des riviéres, avec un bon niveau de M. Huguens. Quoique ce niveau soit à double lunette, pour donner en même temps les coups de niveau de l'avant & de l'arriére, nous avons préféré de ne nous servir que d'une seule lunette, en renversant le niveau à chaque station. On ne peut se servir de deux lunettes qu'avec des attentions extrêmement pénibles & délicates, au lieu qu'avec une seule lunette on ne risque rien en prenant certaines précautions. La principale de ces précautions est de donner les coups de niveau de l'avant & de l'arriére à

distances parfaitement égales, car par ce moyen on sauve les erreurs causées par les réfractions, & on n'a pas besoin de corriger & réduire le niveau apparent au vrai niveau. Il y a plus, en mettant les points de mire, de l'arriére & de l'avant à des distances parfaitement égales, on sauve même l'erreur de l'instrument, supposé que l'axe prolongé de la lunette ne soit pas parfaitement dans la direction du niveau apparent; car la lunette restant dans sa même suspension, si son axe hausse ou baisse d'un côté, il haussera ou baissera de la même quantité de l'autre côté, à distance parfaitement égale. Nous avons donné, autant qu'il nous a été possible, chaque coup de niveau de 150 ou 200 toises de chaque côté, ainsi chaque station du niveau étoit de 3 ou de 400 toises.

Comme il n'y a pas de niveau plus parfait que celui de l'eau tranquille & dormante, je souhaitois de trouver les marais pleins d'eau, afin d'abréger considérablement les opérations du nivellement, en marquant des points ou repaires autour des bords de l'eau des marais. Heureusement une grande pluie presque continuelle depuis le 25 jusqu'au 28 Mai, causa une inondation; le 29 au matin je me rendis à la Tour Carbonniére à une demi-lieue d'Aigues-mortes, pour voir l'effet des eaux, leur cours ou chûte dans les marais: je vis que les eaux débordées de la riviére du Vidourle, venant des bréches du côté de Tamaniguiére & de la Gaze du Roi, couloient sur les marais de Saint-Laurent; que la vîtesse avec laquelle ces eaux passoient sous les 48 arches de la chaussée de Saint-Laurent, étoit de 3 à 4 pieds par seconde; après quoi ces mêmes eaux rencontrant celles de la riviére du Vistre, faisoient, pour ainsi dire, rebrousser chemin aux eaux du Vistre, en les refoulant avec elles dans les marais de la Souterane, & se répandre sur une étendue de marais de plus de 4 lieues de longueur, tant que la vûe pouvoit porter, ce que j'observai encore l'après-midi du haut de la Tour de Constance à Aigues-mortes avec une bonne lunette.

Le lendemain 30 Mai les eaux avoient cessé de couler, elles étoient tranquilles & dormantes: dans cet état je jugeai

qu'elles étoient parfaitement de niveau, mais pour nous en convaincre, nous nivelames l'intervalle entre les eaux au pont d'Artois à Aigues-mortes, & celles des marais à la Tour Carbonniére; cet intervalle eſt de 1620 toiſes. Nous ne trouvames qu'une ligne de différence que les eaux du Bourgidou au pont d'Artois étoient au deſſus de celles des marais à la Tour Carbonniére; en effet, les eaux ne coulant d'aucun côté, étoient ce jour-là dans une eſpece d'équilibre, & une ligne de différence n'eſt point ſenſible ſur une ſi grande diſtance: or au moyen de notre repaire du pont d'Artois, qui marque la hauteur du niveau ordinaire de la Mer, nous reconnumes qu'au moment de notre nivellement les eaux étoient à ce Pont à 26 pouces au deſſus du niveau de la Mer; donc le niveau des eaux des marais à la Tour Carbonniére étoit le même jour à 26 pouces au deſſus du niveau ordinaire de la Mer.

La hauteur du niveau des eaux des marais au deſſus de celui de la Mer étant ainſi connue, je partis le 31 *Mai* avec M. Daſté Ingénieur, & M. Daidé Conſeiller à la Cour des Aides de Montpellier & Syndic des Propriétaires des Salins de Pécais, pour aller marquer des repaires autour des marais à Villard, Saint-Sebaſtien, Franquevaux, Eſpairan, &c.

Voici un autre moyen dont je me ſervis pour abréger les nivellements. Depuis l'écluſe de Silveréal juſqu'à Aigues-mortes il y a plus de 10 mille toiſes de canaux, ou plûtôt deux canaux qui communiquent enſemble, ſçavoir, le canal de Silveréal & celui du Bourgidou. Je demandai de tenir l'écluſe fermée un certain temps, pour rendre les eaux de ces canaux dormantes, & par conſéquent de niveau, ce qui donnoit tout d'un coup le nivellement de plus de 10 mille toiſes d'intervalle; mais je n'ai fait aucun uſage de ce nivellement, parce que les portes d'écluſes laiſſoient échapper un peu d'eau; je n'en parle ici que comme d'un moyen dont on peut ſe ſervir utilement dans quelques autres occaſions.

De tous nos nivellements, dont je n'expoſe ici qu'un petit abrégé, & des points de ſonde des hauteurs ou profondeurs des

des eaux d'une grande partie des marais, nous avons trouvé le fond de ces marais différemment élevé au dessus du niveau ordinaire de la Mer; à quelques-uns cette hauteur au dessus du niveau de la Mer est de 6 ou 7 pieds, à d'autres de 2 ou 3 pieds, & à d'autres de quelques pouces seulement.

L'un des principaux objets de notre vérification a été celui de la riviére du Vidourle, tant par rapport à la sûreté des salins de Pécais, que par rapport à la possibilité du desséchement des marais & aux risques d'inonder les terres des Communautés voisines de cette riviére, par l'exécution des ouvrages qu'on propose d'y faire. Cette riviére descend des montagnes des Cévennes du côté de Saint-Hippolyte, ses eaux se répandent dans les marais & les étangs. Dans le temps des grandes pluies elle amene un si grand volume d'eau, & avec tant de rapidité, qu'en sept ou huit heures de temps ces eaux s'élevent quelquefois au pont de Lunel & au dessous jusqu'à Saint-Laurent, à plus de 20 pieds de hauteur au dessus du niveau de ses basses eaux ordinaires; & quoiqu'elle soit retenue dans son lit par des digues de 20 à 25 pieds de hauteur, elle inonde souvent les terroirs des Communautés de Lunel, Marcillargues & de Saint-Laurent. La raison de ces fréquentes inondations vient principalement de ce que le lit de cette riviére est trop étroit & trop étranglé, sa pente est fort inégale; dans certains endroits les eaux paroissent dormantes, & dans d'autres au contraire il y a des chûtes où les eaux descendent avec une très-grande vîtesse: or comme les volumes d'eau sont par-tout en raison réciproque des vîtesses, il s'ensuit que les eaux s'élevent beaucoup dans les endroits qui ont le moins de pente.

On a proposé de jetter cette riviére dans l'étang de Maugnio, & d'élargir extrêmement son embouchûre, par plusieurs raisons importantes; 1.° pour qu'elle ne porte pas une trop grande quantité d'eau douce dans les étangs qui sont autour des salins de Pécais, ce qui seroit très-nuisible aux saunaisons ou formation des sels; 2.° pour que ces mêmes étangs ne soient pas comblés & atterris par la grande quantité de limon

& créments dont les eaux de cette riviére se chargent en descendant des montagnes; 3.° enfin pour éviter, en donnant une grande largeur à son lit vers son embouchûre, que ces eaux soûtenues dans ces parties basses ne causent de plus fréquentes inondations aux terroirs des Communautés supérieures.

La riviére du Vistre n'est ni fort considérable ni fort à craindre; la fontaine de Nîmes est la principale source de cette riviére, presque toutes ses grandes eaux se répandent actuellement dans les marais.

Le Rhône a été regardé avec raison comme l'ennemi le plus redoutable des salins de Pécais, on en a ressenti une épreuve funeste en 1706, qu'une grande inondation de ce fleuve submergea presque tous les sels qui étoient sur les entrepôts de vente; mais depuis 1712 que le Rhône s'est fait une nouvelle embouchûre par le canal des Launes, ses grandes eaux ont si fort diminué, que l'on a presqu'oublié que ces inondations soient à craindre pour les salins; ses digues sont un peu trop négligées.

Pour connoître toute la pente du Rhône depuis Beaucaire jusqu'à Aigues-mortes & à la Mer, à cause du canal proposé de navigation, nous avons nivelé l'intervalle entre Aigues-mortes & Beaucaire, en marquant & constatant des marques ou repaires de distance en distance, dont les hauteurs relatives des uns aux autres nous ont fait connoître les hauteurs entre les repaires extrêmes. Au moyen de la différence de hauteur entre les repaires extrêmes, on peut connoître à tout moment la hauteur des eaux du Rhône à Beaucaire au dessus du niveau ordinaire de la Mer.

Les principaux repaires que nous avons constatés, sont ceux du pont d'Artois à Aigues-mortes, de la Tour Carbonniére, de la Tour Danglas, de Villard, de Saint-Sebastien, de Franquevaux, du pont d'Espairan, du pont de Saint-Gilles, du pont d'Arles près de Bellegarde, de la Tour de Maillane & du quai de Beaucaire.

La distance de Beaucaire à Aigues-mortes est de 23 mille toises; nous avons trouvé que la hauteur du couronnement

du quai de Beaucaire au dessus du point qui marque le niveau ordinaire de la Mer au pont d'Artois à Aigues-mortes, est de 24 pieds 8 pouces 6 lignes.

Plus les eaux d'un fleuve sont hautes, ou plus ce fleuve est enflé, & plus la pente de ses eaux jusqu'au niveau de la Mer est grande; ainsi lorsque l'on dit que la pente d'un fleuve, depuis un tel endroit jusqu'à la surface ou niveau de la Mer, est de tant, il faut sçavoir si l'on prend cette pente dans le temps des grandes, ou des moyennes, ou des basses eaux de ce fleuve.

La différence entre la hauteur des grandes & des basses eaux du Rhône à Beaucaire, est d'environ 16 pieds; cette différence étoit plus considérable avant l'ouverture du canal des Launes.

Ayant trouvé par notre nivellement que le couronnement du quai de Beaucaire étoit élevé au dessus du niveau de la Mer de 24 pieds 8 pouces 6 lignes; lorsque les eaux du Rhône sont à cette hauteur à Beaucaire, leur pente jusqu'à la Mer est aussi de 24 pieds 8 pouces 6 lignes; mais les basses eaux sont à environ 9 pieds au dessous du couronnement du même quai, & les grandes eaux à 6 ou 7 pieds au dessus; donc la pente du Rhône de Beaucaire à la Mer dans le temps des basses eaux, n'est que d'environ 15 pieds 8 pouces, & au contraire dans le temps des plus grandes eaux cette pente est d'environ 31 pieds.

Le Rhône n'a presque plus de pente vers ses embouchûres. On sçait que c'est le fleuve le plus rapide que nous ayons en France; mais il perd cette rapidité au dessous d'Arles, où ses eaux se divisant en deux & en trois branches, s'étendent & coulent à la Mer sur une pente presqu'insensible: or comme elles ne sont plus resserrées dans un lit trop étroit, elles ne s'élevent pas beaucoup dans les temps des plus grandes eaux. Nous avons trouvé à l'écluse de Silveréal, que la différence entre les plus basses & les plus grandes eaux du petit Rhône n'étoit que de 6 pieds & demi, pendant que cette différence est à Beaucaire de 16 à 17 pieds.

Le lit du Rhône est trop resserré & étranglé entre Beaucaire & Tarascon, ce qui fait que ses eaux s'y élevent beaucoup. Nous avons reconnu par notre nivellement, que la plus grande partie des 15 ou 16 pieds de pente que nous avons trouvée depuis le niveau de ces basses eaux à Beaucaire jusqu'à la Mer, se trouve depuis Beaucaire jusqu'à 2 ou 3 lieues au dessous; passé Arles le Rhône coule, comme nous avons dit, dans un pays plat & bas, qui vraisemblablement n'a été formé que par les dépôts & créments de ce fleuve.

En général, la pente du Rhône est fort inégale & son lit fort raboteux; il fait beaucoup de ravage le long de ses bords, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre, dont il ronge & emporte les terres, ce qui fait dans la suite des temps changer son lit en quelques endroits: je lui ai vû emporter des espaces considérables de terre où il y avoit de beaux jardins. On se garantit en partie de ces ravages, en faisant des jettées de pierres qu'on nomme *paliéres* ou *épis;* ces paliéres ou épis en garantissant d'un côté, nuisent souvent d'un autre, en détournant le cours ou le fil de l'eau.

Pour juger des travaux nécessaires pour contenir & empêcher les ravages d'un fleuve rapide, tel que le Rhône, il faut joindre à beaucoup d'expérience beaucoup de connoissance de la théorie du mouvement des eaux; combien de fois n'a-t-on pas fait des travaux inutiles & même très-nuisibles? Combien de fois n'est-il pas arrivé des desordres & des dommages considérables que l'on auroit aisément évités par quelques petits ouvrages, en s'y prenant de bonne heure? Les ravages de l'eau sont presqu'aussi prompts que ceux du feu.

Lorsque le lit d'un fleuve est uni & égal, on voit couler ses eaux en nappe tranquille sans bouillonnements; mais lorsque le fond ou lit, & les bords sont raboteux, pleins de rocs, de pierres ou de cailloux, on voit par-tout des tourbillons d'eau, des bouillonnements & des courants irréguliers en tous sens; une partie des eaux étant détournée de leurs directions par les pierres & autres inégalités, il en résulte des

mouvements composés qui se succedent les uns aux autres, & forment ces tourbillons & ces bouillonnements.

Si l'on ne voit des tourbillons & des bouillonnements que dans certains endroits seulement, on n'a qu'à faire sonder un peu au dessus de ces endroits, & l'on trouvera quelques grosses pierres, quelques troncs d'arbres ou autres inégalités.

Le Rhône, dans le temps de ses grandes eaux, coule avec tant de rapidité que ses eaux entraînent des cailloux que l'on voit & que l'on entend descendre & rouler sous les eaux; mais au dessous d'Arles, où, comme nous avons dit, le Rhône n'a presque plus de pente, ces cailloux disparoissent, on n'en voit pas un seul. On me dit dans le pays que personne n'avoit pu deviner ce que tous ces cailloux deviennent, ce qu'on auroit découvert aisément, pour peu qu'on eût voulu y faire attention. Tous ces cailloux s'arrêtent du côté d'Arles & de Fourques, où les eaux, faute de pente, n'ont plus la force de les entraîner, les premiers arrêtant & servant de barriére aux suivants; de sorte qu'il se forme bien-tôt en différents endroits des tas ou amas de ces cailloux, qui sont couverts par les sables & les limons que les eaux déposent. Ces amas de cailloux ainsi couverts de sable & limon, forment comme des atterrissements & de petites isles; en effet, en faisant sonder & fouiller à ces sortes d'atterrissements, on ne trouve que des cailloux dans le fond.

On fait encore une petite question, d'où vient qu'en certains endroits on ne trouve que du sable, & presque par-tout ailleurs du limon & de la terre? A quoi il est facile de répondre, que les grandes eaux étant d'abord chargées de sable & de limon, le sable, comme le plus pesant, se précipitoit & déposoit le premier; or les eaux en diminuant, laissent à sec & à découvert certains endroits où il n'y a encore que du sable de déposé.

La question de sçavoir s'il est plus avantageux de retenir les eaux d'un fleuve ou d'une riviére par des digues, ou au contraire de laisser ses bords libres & ses grandes eaux se répandre sur les terres, n'est pas si aisée à décider; car si d'un

côté les digues garantiſſent les terres d'être inondées, d'un autre côté elles ſont cauſe fort ſouvent que les eaux s'élevent plus haut, & ſi les eaux forcent malheureuſement les digues & y font des bréches, leurs ravages ſont bien plus conſidérables : les eaux paſſant avec rapidité & violence par ces bréches, creuſent, emportent les premiéres terres qu'elles rencontrent, & y font quelquefois des tranchées profondes qui les dégradent. En ne diguant point une riviére, on profite encore des limons & créments que ces grandes eaux dépoſent ſur les terres inondées, ce qui les engraiſſe & les fertiliſe extrêmement. En général, on ne peut décider cette queſtion ſans avoir égard aux circonſtances & à la ſituation du pays; les digues peuvent être très-avantageuſes dans certains endroits, pendant que dans d'autres il vaut beaucoup mieux n'en point avoir.

Le Rhône & les riviéres du Viſtre & du Vidourle n'ont point de digues dans leurs parties baſſes ni vers leurs embouchûres; les inondations de ces riviéres dans les marais, & celles des eaux de la Mer qui viennent par le Grau du Roi, ſont très-ſalutaires aux environs d'Aigues-mortes, pour empêcher que l'air ne ſoit infecté par les eaux croupiſſantes & corrompues des marais, des foſſés & des bords des étangs.

Nous avons dit que toutes les fois que les vents marins ou de Mer regnent, les eaux de la Mer entrent par le Grau du Roi, & viennent inonder les marais des environs d'Aigues-mortes, ce qui arrive en toute ſaiſon de l'année, au lieu que les inondations des riviéres n'arrivent preſque jamais en Eté, temps auquel les eaux corrompues infectent l'air; mais depuis 12 à 15 ans que le Roi a ordonné de recreuſer & d'ouvrir ce Grau, la corruption des eaux en Eté & en Automne eſt infiniment moindre, & l'air par conſéquent beaucoup moins mal-ſain. On voyoit autrefois, c'eſt-à-dire, avant l'ouverture du Grau, les habitans d'Aigues-mortes & des environs avec un teint pâle & livide, les fiévres en faiſoient périr un grand nombre.

Ce mauvais air cauſé par les eaux croupiſſantes & corrom-

pues, regne encore aujourd'hui du côté de Maugnio, de Perol & jusqu'à Frontignan; tout le long des étangs & des marais plusieurs villages sont presque déserts, ce qui vient en partie de ce que le canal des étangs interrompt la communication des eaux: les maux augmentent & se multiplient à mesure que le nombre des habitans diminue, parce que moins il y a d'hommes, & moins on travaille pour ouvrir & recreuser les fossés, pour donner de l'écoulement aux eaux croupissantes.

Je finis par une petite observation. Etant dans les marais de Laloüa, à 4 ou 500 toises de l'étang de Maugnio & environ une lieue de la Mer, je vis sur la terre & sur les Plantes comme une espece de gelée blanche, il faisoit cependant très-chaud dans le mois de Juin après midi; je trouvai que c'étoit du Sel marin très-vif & très-piquant, ce qui me fit penser que vraisemblablement ce Sel étoit monté à une petite hauteur avec les vapeurs qui s'élevent des eaux de la Mer ou de l'étang, & que la pesanteur de ces particules ou parcelles de Sel les faisoit bien-tôt précipiter en forme de gelée blanche. Cette observation est connue, quelques Observateurs en ont parlé, ainsi je ne la rapporte que pour confirmer ce qui en a été dit.



PROBLEMES DE DYNAMIQUE,

Où l'on détermine les Trajectoires & les vîtesses d'une infinité de Corps mis en mouvement autour d'un centre immobile.

Par M. DE MONTIGNY.

PROBLEME I.

11 Mars 1741. Fig. 1.

DEUX masses données *A, M,* sont attachées à une baguette inflexible & très-déliée *A, S, M;* cette baguette enfile & remplit la capacité d'un petit anneau *S,* fixé sur un plan horisontal, l'anneau peut tourner sur son axe, & la baguette peut se mouvoir librement autour du centre immobile *S,* elle peut aussi couler à travers l'anneau, ses extrémités s'approchant & s'éloignant du point *S;* cette baguette étant en repos sur le plan, on la met en mouvement autour du centre *S,* & l'on propose de déterminer les vîtesses & les trajectoires des masses *A, M.*

1. On suppose que le plan est parfaitement poli, que la baguette est assés déliée, & l'anneau assés mince pour que leur inertie devienne infiniment petite par rapport à celle des masses *A, M;* on donne les distances de ces masses, leurs vîtesses initiales & la première position de la baguette lorsqu'elle est encore en repos.

2. La turbination de la baguette produit dans les masses *A, M,* une force centrifuge avec laquelle elles tendent à s'éloigner du point *S;* si ce centre est placé entre les deux masses, leurs forces centrifuges seront opposées; si elles sont égales, le point *S* de la baguette restera nécessairement en repos, & les masses *A, M,* décriront des cercles autour de ce point.

3. Mais si la force centrifuge est plus grande du côté du

du point A, par exemple, ou si les deux masses sont de ce même côté, alors le point A de la baguette, accéléré par la différence ou par la somme des forces centrifuges, s'éloignera du point S. De ce mouvement & de la turbination de la baguette il résulte un mouvement composé, avec lequel les points A, M, tracent les courbes αAE, μMR, dont on propose la détermination.

4. Il est visible qu'ayant déterminé la trajectoire & la vîtesse d'un point quelconque de la baguette, on aura les vîtesses & les trajectoires de tous les autres points.

J'emploie dans la solution de ce Probleme le principe de la conservation des Forces vives, principe généralement reçu des Géometres, & dont ils ont fait tant d'heureuses applications.

5. SOLUTION. Soit $\alpha\mu$ la premiére position de la baguette, α le lieu d'où le corps A commence à se mouvoir avec la vîtesse donnée (f) dans la direction αf perpendiculaire à la baguette; du point α, du rayon $S\alpha$, que l'on décrive le cercle αPX.

Soient Aa, Mm les côtés contemporains des courbes que tracent actuellement les corps A, M; AM, am deux positions de la baguette, infiniment proches. Ayant décrit du centre S, les petits arcs Ar, ms; j'appelle $S\alpha$ (a), $\alpha\mu$ ou AM (m), αP (x), SA (y), on aura $SM = m - y$.

Soit (V) la vîtesse actuelle du corps A dans le côté Aa, (U) la vîtesse du corps M dans le côté Mm.

6. Aucune force étrangere n'agit sur la baguette lorsqu'elle est une fois en mouvement, ainsi la somme des Forces vives, c'est-à-dire, des produits de chaque masse par le quarré de sa vîtesse actuelle, est une quantité constante pendant tout le mouvement, ce qui donne

$$AV^2 + MU^2 = Const.$$

7. Je décompose la vîtesse du corps A sur les directions Ar, ra, &. j'appelle (u) sa vîtesse angulaire dans le petit arc Ar; (v) sa vîtesse dans le rayon vecteur, c'est-à-dire,

Fig. 1. dans la petite ligne ra; cette vîtesse v est commune aux deux masses, & leurs vîtesses angulaires sont comme leurs distances au centre du mouvement, ainsi la vîtesse angulaire du corps M, est $\frac{m-y}{y}u$.

8. Comme les vîtesses V, u, v, décrivent en même temps les trois côtés du Triangle rectangle Ara, elles sont entr'elles comme ces côtés, & l'on a $V^2 = u^2 + v^2$;

on a de même $$U^2 = (\frac{m-y}{y})^2 u^2 + v^2.$$

9. Substituons ces valeurs dans l'Equation que nous a donnée la conservation des Forces vives, nous aurons

$$[Ay^2 + M(m-y)^2] \frac{u^2}{y^2} + (A+M)v^2 = Const.$$

10. Donc en prenant les différences

$$\left.\begin{array}{l}[Ay^2 + M(m-y)^2]\, d(\frac{u^2}{y^2}) + 2\frac{u^2}{y^3}[Ay - M(m-y)]\, dy \\ + 2(A+M)\, v\, dv\end{array}\right\} = 0.$$

11. La force qui accélere les masses A, M, dans la direction du rayon vecteur ou de la baguette, est l'excès de la force centrifuge du corps A sur celle du corps M, c'est-à-dire, $$\frac{Au^2}{y} - \frac{M(m-y)}{y^2}u^2.$$

12. Cette force multipliée par le petit temps $(\frac{dy}{v})$, & divisée par la somme des masses, fait l'incrément de la vîtesse, ce qui donne

$$\frac{u^2}{y^2}[Ay - M(m-y)]\, dy = (A+M)\, v\, dv.$$

13. Et nous aurons, en substituant cette valeur de $(A+M)\, v\, dv$ dans l'Equation différentielle qui précede,

$$[Ay^2 + M(m-y)^2]\, d(\frac{u^2}{y^2}) + 4\frac{u^2}{y^3}[Ay - M(m-y)]\, dy = 0.$$

14. Si dans le premier terme de cette Equation l'on appelle X le premier facteur, & le second dZ, elle se réduit à cette forme, $XdZ + 2ZdX = 0$,

ou $$\frac{2dX}{X} = -\frac{dZ}{Z}.$$ Fig. 1.

15. D'où l'on tire en intégrant,

$$2lX = lK - lZ,$$

& passant aux nombres,

$$X^2 = \frac{K}{Z}, \text{ ou } Z = \frac{K}{X^2};$$

c'est-à-dire, $\frac{u^2}{y^2} = \frac{K}{X^2}$.

Donc $$u = \frac{Ky}{X} = \frac{Ky}{Ay^2 + M(m-y)^2}.$$

16. Pour déterminer la constante K, on a cette condition à remplir, $u = f$ lorsque $y = a$, ce qui donne

$$K = \frac{f}{a}[Aa^2 + M(m-a)^2].$$

17. On a donc la vîtesse angulaire,

$$u = \frac{fy}{a} \times \frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}.$$

18. A présent il est aisé de déterminer la vîtesse dans le rayon vecteur, au moyen de l'Equation que nous avons eue *(art. 9.)* entre u & v. Si l'on substitue dans cette Equation l'expression de la vîtesse angulaire, on aura

$$(A+M)v^2 = C - \frac{f^2}{a^2} \times \frac{[Aa^2 - M(m-a)^2]^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}.$$

19. On a supposé que le corps A au commencement du mouvement partoit du point a dans la direction af, perpendiculaire à la baguette ; qu'ainsi la vîtesse v étoit nulle lorsque y étoit $= a$, cette condition détermine la constante,

$$C = \frac{f^2}{a^2} \times [Aa^2 + M(m-a)^2],$$

qui, substituée dans l'Equation précédente, donnera la vîtesse dans le rayon vecteur,

$$v = \frac{f}{a}\sqrt{\left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}\right)}\sqrt{\left[1 - \left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right)\right]}.$$

Fig. 1. 20. Soit au point F le centre des Forces vives[a] lorsque la baguette est sur $\alpha\mu$; au point ϕ le centre des Forces vives lorsqu'elle est sur AM. Soit $SF = F$, $S\phi = \phi$, on aura, suivant le Théoreme[b] donné par M. Daniel Bernoulli au 2.d volume des Mém. de l'Acad. de Péterſbourg, page 208[c],

$$F = \sqrt{\left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}\right)}$$

$$\phi = \sqrt{\left(\frac{Ay^2 + M(m-y)^2}{A+M}\right)}.$$

21. Ainsi la vîtesse angulaire, $u = \frac{fy}{a} \times \frac{F^2}{\varphi^2}$,

& la vîtesse dans le rayon vecteur, $v = \frac{f}{a} F\sqrt{\left(1 - \frac{F^2}{\varphi^2}\right)}$.

22. Substituant ces valeurs dans les Equations que nous avons eues *(art. 8.)* entre les vîtesses, on aura les vîtesses des corps A, M, dans les courbes αAE, μMR,

$$V = \frac{f}{a} \times \frac{F}{\varphi} \sqrt{\left(\frac{F^2}{\varphi^2} y^2 + \phi^2 - F^2\right)}$$

$$U = \frac{f}{a} \times \frac{F}{\varphi} \sqrt{\left[\frac{F^2}{\varphi^2}(m-y)^2 + \phi^2 - F^2\right]}:$$

23. Le petit temps $dt = \frac{dy}{v}$, on aura donc le temps que le corps A emploie à parcourir l'arc αA,

$$t = \int \frac{a\varphi\, dy}{fF\sqrt{(\varphi^2 - F^2)}} + Const.$$

24. Les petites lignes Ar, ra, sont comme les vîtesses qui les décrivent en même temps, $Ar = \frac{y\,dx}{a}$; ainsi

[a] Dans un systeme de corps qui tournent ensemble autour d'un point fixe, on appelle *le centre des Forces vives*, un point où la somme des masses étant appliquée, & la vîtesse du systeme restant la même, les Forces vives seront conservées.

[b] La distance du centre des Forces vives au centre du mouvement, est moyenne proportionnelle entre les distances du centre du mouvement aux centres de gravité & d'oscillation.

[c] *De mutua relatione centri virium, centri gravitatis & centri oscillationis, Demonstrationes Geometricæ,*

$\frac{ydx}{a} : dy :: u : v.$ Fig. 1.

Donc $dx = \frac{andy}{vy}$, ou $dx = \frac{aFdy}{\varphi\sqrt{(\varphi^2 - F^2)}}$.

Cette Equation exprime la nature de la courbe aAE, elle eſt réduite aux quadratures, la variable φ n'étant compoſée que de y & de conſtantes.

REMARQUES.

Soit que l'on faſſe $y = 0$, ou $y = \infty$ dans l'expreſſion de la vîteſſe angulaire *(art. 15.)*

$$u = \frac{Ay^2 + M(m-y)^2}{Ky}.$$

Elle devient nulle dans l'un & l'autre cas; ainſi pendant que le corps A s'éloigne du centre, ſa vîteſſe angulaire augmente juſqu'à un certain point au-delà duquel elle commence à diminuer.

Pour trouver le lieu de ſon *maximum*, on aura par les méthodes ordinaires,

$$du = d\left(\frac{Ky}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right) = 0.$$

Ce qui donne, en différenciant & diviſant par Kdy,

$$Ay^2 + M(m-y)^2 = 2Ay^2 - 2My(m-y).$$

D'où l'on tire $y = m\sqrt{\left(\frac{M}{A+M}\right)}$.

La vîteſſe angulaire étant nulle lorſque y devient infini, la ſeule vîteſſe qui reſte à la baguette, eſt dans la direction du rayon vecteur; que l'on faſſe $y = \infty$ dans l'expreſſion de cette vîteſſe *(art. 19.)*

$$v = \frac{f}{a}\sqrt{\left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}\right)} \times \sqrt{\left[1 - \left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right)\right]},$$

elle devient $v = \frac{f}{a}\sqrt{\left(\frac{Aa^2 + M(m-a)^2}{A+M}\right)}$, égale à la vîteſſe angulaire du centre des Forces vives au commencement du mouvement.

Fig. 1. Et si l'on fait $dv = 0$, on aura

$$d\left(\frac{-1}{Ay^2 + M(m-y)^2}\right) = 0,$$

ou $$2[Ay - M(m-y)]\,dy = 0.$$

D'où l'on tire $y = \frac{Mm}{A+M}$, qui donne le point où la vîtesse dans le rayon vecteur, est un *maximum;* alors le centre de gravité des deux masses passe au centre du mouvement.

PROBLEME II.

Solution générale du Probleme précédent.

Fig. 2. Plusieurs masses $A, B, C, M, N,$ &c. quel que soit leur nombre, étant attachées à la baguette, & mises en mouvement autour du point S, on demande leurs vîtesses & leurs trajectoires.

1. Tout étant préparé comme pour la solution du Probleme précédent, j'appelle $AB\,(b)$, $AC\,(c)$, $AM\,(m)$, $AN\,(n)$, &c.

On aura $SB = y - b$, $SC = y - c$, &c. $SM = m - y$, $SN = n - y$, &c.

Soit (P) la vîtesse actuelle du corps A dans le côté Aa, (Q) la vîtesse de B, (R) la vîtesse de C, (S) la vîtesse de M, (T) la vîtesse de N, &c.

2. La conservation des Forces vives donne cette Equation

$$AP^2 + BQ^2 + CR^2 + MS^2 + NT^2 + \&c. = Const.$$

3. Soit (u) la vîtesse angulaire du corps A, (v) sa vîtesse dans le rayon vecteur, commune à toutes les masses $A, B, C, M, N,$ &c. Les vîtesses angulaires sont comme les distances au centre, celle du corps B est $\frac{y-b}{y}u$, celle de C, $\frac{y-c}{y}u$, & la vîtesse angulaire de M, $\frac{m-y}{y}u$; celle de N, $\frac{n-y}{y}u$, &c.

4. On aura donc $P^2 = u^2 + v^2$, Fig. 2.

$$Q^2 = (\frac{y-b}{y})^2 u^2 + v^2,$$

$$R^2 = (\frac{y-c}{y})^2 u^2 + v^2,$$

$$S^2 = (\frac{m-y}{y})^2 u^2 + v^2,$$

$$T^2 = (\frac{n-y}{y})^2 u^2 + v^2, \text{ \&c.}$$

5. Substituant toutes ces valeurs dans l'Equation précédente, on aura

$$\left.\begin{matrix}[Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \text{\&c.}]\,\frac{u^2}{y^2} \\ + (A + B + C + M + N + \text{\&c.})\,v^2\end{matrix}\right\} = C.$$

6. Donc en prenant les différences

$$\left.\begin{matrix}[Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \text{\&c.}]\,d(\frac{u^2}{y^2}) \\ + 2\,\frac{u^2}{y^3}\,[Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y) - N(n-y) - \text{\&c.}]\,dy \\ + 2\,(A + B + C + M + N + \text{\&c.})\,v\,dv\end{matrix}\right\} = 0.$$

7. La baguette est accélérée dans la direction ra par la différence des Forces centrifuges, que l'on suppose être plus grandes du côté du point A, que du côté du point M. Cela posé, la force accélératrice est

$$\frac{Au^2}{y^2} + B\,\frac{y-b}{y^2}\,u^2 + C\,\frac{y-c}{y^2}\,u^2 - M\,\frac{m-y}{y^2}\,u^2 - N\,\frac{n-y}{y^2}\,u^2 - \text{\&c.}$$

On aura donc

$$\frac{u^2}{y^3}\,[Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y) - N(n-y) - \text{\&c.}]\,dy = (A + B + \text{\&c.})\,v\,dv.$$

8. Substituons cette valeur de $(A + B + C + \text{\&c.})\,v\,dv$ dans l'Equation différentielle qui précede, elle devient

$$\left.\begin{matrix}[Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \text{\&c.}]\,d(\frac{u^2}{y^2}) \\ + 4\,\frac{u^2}{y^3}\,[Ay + B(y-b) + C(y-c) - M(m-y) - N(n-y) - \text{\&c.}]\,dy\end{matrix}\right\} = 0,$$

Fig. 2. 9. Cette Equation s'integre par Logarithmes, & l'on en tire

$$u = \frac{Ky}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.}$$

10. On détermine la conſtante K, en exprimant cette condition, que la vîteſſe $u = f$ lorſque $y = a$, elle donne

$$K = \frac{f}{a}[Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + \&c.]$$

11. Ainſi la vîteſſe angulaire

$$u = \frac{fy}{a} \times \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + N(n-a)^2 + \&c.}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + N(n-y)^2 + \&c.}$$

12. Cette valeur étant ſubſtituée dans l'Equation entre les vîteſſes u & v à l'article 5 de ce Probleme, on aura

$$Conſt. - \frac{f^2}{a^2}\left[\frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + \&c.}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.}\right]^2$$
$$= (A + B + C + \&c.)\, v^2.$$

13. Pour déterminer ici la conſtante, il faut ſçavoir ce qu'étoit la vîteſſe v au commencement du mouvement, elle dépend de l'impulſion que l'on donne à la baguette. Si la baguette eſt frappée par le côté, c'eſt-à-dire, en un point quelconque entre ſes extrémités, quelle que ſoit la direction du coup, les maſſes $A, B, M,$ &c. ſortiront du repos dans des directions perpendiculaires à la baguette, & la vîteſſe v ſera nulle. Mais en frappant une des extrémités de la baguette, on peut, outre le mouvement de turbination, lui donner une vîteſſe initiale dans ſa propre direction. Soit (g) cette vîteſſe, & nous aurons $v = g$ lorſque $y = a$; cette condition remplie, on trouve

$$Conſt. = (A + B + C + \&c.)\, g^2 + \frac{f^2}{a^2} \times [Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.]$$

14. Et par conſéquent la vîteſſe dans le rayon vecteur,

$$v = \sqrt{\left[g^2 + \frac{f^2}{a^2} \times \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.}{A + B + C + M + \&c.}\left(1 - \frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + \&c.}{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + \&c.}\right)\right]}$$

15. Soient

15. Soient aux points F & φ les centres des Forces vives $SF = F$, $S\varphi = \varphi$, on aura Fig. 2.

$$F = \sqrt{\left(\frac{Aa^2 + B(a-b)^2 + C(a-c)^2 + M(m-a)^2 + \&c.}{A+B+C+M+\&c.}\right)},$$

$$\varphi = \sqrt{\left(\frac{Ay^2 + B(y-b)^2 + C(y-c)^2 + M(m-y)^2 + \&c.}{A+B+C+M+\&c.}\right)}.$$

16. Et les expressions des vîtesses se réduiront à celles-ci,

La vîtesse angulaire .... $u = \frac{fy}{a} \times \frac{F^2}{\varphi^2}$,

La vîtesse dans le ray. vect. $v = \sqrt{[g^2 + \frac{f^2}{a^2} F^2 (1 - \frac{F^2}{\varphi^2})]}$.

17. Que l'on remplisse avec ces valeurs les Equations de l'article 4, & l'on aura les vîtesses actuelles des masses A, B, C, M, &c.

$$P = \sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\varphi^2}(\frac{F^2}{\varphi^2} y^2 + \varphi^2 - F^2) + g^2]}.$$

$$Q = \sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\varphi^2}(\frac{F^2}{\varphi^2}(y-b)^2 + \varphi^2 - F^2) + g^2]}.$$

$$R = \sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\varphi^2}(\frac{F^2}{\varphi^2}(y-c)^2 + \varphi^2 - F^2) + g^2]}.$$

$S =$ &c.

18. L'élément du temps $dt = \frac{dy}{v}$, & par conséquent

$$t = \int \frac{dy}{\sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\varphi^2}(\varphi^2 - F^2) + g^2]}} + Const.$$

19. Les vîtesses u & v décrivent en même temps les petites lignes Ar, ra, elles sont donc entr'elles comme ces lignes, & l'on a $dx = \frac{audy}{vy}$,

$$\text{ou } dx = \frac{F^2 f dy}{\varphi^2 \sqrt{[\frac{f^2}{a^2} \times \frac{F^2}{\varphi^2}(\varphi^2 - F^2) + g^2]}}$$

On connoît par cette derniére Equation la nature de

Fig. 2. la courbe αAE, & le Probleme eſt réſolu dans ſa plus grande généralité.

REMARQUES.

Dans ce Probleme, comme dans le précédent, la viteſſe angulaire du corps A devient infiniment petite lorſque ce corps eſt au centre du mouvement & lorſqu'il en eſt infiniment éloigné. Pour déterminer entre ces deux points extrêmes le lieu du *maximum*, on aura

$$d\frac{Ky}{Ay^2+B(y-b)^2+C(y-c)^2+M(m-y)^2+\&c.}=0,$$

c'eſt-à-dire, en prenant les différences, & diviſant par Kdy,

$$\begin{aligned} &Ay^2+B(y-b)^2+C(y-c)^2+M(m-y)^2+N(n-y)^2+\&c. \\ &=2[Ay^2+By(y-b)+Cy(y-c)+My(m-y) \\ &\quad +Ny(n-y)+\&c.] \end{aligned}$$

ou

$$\begin{array}{ll} By^2-2Bby+Bb^2 & =Ay^2+2By^2-2Bby. \\ +Cy^2-2Ccy+Cc^2 & +2Cy^2-2Ccy. \\ +My^2-2Mmy+Mm^2 & +2My^2-2Mmy. \\ +Ny^2-2Nny+Nn^2 & +2Ny^2-2Nny. \\ +\&c. & +\&c. \end{array}$$

D'où l'on tire

$$y=\sqrt{\left(\frac{Bb^2+Cc^2+Mm^2+Nn^2+\&c.}{A+B+C+M+N+\&c.}\right)}.$$

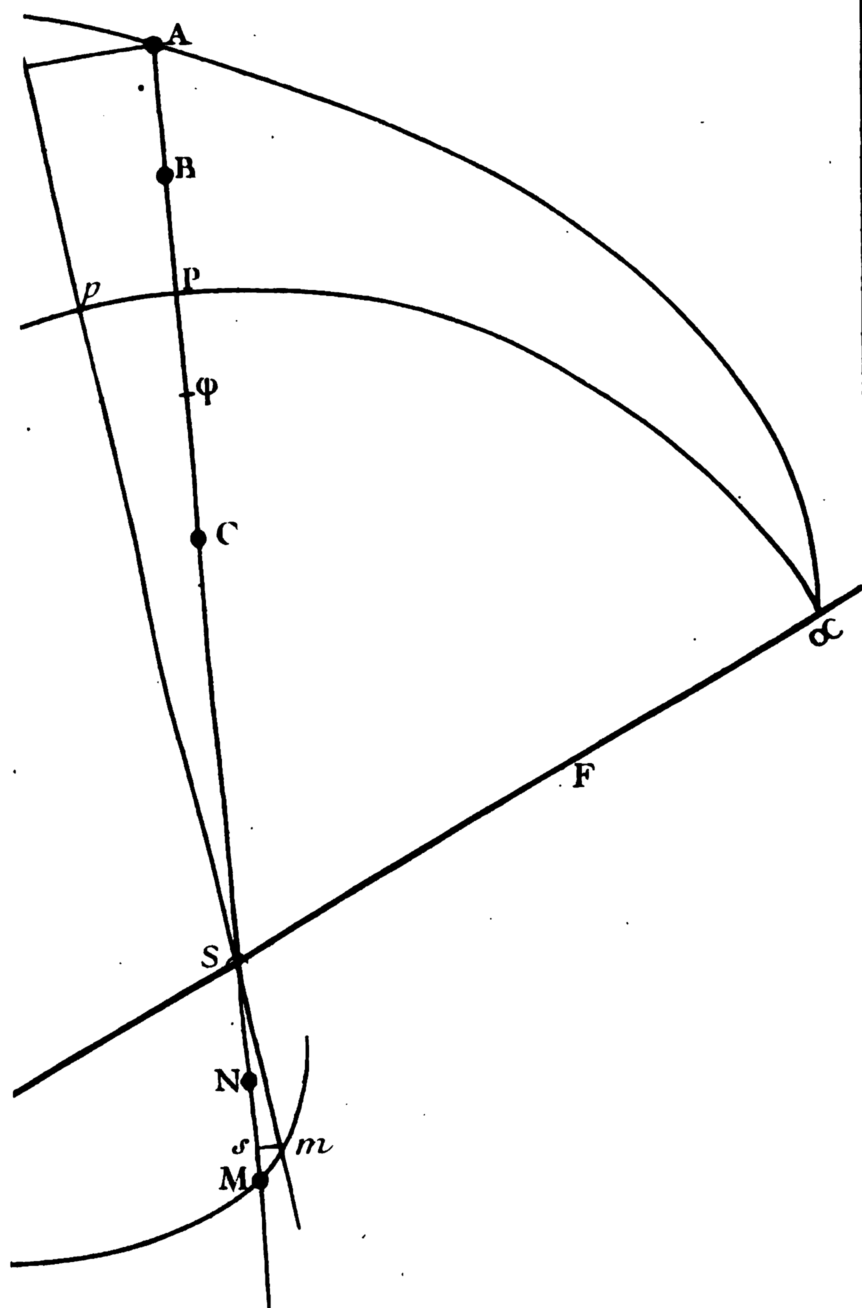
Lorſque $y=\infty$, la viteſſe dans le rayon vecteur, la ſeule qui reſte à toutes les maſſes, devient égale à la viteſſe initiale du centre des Forces vives,

$$v=\sqrt{\left(g^2+\frac{f^2}{a^2}\times\frac{Aa^2+B(a-b)^2+C(a-c)^2+\&c.}{A+B+C+M+\&c.}\right)}.$$

Par l'Equation ſuivante on déterminera le lieu de la baguette lorſqu'elle s'éloigne du centre avec une plus grande

a E
A r
P p
φ
X
F
S
ig. I.
R
m s
M
μ

Simonneau Sculp.



A
B
p
P
φ
C
♈
F
S
N
s
m
M

vîteſſe, c'eſt-à-dire, le point où la vîteſſe dans le rayon vecteur atteint ſon *maximum*, Fig. 2.

$$d\left(\frac{-1}{Ay^2+B(y-b)^2+C(y-c)^2+M(m-y)^2+\&c.}\right)=0.$$

D'où l'on tire en diviſant par $2\,dy$,

$$Ay+B(y-b)+C(y-c)-M(m-y)-N(n-y)-\&c.=0.$$

$$\text{Donc } y=\frac{Bb+Cc+Mm+Nn+\&c.}{A+B+C+M+N+\&c.};$$

Et l'on voit que la vîteſſe des maſſes, pour s'éloigner du centre de leur mouvement, ne peut jamais être plus grande qu'au moment où elles circulent autour de leur commun centre d'inertie.



EXPERIENCES SUR LA FORCE DU BOIS.

Second Mémoire.

Par M. DE BUFFON.

JE passe maintenant au détail de mes expériences dont le Mémoire précédent qui a été lû à la rentrée publique de l'Académie, ne donne qu'une idée assés imparfaite; & pour mettre de l'ordre dans les différentes parties que j'ai à traiter, je vais commencer par les expériences que j'ai été obligé de faire préliminairement & avant celles de la Force du Bois.

J'ai d'abord recherché quels étoient la densité & le poids du bois de Chêne dans les différents âges, quelle proportion il y a entre la pesanteur du bois qui occupe le centre, & la pesanteur du bois de la circonférence, & encore entre la pesanteur du bois parfait & celle de l'aubier, &c. M. du Hamel m'a dit qu'il avoit fait des expériences à ce sujet; l'attention scrupuleuse avec laquelle les miennes ont été faites, me donne lieu de croire qu'elles se trouveront d'accord avec les siennes.

Le 31 Mars 1734, j'ai fait tirer un bloc du pied d'un Chêne abattu le même jour, & ayant posé la pointe d'un compas au centre des cercles annuels, j'ai décrit une circonférence de cercle autour de ce centre, & ensuite ayant posé la pointe du compas au milieu de l'épaisseur de l'aubier, j'ai décrit un pareil cercle dans l'aubier; j'ai fait ensuite tirer de ce bloc deux petits cylindres, l'un de cœur de Chêne, & l'autre d'aubier, & les ayant posés dans les bassins d'une bonne balance hydrostatique, & qui penchoit sensiblement à un quart de grain, je les ai ajustés en diminuant peu à peu le plus pesant des deux, & lorsqu'ils m'ont paru parfaitement

en équilibre, je les ai pesés, ils pesoient également chacun 371 grains; les ayant ensuite pesés séparément dans l'eau, où je ne fis que les plonger un moment, je trouvai que le morceau de cœur perdit dans l'eau 317 grains, & le morceau d'aubier 344 des mêmes grains. Le peu de temps qu'ils demeurerent dans l'eau, rendit insensible la différence de leur augmentation de volume par l'imbibition de l'eau, qui est très-différente dans le cœur du Chêne & dans l'aubier.

Le même jour j'ai fait faire deux autres cylindres, l'un de cœur & l'autre d'aubier de Chêne, tirés d'un autre bloc pris dans un arbre à peu-près de même âge que le premier & à la même hauteur de terre, ces deux cylindres pesoient chacun 1978 grains; le morceau de cœur de Chêne perdit dans l'eau 1635 grains, & le morceau d'aubier 1784. En comparant cette expérience avec la premiére, on trouve que le cœur de Chêne ne perd dans cette seconde expérience, que 307 ou environ sur 371, au lieu de 317 $\frac{1}{2}$; & de même, que l'aubier ne perd sur 371 grains, que 330 au lieu de 344, ce qui est à peu-près la même proportion entre le cœur & l'aubier: la différence réelle ne vient que de la densité différente tant du cœur que de l'aubier du second arbre, dont le bois en général étoit plus solide & plus dur que le bois du premier.

Trois jours après j'ai pris dans un des morceaux d'un autre Chêne abattu le même jour que les précédents, trois cylindres, l'un au centre de l'arbre, l'autre à la circonférence du cœur, & le troisiéme à l'aubier, qui pesoient tous trois 975 grains dans l'air, & les ayant pesés dans l'eau, le bois du centre perdit 873 grains, celui de la circonférence du cœur perdit 906, & l'aubier 938 grains. En comparant cette troisiéme expérience avec les deux précédentes, on trouve que 371 grains du cœur du premier Chêne perdant 317 grains $\frac{1}{2}$, 371 grains du cœur du second Chêne auroient dû perdre 307 grains à peu-près, & 371 grains du cœur du troisiéme Chêne auroient dû perdre 332 grains à peu-près; & de même, que 371 grains d'aubier du premier

Chêne perdant 344 grains, 371 grains de l'aubier du ſecond Chêne auroient dû perdre 330 grains, & 371 grains de l'aubier du troiſiéme Chêne auroient dû perdre 356 grains, ce qui ne s'éloigne pas beaucoup de la premiére proportion, la différence réelle de la perte tant du cœur que de l'aubier de ce troiſiéme Chêne venant de ce que ſon bois étoit plus léger & un peu plus ſec que celui des deux autres. Prenant donc la meſure moyenne entre ces trois différents bois de Chêne, on trouve que 371 grains de cœur perdent dans l'eau 319 grains $\frac{1}{3}$ de leur poids, & que 371 grains d'aubier perdent 343 grains de leur poids; donc le volume du cœur de Chêne eſt au volume de l'aubier comme 319 $\frac{1}{3}$: 343, & les maſſes comme 343 : 319 $\frac{1}{3}$, ce qui fait environ un quinziéme pour la différence entre les poids du cœur & de l'aubier.

J'avois choiſi pour faire cette troiſiéme expérience un morceau de bois dont les couches ligneuſes m'avoient paru aſſés égales dans leur épaiſſeur, & j'enlevai mes trois cylindres de telle façon que le centre de mon cylindre du milieu qui étoit pris à la circonférence du cœur, étoit également éloigné du centre de l'arbre où j'avois enlevé mon premier cylindre de cœur, & du centre du cylindre d'aubier; par-là j'ai reconnu que la peſanteur du bois décroît à peu-près en progreſſion arithmétique; car la perte du cylindre du centre étant 873, & celle du cylindre d'aubier étant 938, on trouvera en prenant la moitié de la ſomme de ces deux nombres, que le bois de la circonférence du cœur doit perdre 905 $\frac{1}{2}$, & par l'expérience je trouve qu'il a perdu 906; ainſi le bois depuis le centre juſqu'à la derniére circonférence de l'aubier, diminue de denſité en progreſſion arithmétique.

Je me ſuis aſſûré par des épreuves ſemblables à celles que je viens de donner, de la diminution de peſanteur du bois dans ſa longueur; le bois du pied d'un arbre peſe plus que le bois du tronc au milieu de ſa hauteur, & celui de ce milieu peſe plus que le bois du ſommet, & cela à peu-près

en progreſſion arithmétique tant que l'arbre prend de l'accroiſſement; mais il vient un temps où le bois du centre & celui de la circonférence du cœur peſent à peu-près également, & c'eſt le temps auquel le bois eſt dans ſa perfection.

Les expériences ci-deſſus ont été faites ſur des arbres de ſoixante ans, qui croiſſoient encore tant en hauteur qu'en groſſeur; & les ayant répétées ſur des arbres de quarante-ſix ans, & encore ſur des arbres de trente-trois ans, j'ai toûjours trouvé que le bois du centre à la circonférence, & du pied de l'arbre au ſommet diminuoit de peſanteur à peu-près en progreſſion arithmétique.

Mais comme je viens de l'indiquer, dès que les arbres ceſſent de croître, cette proportion commence à varier. J'ai pris dans le tronc d'un arbre d'environ cent ans trois cylindres, comme dans les épreuves précédentes, qui tous trois peſoient 2004 grains dans l'air; celui du centre perdit dans l'eau 1713 grains, celui de la circonférence du cœur perdit 1718 grains, & celui de l'aubier 1779 grains.

Par une ſeconde épreuve j'ai trouvé que de trois autres cylindres pris dans le tronc d'un autre arbre d'environ cent dix ans, & qui peſoient dans l'air 1122 grains, celui du centre perdit 1010 grains dans l'eau, celui de la circonférence du cœur 997 grains, & celui de l'aubier 1023 grains. Cette expérience prouve que le cœur n'étoit plus la partie la plus ſolide de l'arbre, & elle prouve en même temps que l'aubier eſt plus peſant & plus ſolide que celui des jeunes arbres.

J'avoue que dans les différents climats, dans les différents terreins, & même dans le même terrein, cela varie prodigieuſement, & qu'on peut trouver des arbres ſitués aſſés heureuſement pour prendre encore de l'accroiſſement en hauteur à l'âge de cent cinquante ans; ceux-ci ſont une exception à la régle, mais en général il eſt conſtant que le bois augmente de peſanteur juſqu'à un certain âge dans la proportion que nous avons établie; qu'après cet âge le bois

des différentes parties de l'arbre devient à peu-près d'égale pesanteur, & c'est alors qu'il est dans sa perfection; & enfin que sur son déclin le centre de l'arbre venant à s'obstruer, le bois du cœur se seche faute de nourriture suffisante, il devient plus léger que le bois de la circonférence, & cela à proportion de la profondeur, & de la différence du terrein & du nombre des circonstances qui peuvent prolonger ou raccourcir le temps de l'accroissement des arbres.

Ayant reconnu par les expériences précédentes la différence de la densité du bois dans les différents âges & dans les différents états où il se trouve avant que d'arriver à sa perfection, j'ai cherché quelle étoit la différence de sa force, aussi dans les mêmes différents âges; & pour cela j'ai fait tirer du centre de plusieurs arbres, tous de même âge, c'est-à-dire, d'environ soixante ans, plusieurs barreaux de 3 pieds de longueur sur un pouce d'équarrissage, entre lesquels j'en ai choisi quatre qui étoient les plus parfaits, ils pesoient

1.er	2.d	3.e	4.e barreau.
onces $26\frac{31}{32}$,	onces $26\frac{18}{32}$,	onces $26\frac{16}{32}$,	onces $26\frac{15}{32}$.

Ils ont rompu sous la charge de

301 liv.,	289 liv.,	272 liv.,	272 liv.

Ensuite j'ai pris plusieurs morceaux du bois de la circonférence du cœur, de même longueur & de même équarrissage, c'est-à-dire, de 3 pieds sur un pouce, entre lesquels j'en ai choisi quatre des plus parfaits, ils pesoient

1.er	2.d	3.e	4.e
onces $25\frac{26}{32}$,	onces $25\frac{20}{32}$,	onces $25\frac{14}{32}$,	onces $25\frac{11}{32}$.

Ils ont rompu sous la charge de

262 liv.,	258 liv.,	255 liv.,	253 liv.

Et de même ayant pris quatre morceaux d'aubier, ils pesoient

1.er

1.er	2.d	3.e	4.e barreau.
onces	onces	onces	onces
$25\frac{5}{32}$,	$24\frac{31}{32}$,	$24\frac{26}{32}$,	$24\frac{24}{32}$.

Ils ont rompu sous la charge de

248liv.	242liv.	241liv.	250liv.

Ces épreuves me firent soupçonner que la force du bois pourroit bien être proportionnelle à sa pesanteur, ce qui s'est trouvé vrai, comme on le verra par la suite de ce Mémoire. J'ai répété les mêmes expériences sur des barreaux de deux pieds, sur d'autres de 18 pouces de longueur & d'un pouce d'équarrissage. Voici le résultat de ces expériences.

Barreaux de deux pieds.

	1.er	2.d	3.e	4.e
		Poids.		
	onces	onces	onces	onces
Centre...	$17\frac{2}{32}$,	$16\frac{31}{32}$,	$16\frac{24}{32}$,	$16\frac{21}{32}$.
Circonfér.	$15\frac{28}{32}$,	$15\frac{21}{32}$,	$15\frac{17}{32}$,	$15\frac{16}{32}$.
Aubier...	$14\frac{27}{32}$,	$14\frac{26}{32}$,	$14\frac{24}{32}$,	$14\frac{22}{32}$.
		Charges.		
Centre...	439liv.,	428liv.,	415liv.,	405liv.
Circonfér.	356,	350,	346,	346.
Aubier...	340,	334,	325,	316.

Il faut remarquer que comme l'arbre étoit assés gros, le bois de la circonférence étoit beaucoup plus éloigné du bois du centre que de celui de l'aubier.

Barreaux de dix-huit pouces.

	1.er	2.d	3.e	4.e
	Poids.			
	onces	onces	onces	onces
Centre...	13 $\frac{10}{32}$,	13 $\frac{6}{32}$,	13 $\frac{4}{32}$,	13.
Circonfér.	12 $\frac{16}{32}$,	12 $\frac{13}{32}$,	12 $\frac{8}{32}$,	12 $\frac{4}{32}$.
Aubier...	11 $\frac{27}{32}$,	11 $\frac{23}{32}$,	11 $\frac{18}{32}$,	11 $\frac{16}{32}$.
	Charges.			
Centre...	488 liv.,	486 liv.,	478 liv.,	477 liv..
Circonfér.	460,	451,	443,	441.
Aubier...	439,	438,	428,	428.

Barreaux d'un pied.

	1.er	2.d	3.e	4.e
	Poids.			
	onces	onces	onces	onces
Centre...	8 $\frac{19}{32}$,	8 $\frac{19}{32}$,	8 $\frac{16}{32}$,	8 $\frac{15}{32}$.
Circonfér.	8 $\frac{1}{32}$,	7 $\frac{22}{32}$,	7 $\frac{20}{32}$,	7 $\frac{20}{32}$.
Aubier...	7 $\frac{19}{32}$,	7 $\frac{2}{32}$,	7,	6 $\frac{28}{32}$.
	Charges.			
Centre...	764 liv.,	761 liv.,	750 liv.,	751 liv..
Circonfér.	721,	700,	693,	698.
Aubier...	668,	652,	651,	643.

En comparant toutes ces expériences, on voit que la force du bois ne ſuit pas bien exactement la même proportion

que sa pesanteur; mais on voit toûjours que cette pesanteur diminue, comme dans les premiéres expériences, du centre à la circonférence. On ne doit pas s'étonner de ce que ces expériences ne sont pas suffisantes pour juger exactement de la force du bois; car les barreaux tirés du centre de l'arbre sont autrement composés que les barreaux de la circonférence ou de l'aubier, & je ne fus pas long-temps sans m'appercevoir que cette différence dans la position, tant des couches ligneuses, que des cloisons qui les unissent, devoit influer beaucoup sur la résistance du bois.

J'examinai donc avec plus d'attention la forme & la situation des couches ligneuses dans les différents barreaux tirés des différentes parties du tronc de l'arbre; je vis que les barreaux tirés du centre contenoient dans le milieu un cylindre de bois rond, & qu'ils n'étoient tranchés qu'aux arêtes; je vis que ceux de la circonférence du cœur formoient des plans presque paralleles entr'eux avec une courbûre assés sensible, & que ceux de l'aubier étoient presque absolument paralleles avec une courbûre insensible. J'observai de plus que le nombre des couches ligneuses varioit très-considérablement dans les différents barreaux, de sorte qu'il y en avoit qui ne contenoient que 7 couches ligneuses, & d'autres en contenoient 14 dans la même épaisseur d'un pouce. Je m'apperçus aussi que la position de ces couches ligneuses, & le sens où elles se trouvoient lorsqu'on faisoit rompre le barreau, devoient encore faire varier leur résistance, & je cherchai les moyens de connoître au juste la proportion de cette variation.

J'ai fait tirer d'un même pied d'arbre, à la circonférence du cœur, deux barreaux de trois pieds de longueur sur un pouce & demi d'équarrissage, chacun de ces deux barreaux contenoit 14 couches ligneuses presque paralleles entr'elles. Le premier pesoit 3 liv. 2 onc. $\frac{1}{8}$, & le second 3 liv. 2 onc. $\frac{1}{2}$. J'ai fait rompre ces deux barreaux, en les posant de façon que dans le premier les couches ligneuses se trouvoient posées horisontalement, & dans le second elles étoient

ſituées verticalement. Je prévoyois que cette derniére poſition devoit être avantageuſe; & en effet le premier rompit ſous la charge de 832 liv. & le ſecond ne rompit que ſous celle de 972 livres.

J'ai de même fait tirer pluſieurs petits barreaux d'un pouce d'équarriſſage ſur un pied de longueur; l'un de ces barreaux qui peſoit 7 onc. $\frac{30}{32}$, & contenoit 12 couches ligneuſes poſées horiſontalement, a rompu ſous 784 livres; l'autre qui peſoit 8 onces, & contenoit auſſi 12 couches ligneuſes poſées verticalement, n'a rompu que ſous 860 livres.

De deux autres pareils barreaux dont le premier peſoit 7 onces $\frac{1}{2}$, & contenoit 8 couches ligneuſes, & le ſecond 7 onces $\frac{10}{32}$, & contenoit auſſi 8 couches ligneuſes, le premier dont les couches ligneuſes étoient poſées horiſontalement, a rompu ſous 778 livres, & l'autre dont les couches étoient poſées verticalement, a rompu ſous 828 livres.

J'ai de même fait tirer des barreaux de deux pieds de longueur ſur un pouce & demi d'équarriſſage. L'un de ces barreaux qui peſoit 2 livres 7 onces $\frac{1}{16}$, & contenoit 12 couches ligneuſes poſées horiſontalement, a rompu ſous 1217 livres, & l'autre qui peſoit 2 livres 7 onces $\frac{1}{8}$, & qui contenoit auſſi 12 couches ligneuſes, a rompu ſous 1294 livres.

Toutes ces expériences concourent à prouver qu'un barreau ou une ſolive réſiſte bien davantage lorſque les couches ligneuſes qui le compoſent, ſont ſituées perpendiculairement; elles prouvent auſſi que plus il y a de couches ligneuſes dans les barreaux qu'on compare, & plus la différence de la force de ces barreaux dans les deux poſitions oppoſées eſt conſidérable. Mais comme je n'étois pas encore pleinement ſatisfait à cet égard, j'ai fait ces expériences ſur des planches miſes les unes contre les autres, & je les rapporterai dans la ſuite, ne voulant point interrompre ici l'ordre des temps de mon travail, parce qu'il me paroît plus naturel de donner les choſes comme on les a faites.

Les expériences précédentes ont servi à me guider pour celles qui doivent suivre; elles m'ont appris qu'il y a une différence considérable entre la pesanteur & la force du bois dans un même arbre, selon que ce bois est pris au centre ou à la circonférence de l'arbre; elles m'ont fait voir que la situation des couches ligneuses faisoit varier la résistance de la même pièce de bois. Elles m'ont encore appris que le nombre des couches ligneuses influe sur la force du bois, & dès-lors j'ai reconnu que les expériences qui ont été faites jusqu'à présent sur cette matiére, sont insuffisantes pour déterminer la force du bois; car toutes ces expériences ont été faites sur de petites pièces d'un pouce ou un pouce & demi d'équarrissage, & on a fondé sur ces expériences le calcul des Tables qu'on nous a données pour la résistance des poutres, solives & pièces de toute grosseur & longueur, sans avoir fait aucune des remarques que nous avons énoncées ci-dessus.

Après ces premiéres connoissances de la force du bois, qui ne sont encore que des notions assés peu complétes, j'ai cherché à en acquérir de plus précises; j'ai voulu m'assûrer d'abord si de deux morceaux de bois de même longueur & de même figure, mais dont le premier étoit double du second pour la grosseur, le premier avoit une résistance double, & pour cela j'ai choisi plusieurs morceaux de bois pris dans les mêmes arbres & à la même distance du centre, ayant le même nombre d'années, situés de la même façon, avec toutes les circonstances nécessaires pour établir une juste comparaison.

J'ai pris à la même distance du centre d'un arbre quatre morceaux de bois parfait, chacun de 2 pouces d'équarrissage sur 18 pouces de longueur, ces quatre morceaux ont rompu sous 3226, 3062, 2983 & 2890 livres, c'est-à-dire, sous la charge moyenne de 3040 livres. J'ai de même pris quatre morceaux de 17 lignes, foibles d'équarrissage, sur la même longueur, ce qui fait à très-peu près la moitié de grosseur des quatre premiers morceaux, & j'ai trouvé qu'ils

ont rompu ſous 1304, 1274, 1231, 1198 livres, c'eſt-à-dire, au pied moyen, ſous 1252 liv. & de même j'ai pris quatre morceaux d'un pouce d'équarriſſage ſur la même longueur de 18 pouces, ce qui fait le quart de groſſeur des premiers, & j'ai trouvé qu'ils ont rompu ſous 526, 517, 500, 496 livres, c'eſt-à-dire, au pied moyen, ſous 510 livres. Cette expérience fait voir que la force d'une pièce n'eſt pas proportionnelle à ſa groſſeur, car ces groſſeurs étant 1, 2, 4, les charges devroient être 510, 1020, 2040, au lieu qu'elles ſont en effet 510, 1252, 3040, ce qui eſt fort différent, comme l'avoient déja remarqué tous les Auteurs qui ont écrit ſur la réſiſtance des Solides.

J'ai pris de même pluſieurs barreaux d'un pied, de 18 pouces, de 2 pieds & de 3 pieds de longueur, pour reconnoître ſi les barreaux d'un pied porteroient une fois autant que ceux de 2 pieds, & pour m'aſſûrer ſi la réſiſtance des pièces diminue juſtement dans la même raiſon que leur longueur augmente. Les barreaux d'un pied ſupporterent au pied moyen 765 livres, ceux de 18 pouces 500 livres, ceux de 2 pieds 369 livres, & ceux de 3 pieds 230 livres. Cette expérience me laiſſa dans le doute, parce que les charges n'étoient pas fort différentes de ce qu'elles devoient être; car au lieu de 765, 500, 369 & 230, la régle du levier demandoit 765, 510, 382 $\frac{1}{2}$ & 255 livres, ce qui ne s'éloigne pas aſſés pour pouvoir conclurre que la réſiſtance des pièces de bois ne diminue pas en même raiſon que leur longueur augmente; mais d'un autre côté cela s'éloigne aſſés pour qu'on ſuſpende ſon jugement, & en effet on verra par la ſuite que l'on a ici raiſon de douter.

J'ai enſuite cherché quelle étoit la force du bois en ſuppoſant la pièce inégale dans ſes dimenſions, par exemple, en la ſuppoſant d'un pouce d'épaiſſeur ſur un pouce $\frac{1}{2}$ de largeur, & en la plaçant ſur l'une & enſuite ſur l'autre de ces dimenſions, & pour cela j'ai fait faire quatre barreaux d'aubier de 18 pouces de longueur ſur 1 pouce $\frac{1}{2}$ d'une face, & ſur 1 pouce de l'autre face; ces quatre barreaux poſés

ſur la face d'un pouce ont ſupporté au pied moyen 723 liv. & quatre autres barreaux tout ſemblables poſés ſur la face d'un pouce $\frac{1}{2}$ ont ſupporté au pied moyen 935 livres $\frac{1}{2}$. Quatre barreaux de bois parfait poſés ſur la face d'un pouce ont ſupporté au pied moyen 775, & ſur la face d'un pouce $\frac{1}{2}$ 998 livres. Il faut toûjours ſe ſouvenir que dans ces expériences j'avois ſoin de choiſir des morceaux de bois à peu-près de même peſanteur, qui contenoient le même nombre de couches ligneuſes poſées du même ſens.

Avec toutes ces précautions & toute l'attention que je donnois à mon travail, j'avois ſouvent peine à me ſatisfaire; je m'appercevois quelquefois d'irrégularités & de variations qui dérangeoient les conſéquences que je voulois tirer de mes expériences; & j'en ai plus de mille rapportées ſur un regiſtre, que j'ai faites à pluſieurs deſſeins, dont cependant je n'ai pu rien tirer, & qui m'ont laiſſé dans une incertitude manifeſte à bien des égards. Comme toutes ces expériences ſe faiſoient avec des morceaux de bois d'un pouce, d'un pouce $\frac{1}{2}$ ou de 2 pouces d'équarriſſage, il falloit une attention très-ſcrupuleuſe dans le choix du bois, une égalité preſque parfaite dans la peſanteur, le même nombre dans les couches ligneuſes, & outre cela il y avoit un inconvénient preſqu'inévitable, c'étoit l'obliquité de la direction des fibres, qui ſouvent rendoit les morceaux de bois tranchés les uns d'une couche, les autres d'une demi-couche, ce qui diminuoit conſidérablement la force du bois; je ne parle pas des nœuds, des défauts du bois, de la direction trop oblique des couches ligneuſes, on ſent bien que tous ces morceaux étoient rejettés ſans ſe donner la peine de les mettre à l'épreuve; enfin de ce grand nombre d'expériences que j'ai faites ſur de petits morceaux, je n'en ai pu tirer rien d'aſſûré que les réſultats que j'ai donnés ci-deſſus, & je n'ai pas cru devoir hazarder d'en tirer des conſéquences générales pour faire des Tables ſur la réſiſtance du bois.

Ces conſidérations & les regrets des peines perdues me déterminèrent à entreprendre de faire les expériences en

grand; je voyois clairement la difficulté de l'entreprise, mais je ne pouvois me résoudre à l'abandonner, & heureusement j'ai été beaucoup plus satisfait que je ne l'espérois d'abord.

I.re Expérience. Le 3 Mars 1740, j'ai fait abattre un Chêne de 3 pieds de circonférence, & d'environ 25 pieds de hauteur, il étoit droit & sans branches jusqu'à la hauteur de 15 à 16 pieds; je l'ai fait scier à 14 pieds, afin d'éviter les défauts du bois causés par l'éruption des branches, & ensuite j'ai fait scier par le milieu cette pièce de 14 pieds, cela m'a donné deux pièces de 7 pieds chacune; je les ai fait équarrir le lendemain par des Charpentiers, & le sur-lendemain je les ai fait travailler à la varlope par des Menuisiers, pour les réduire toutes deux à quatre pouces juste d'équarrissage; ces deux pièces étoient fort saines & sans aucun nœud apparent; celle qui provenoit du pied de l'arbre pesoit 60 livres, celle qui venoit du dessus du tronc pesoit 56 livres; on employa à charger la premiére 29 minutes de temps, elle plia dans son milieu de 3 pouces $\frac{1}{2}$ avant que d'éclater; à l'*instant* que la pièce eut éclaté, on discontinua de la charger; elle continua d'éclater & de faire beaucoup de bruit pendant 22 minutes, elle baissa dans son milieu de 4 pouces $\frac{1}{2}$, & rompit sous la charge de 5350 livres. La seconde pièce, c'est-à-dire, celle qui provenoit de la partie supérieure du tronc, fut chargée en 22 minutes, elle plia dans son milieu de 4 pouces 6 lignes avant que d'éclater, alors on cessa de la charger; elle continua d'éclater pendant 8 minutes, & elle baissa dans son milieu de 6 pouces 6 lignes, & rompit sous la charge de 5275 livres.

II.de Expérience. Le 7 Mars 1740, dans le même terrein où j'avois fait couper l'arbre qui m'a servi à l'expérience précédente, j'en ai fait abattre un autre presque semblable au premier, il étoit seulement un peu plus élevé, quoiqu'un peu moins gros, sa tige étoit assés droite, mais elle laissoit paroître plusieurs petites branches de la grosseur d'un doigt dans la partie supérieure, & à la hauteur de 17 pieds elle se divisoit en deux grosses branches; j'ai fait tirer de cet arbre deux solives

ſolives de 8 pieds de longueur ſur 4 pouces d'équarriſſage, & je les ai fait rompre deux jours après, c'eſt-à-dire, immédiatement après qu'on les eut travaillées & réduites à la juſte meſure; la premiére ſolive qui provenoit du pied de l'arbre peſoit 68 livres, & la ſeconde tirée de la partie ſupérieure de la tige ne peſoit que 63 livres: on chargea cette premiére ſolive en 15 minutes, elle plia dans ſon milieu de 3 pouces 9 lignes avant que d'éclater; dès qu'elle eut éclaté on ceſſa de charger; la ſolive continua d'éclater pendant 10 minutes, & elle baiſſa dans ſon milieu de 8 pouces, après quoi elle rompit en faiſant beaucoup de bruit, ſous le poids de 4600 livres. La ſeconde ſolive fut chargée en 13 minutes, elle plia de 4 pouces 8 lignes avant que d'éclater, & après le premier éclat qui ſe fit à 3 pieds 2 pouces du milieu, elle baiſſa de 11 pouces en 6 minutes, & rompit au bout de ce temps ſous la charge de 4500 livres.

III.e Expérience.

Le même jour 7 Mars, je fis abattre un troiſiéme Chêne voiſin des deux autres, & j'en fis ſcier la tige par le milieu; on en tira deux ſolives de 9 pieds chacune de longueur ſur 4 pouces d'équarriſſage; celle du pied peſoit 77 livres, & celle du ſommet 71 liv. & les ayant fait mettre à l'épreuve, la premiére fut chargée en 14 minutes, elle plia de 4 pouces 10 lign. avant que d'éclater, & enſuite elle baiſſa de 7 pouc. $\frac{1}{2}$, & rompit ſous la charge de 4100 livres; celle du deſſus de la tige, qui fut chargée en 12 minut. plia de 5 pouc. $\frac{1}{2}$, éclata, enſuite baiſſa juſqu'à 9 pouc. & rompit net ſous la charge de 3950 livres.

Ces expériences font voir que le bois du pied d'un arbre eſt plus peſant que le bois du haut de la tige; elles apprennent auſſi que le bois du pied eſt plus fort & moins flexible que celui du ſommet.

IV.e Expérience.

Le 9 Mars 1740, j'ai choiſi dans le même canton où j'avois déja pris les arbres qui m'ont ſervi aux expériences précédentes, deux Chênes de même eſpèce, de même groſſeur, & à peu-près ſemblables en tout; leur tige avoit 3 pieds de tour, & n'avoit guére que 11 à 12 pieds de hauteur

juſqu'aux premiéres branches; je les fis équarrir & travailler tous deux en même temps, & on tira de chacun une ſolive de 10 pieds de longueur ſur 4 pouces d'équarriſſage; l'une de ces ſolives peſoit 84 liv. & l'autre 82; la premiére rompit ſous la charge de 3625 livres, & la ſeconde ſous celle de 3600 livres. Je dois obſerver ici qu'on employa un temps égal à les charger, & qu'elles éclaterent toutes deux au bout de 15 minutes; la plus légere plia un peu plus que l'autre, c'eſt-à-dire, de 6 pouces $\frac{1}{2}$, & l'autre de 5 pouces 10 lignes.

V.e Expérience. Le 10 Mars 1740, j'ai fait abattre dans le même endroit deux autres Chênes de 2 pieds 10 à 11 pouces de groſſeur, & d'environ 15 pieds de tige, j'en ai fait tirer deux ſolives de 12 pieds de longueur & de 4 pouces d'équarriſſage; la premiére peſoit 100 liv. & la ſeconde 98; la plus peſante a rompu ſous la charge de 3050 liv. & l'autre ſous celle de 2925 liv. après avoir plié dans leur milieu, la premiére juſqu'à 7, & la ſeconde juſqu'à 8 pouces.

Voilà toutes les expériences que j'ai faites ſur des ſolives de 4 pouces d'équarriſſage; je n'ai pas voulu aller au de-là de la longueur de 12 pieds, parce que dans l'uſage ordinaire les Conſtructeurs & les Charpentiers n'emploient que très-rarement des ſolives de 12 pieds ſur 4 pouces d'équarriſſage, & qu'il n'arrive jamais qu'ils ſe ſervent de pièces de 14 ou 15 pieds de longueur, & de 4 pouces de groſſeur ſeulement.

En comparant la différente peſanteur des ſolives employées à faire les expériences ci-deſſus, on trouve par la premiére de ces expériences, que le pied cube de ce bois peſoit 74 liv. $\frac{4}{7}$, par la ſeconde 73 $\frac{6}{8}$, par la troiſiéme 74, par la quatriéme 74 $\frac{7}{10}$, & par la cinquiéme 74 $\frac{1}{4}$, ce qui marque que le pied cube de ce bois peſoit en nombres moyens 74 liv. $\frac{3}{10}$.

En comparant les différentes charges des pièces avec leur longueur, on trouve que les pièces de 7 pieds de longueur ſupportent 5313 livres, celles de 8 pieds 4550, celles de 9 pieds 4025, celles de 10 pieds 3612, & celles de

12 pieds 2987; au lieu que par les régles ordinaires de la Méchanique celles de 7 pieds ayant ſupporté 5313 livres, celles de 8 pieds auroient dû ſupporter 4649 livres, celles de 9 pieds 4121, celles de 10 pieds 3719, & celles de 12 pieds 3099 livres; d'où l'on peut déja ſoupçonner que la force du bois décroît plus qu'en raiſon inverſe de ſa longueur. Comme il me paroiſſoit important d'acquérir une certitude entiére ſur ce fait, j'ai entrepris de faire les expériences ſuivantes ſur des ſolives de 5 pouces d'équarriſſage, & de toutes longueurs depuis 7 pieds juſqu'à 28.

VI.e Expérience.

Comme je m'étois aſtreint à prendre dans le même terrein tous les arbres que je deſtinois à mes expériences, je fus obligé de me borner à des pièces de 28 pieds de longueur, n'ayant pu trouver dans ce canton des Chênes plus élevés; j'en ai choiſi deux dont la tige avoit 28 pieds ſans groſſes branches, & qui en tout avoient plus de 45 à 50 pieds de hauteur, ces Chênes avoient près de 5 pieds de tour au pied; je les ai fait abattre le 14 Mars 1740, & les ayant fait amener le même jour, je les ai fait équarrir le lendemain, on tira de chaque arbre une ſolive de 28 pieds de longueur ſur 5 pouces d'équarriſſage; je les examinai avec attention pour reconnoître s'il n'y auroit pas quelque nœud ou quelque défaut de bois vers le milieu, & je trouvai que ces deux longues pièces étoient fort ſaines: la premiére peſoit 364 livres, & la ſeconde 360; je fis charger la plus peſante avec un équipage léger, on commença à 2^h 55'; à 3 heures, c'eſt-à-dire, au bout de 5 minutes, elle avoit déja plié de 3 pouces dans ſon milieu, quoiqu'elle ne fût encore chargée que de 500 livres; à 3^h 5', elle avoit déja plié de 7 pouces, & elle étoit chargée de 1000 livres; à 3^h 10' elle avoit plié de 14 pouces ſous la charge de 1500 liv. enfin à 3^h 12 à 13' elle avoit plié de 18 pouces, & elle étoit chargée de 1800 liv. dans cet inſtant la pièce éclata violemment, elle continua d'éclater pendant 14 minutes, & baiſſa de 25 pouces, après quoi elle rompit net au milieu ſous ladite charge de 1800 livres. La ſeconde pièce fut

chargée de la même façon ; on commença à 4^{h} $5'$, on la chargea d'abord de 500 livres, en 5 minutes elle avoit plié de 5 pouces; dans les cinq minutes suivantes on la chargea encore de 500 liv. elle avoit plié de 11 pouc. $\frac{1}{2}$; au bout de 5 autres minutes elle avoit plié de 18 pouces sous la charge de 1500 livres, deux minutes après elle éclata sous celle de 1750 livres, & dans ce moment elle avoit plié de 22 pouces; on cessa de la charger, elle continua d'éclater pendant 6 minutes, & baissa jusqu'à 28 pouces avant que de rompre entiérement sous cette charge de 1750 livres.

VII.e Expérience. Comme la plus pesante des deux pièces de l'expérience précédente avoit rompu net dans son milieu, & que le bois n'étoit point éclaté ni fendu dans les parties voisines de la rupture, je pensai que les deux morceaux de cette pièce rompue pourroient me servir pour faire des expériences sur la longueur de 14 pieds; je prévoyois que la partie supérieure de cette pièce peseroit moins, & romproit plus aisément que l'autre morceau qui provenoit de la partie inférieure du tronc, mais en même temps je voyois bien qu'en prenant le terme moyen entre les deux résistances de ces deux solives, j'aurois un résultat qui ne s'éloigneroit pas de la résistance réelle d'une pièce de 14 pieds prise dans un arbre de cette hauteur ou environ. J'ai donc fait scier le reste des fibres qui unissoient encore les deux parties, celle qui venoit du pied de l'arbre se trouva peser 185 livres, & celle du sommet 178 liv. $\frac{1}{2}$; la premiére fut chargée d'un millier dans les 5 premiéres minutes, elle n'avoit pas plié sensiblement sous cette charge; on l'augmenta d'un second millier de livres dans les 5 minutes suivantes, ce poids de 2 milliers la fit plier d'un pouce dans son milieu, un troisiéme millier en cinq autres minutes la fit plier en tout de 2 pouc. un quatriéme millier la fit plier jusqu'à 3 pouc. $\frac{1}{2}$, & un cinquiéme millier jusqu'à 5 pouc. $\frac{1}{2}$; on alloit continuer à la charger, mais après avoir ajoûté 250 aux cinq milliers dont elle étoit chargée, il se fit un éclat à une des arêtes inférieures, on discontinua de charger, les éclats

continuèrent, & la pièce baiſſa dans le milieu juſqu'à 10 pouces avant que de rompre entiérement ſous cette charge de 5250 livres; elle avoit ſupporté tout ce poids pendant 41 minutes.

On chargea la ſeconde pièce comme on avoit chargé la premiére, c'eſt-à-dire, d'un millier par 5 minutes; le premier millier la fit plier de 3 lignes, le ſecond d'un pouce 4 lignes, le troiſiéme de 3 pouc. le quatriéme de 5 pouces 9 lignes; on chargeoit le cinquiéme millier lorſque la pièce éclata tout-à-coup ſous la charge de 4650 livres, elle avoit plié de 8 pouces; après ce premier éclat on ceſſa de charger, la pièce continua d'éclater pendant une demi-heure, & elle baiſſa juſqu'à 13 pouces avant que de rompre entiérement ſous cette charge de 4650 livres.

La premiére pièce qui provenoit du pied de l'arbre avoit porté 5250 livres, & la ſeconde qui venoit du ſommet 4650 livres, cette différence me parut trop grande pour ſtatuer ſur cette expérience, c'eſt pourquoi je crus qu'il falloit réitérer, & je me ſervis de la ſeconde pièce de 28 pieds de la ſixiéme expérience; elle avoit rompu en éclatant à 2 pieds du milieu du côté de la partie ſupérieure de la tige, mais la partie inférieure ne paroiſſoit pas avoir beaucoup ſouffert de la rupture, elle étoit ſeulement fendue de 4 à 5 pieds de longueur, & la fente qui n'avoit pas un quart de ligne d'ouverture pénétroit juſqu'à la moitié ou environ de l'épaiſſeur de la pièce; je réſolus malgré ce petit défaut, de la mettre à l'épreuve, je la peſai & je trouvai qu'elle peſoit 183 livres; je la fis charger comme les précédentes, on commença à midi 20 minutes, le premier millier la fit plier de près d'un pouce, le ſecond de 2 pouces 10 lignes, le troiſiéme de 5 pouc. 3 lignes, & un poids de 150 liv. ajoûté aux trois milliers la fit éclater avec grande force, l'éclat fut rejoindre la fente occaſionnée par la premiére rupture, & la pièce baiſſa de 15 pouces avant que de rompre entiérement ſous cette charge de 3150 livres. Cette expérience m'apprit à me défier beaucoup des pièces qui avoient été rompues

ou chargées auparavant, car il se trouve ici une différence de près de deux milliers sur cinq dans la charge, & cette différence ne doit être attribuée qu'à la fente de la première rupture qui avoit affoibli la pièce.

Etant donc encore moins satisfait après cette troisiéme épreuve que je ne l'étois après les deux premiéres, je cherchai dans le même terrein deux arbres dont la tige pût me fournir deux solives de la même longueur de 14 pieds sur 5 pouces d'équarrissage, & les ayant fait couper le 17 Mars, je les fis rompre le 19 du même mois; l'une des pièces pesoit 178 liv. & l'autre 176; elles se trouvèrent heureusement fort saines & sans aucun défaut apparent ou caché; la premiére ne plia point sous le premier millier, elle plia d'un pouce sous le second, de 2 pouces ½ sous le troisiéme, de 4 pouc. ½ sous le quatriéme, & de 7 pouc. ¼ sous le cinquiéme; on la chargea encore de 400 liv. après quoi elle fit un éclat violent, & continua d'éclater pendant 21 minut. elle baissa jusqu'à 13 pouces, & rompit enfin sous la charge de 5400 livres. La seconde plia un peu sous le premier millier, elle plia d'un pouce 3 lign. sous le second, de 3 pouc. sous le troisiéme, de 5 pouces sous le quatriéme, & de près de 8 pouces sous le cinquiéme, 200 livres de plus la firent éclater; elle continua à faire du bruit & à baisser pendant 18 minutes, & rompit au bout de ce temps sous la charge de 5200 livres. Ces deux derniéres expériences me satisfirent pleinement, & je fus alors convaincu que les pièces de 14 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage peuvent porter au moins 5 milliers, tandis que par la loi du levier elles n'auroient dû porter que le double des pièces de 28 pieds, c'est-à-dire, 3600 livres ou environ.

VIII.e Expérience. J'avois fait abattre le même jour 17 Mars, deux autres arbres dont la tige avoit environ 16 à 17 pieds de hauteur sans branches, & j'avois fait scier ces deux arbres en deux parties égales, cela me donna quatre solives de 7 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage; de ces quatre solives je fus obligé d'en rebuter une qui provenoit de la partie

inférieure de l'un de ces arbres, à cause d'une tare assés considérable, c'étoit un ancien coup de coignée que cet arbre avoit reçu dans sa jeunesse à 3 pieds $\frac{1}{2}$ au-dessus de terre; cette blessure s'étoit recouverte avec le temps, mais la cicatrice n'étoit pas réunie & subsistoit en entier, ce qui faisoit un défaut très-considérable, je jugeai donc que cette pièce devoit être rejettée. Les trois autres étoient assés saines & n'avoient d'autre défaut, sinon d'avoir été, la premiére tirée du pied, & les deux autres du sommet des arbres; la différence de leur poids le marquoit assés, car celle qui venoit du pied pesoit 94 livres, & des deux autres, l'une pesoit 90 liv. & l'autre 88 liv. $\frac{1}{2}$. Je les fis rompre toutes trois le même jour 19 Mars, on employa près d'une heure pour charger la premiére; d'abord on la chargeoit de 2 milliers par 5 minutes, on se servit d'un gros équipage qui pesoit seul 2500 liv. au bout de 15 minutes elle étoit chargée de 7 milliers, elle n'avoit encore plié que de 5 lign. Comme la difficulté de charger augmentoit, on ne put dans les 5 minutes suivantes la charger que de 1500 livres, elle avoit plié de 9 lignes; mille livres qu'on mit ensuite dans les 5 minutes suivantes, la firent plier d'un pouce 3 lignes; autres mille livres en 5 minutes l'amenerent à 1 pouce 11 lignes, encore mille livres à 2 pouces 6 lignes; on continuoit de charger, mais la pièce éclata tout-à-coup & très-violemment sous la charge de 11775 livres, elle continua d'éclater avec grande violence pendant 10 minutes, baissa jusqu'à 3 pouces 7 lignes, & rompit net au milieu.

La seconde pièce qui pesoit 90 livres fut chargée comme la premiére; elle plia plus aisément, & rompit au bout de 35 minutes sous la charge de 10950 liv. mais il y avoit un petit nœud à la face inférieure qui avoit contribué à la faire rompre.

La troisiéme pièce qui ne pesoit que 88 liv. $\frac{1}{2}$ ayant été chargée en 53 minutes, rompit sous la charge de 11275 liv. J'observai qu'elle avoit encore plus plié que les deux autres, mais on manqua de marquer exactement les quantités dont

ces pièces plièrent à mesure qu'on les chargeoit. Par ces trois épreuves il est aisé de voir que la force d'une pièce de bois de 7 pieds de longueur, qui ne devroit être que quadruple de la force d'une pièce de bois de 28 pieds, est à peu-près sextuple.

IX.e Expérience.

Pour suivre plus loin ces épreuves & m'assûrer de cette augmentation de force en détail & dans toutes les longueurs des pièces de bois, j'ai fait abattre, toûjours dans le même canton, deux Chênes fort clairs dont la tige portoit plus de 25 pieds sans aucune grosse branche; j'en ai fait tirer le 22 Mars 1740 deux solives de 24 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage; ces deux pièces étoient fort saines & d'un bois liant qui se travailloit avec facilité. La premiére pesoit 310 livres, & la seconde n'en pesoit que 307; je les ai fait charger avec un petit équipage de 500 livres par 5 minutes, la premiére a plié de 2 pouces sous une charge de 500 livres, de 4 pouces $\frac{1}{2}$ sous celle d'un millier, de 7 pouces $\frac{1}{2}$ sous 1500 liv. & de près de 11 pouces sous 2000 liv. la pièce éclata sous 2200, & rompit au bout de 5 minutes après avoir baissé jusqu'à 15 pouc. La seconde pièce plia de 3 pouces, 6 pouces, 9 pouces $\frac{1}{2}$, 13 pouces sous les charges successives & accumulées de 500, 1000, 1500 & 2000 livres, & rompit sous 2125 liv. après avoir baissé jusqu'à 16 pouces.

X.e Expérience.

Il me falloit deux pièces de 12 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage pour comparer leur force avec celle des pièces de 24 pieds de l'expérience précédente; j'ai choisi pour cela deux arbres le 23 Mars, qui étoient à la vérité un peu trop gros, mais que j'ai été obligé d'employer faute d'autres; je les ai fait abattre le même jour avec huit autres arbres, sçavoir, deux de 22 pieds, deux de 20, & quatre de 12 à 13 pieds de hauteur; j'ai fait travailler le lendemain ces deux premiers arbres, & en ayant fait tirer deux solives de 12 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, j'ai été un peu surpris de trouver que l'une des solives pesoit 156 liv. & que l'autre ne pesoit que 138 liv. je n'avois pas

pas encore trouvé d'aussi grandes différences, même à beaucoup près, dans le poids de deux pièces semblables, je pensai d'abord, malgré l'examen que j'en avois fait, que l'une des pièces étoit trop forte & l'autre trop foible d'équarrissage; mais les ayant bien mesurées par-tout avec un troussequin de Menuisier, & ensuite avec un compas courbe, je reconnus qu'elles étoient parfaitement égales, & comme elles étoient saines & sans aucun défaut, je ne laissai pas de les faire rompre toutes deux, pour reconnoître ce que cette différence de poids produiroit. On les chargea toutes deux de la même façon, c'est-à-dire, d'un millier en cinq minutes; la plus pesante plia de $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{4}$, 4, $5\frac{1}{2}$ pouces dans les 5, 10, 15, 20, 25 & 30 minutes qu'on employa à la charger, & elle éclata sous la charge de 6050 livres, après avoir baissé jusqu'à 13 pouces avant que de rompre absolument. La moins pesante des deux pièces plia de $\frac{1}{4}$, 1, 2, $3\frac{1}{2}$, $5\frac{1}{4}$, dans les 5, 10, 15, 20 & 25 minutes, & elle éclata sous la charge de 5225 livres, sous laquelle au bout de 7 à 8 minutes elle rompit entiérement: on voit que la différence est ici à peu-près aussi grande dans les charges que dans les poids, & que la pièce légère étoit très-foible. Pour lever les doutes que j'avois sur cette expérience, je fis tout de suite travailler un autre arbre de 13 pieds de longueur, & j'en fis tirer une solive de 12 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage; elle se trouva peser 154 livres, & elle éclata après avoir plié de 5 pouces 9 lignes sous la charge de 6100 livres. Cela me fit voir que les pièces de 12 pieds sur 5 pouces peuvent supporter environ 6000 livres, tandis que les pièces de 24 pieds ne portent que 2200, ce qui fait un poids beaucoup plus fort que le double de 2200 qu'elles auroient dû porter par la loi du levier. Il me restoit pour me satisfaire sur toutes les circonstances de cette expérience, à trouver pourquoi dans un même terrein il se trouve quelquefois des arbres dont le bois est si différent en pesanteur & en résistance; j'allai pour le découvrir, visiter le lieu, & ayant sondé le

terrein auprès du tronc de l'arbre qui avoit fourni la pièce légère, je reconnus qu'il y avoit un peu d'humidité qui séjournoit au pied de cet arbre par la pente naturelle du lieu, & j'attribuai la foiblesse de ce bois au terrein humide où il étoit crû, car je ne m'apperçus pas que la terre fût d'une qualité différente, & ayant sondé dans plusieurs endroits, je trouvai par-tout une terre semblable. On verra par l'expérience suivante, que les différents terreins produisent des bois qui sont quelquefois de pesanteur & de force encore plus inégales.

XI.e Expérience. J'ai choisi dans le même terrein où je prenois tous les arbres qui me servoient à faire mes expériences, un arbre à peu-près de la même grosseur que ceux de l'expérience neuviéme, & en même temps j'ai cherché un autre arbre à peu-près semblable au premier dans un terrein différent; la terre est forte & mêlée de glaise dans le premier terrein, & dans le second ce n'est qu'un sable presque sans aucun mélange de terre. J'ai fait tirer de chacun de ces arbres une solive de 22 pieds sur 5 pouces d'équarrissage; la première solive qui venoit du terrein fort, pesoit 281 livres; l'autre qui venoit du terrein sablonneux, ne pesoit que 232 livres, ce qui fait une différence de près d'un sixiéme dans le poids. Ayant mis à l'épreuve la plus pesante de ces deux pièces, elle plia de 11 pouces 3 lignes avant que d'éclater, & elle baissa jusqu'à 19 pouces avant que de rompre absolument, elle supporta pendant 18 minutes une charge de 2975 livres; mais la seconde pièce qui venoit du terrein sablonneux, ne plia que de 5 pouces avant que d'éclater, & ne baissa que de 8 pouces $\frac{1}{2}$ dans son milieu, & elle rompit au bout de 3 minutes sous la charge de 2350 livres, ce qui fait une différence de plus d'un cinquiéme dans la charge. Je rapporterai dans la suite quelques autres expériences à ce sujet; mais revenons à notre échelle des résistances suivant les différentes longueurs.

XII.e Expérience. De deux solives de 20 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, prises dans le même terrein & mises à

l'épreuve le même jour, la premiére qui pesoit 263 livres, supporta pendant 10 minutes une charge de 3275, & ne rompit qu'après avoir plié dans son milieu de 16 pouces 2 lignes; la seconde solive qui pesoit 259 livres, supporta pendant 8 minutes une charge de 3175 livres, & rompit après avoir plié de 20 pouces $\frac{1}{2}$.

J'ai ensuite fait faire trois solives de 10 pieds de longueur & du même équarrissage de 5 pouces, la premiére pesoit 132 livres, & a rompu sous la charge de 7225 livres au bout de 21 minutes, & après avoir baissé de 7 pouces $\frac{1}{2}$; la seconde pesoit 130 livres, elle a rompu après 20 minutes sous la charge de 7050 livres, & elle a baissé de 6 pouces 9 lignes; la troisiéme pesoit 128 livres $\frac{1}{2}$, elle a rompu sous la charge de 7100 livres, après avoir baissé de 8 pouces 7 lignes, & cela au bout de 18 minutes. XIIIe Expérience.

En comparant cette expérience avec la précédente, on voit que les pièces de 20 pieds sur 5 pouces d'équarrissage peuvent porter une charge de 3225, & celles de 10 pieds de longueur & du même équarrissage de 5 pouces, une charge de 7125, au lieu que par les règles de la Méchanique elles n'auroient dû porter que 6450 livres.

Ayant mis à l'épreuve deux solives de 18 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, j'ai trouvé que la premiére pesoit 232 livres, & qu'elle a supporté pendant 11 minutes une charge de 3750 livres, après avoir baissé de 17 pouces, & que la seconde qui pesoit 231 livres, a supporté une charge de 3650 livres pendant 10 minutes, & n'a rompu qu'après avoir baissé de 15 pouces. XIVe Expérience.

Ayant de même mis à l'épreuve trois solives de 9 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, j'ai trouvé que la premiére qui pesoit 118 liv. a porté pendant 58 minutes une charge de 8400 liv. après avoir plié dans son milieu de 6 pouces; la seconde qui pesoit 116 livres, a supporté pendant 46 minutes une charge de 8325 liv. après avoir plié dans son milieu de 5 pouces 4 lignes; & la troisiéme qui pesoit 115 liv. a supporté pendant 40 minut. une charge XVe Expérience.

de 8200 livres, & elle a plié dans son milieu de 5 pouces.

Comparant cette expérience avec la précédente, on voit que les pièces de 18 pieds de longueur sur 5 pouc. d'équarrissage portent 3700 livres, & que celles de 9 pieds portent 8308 livres $\frac{1}{3}$, au lieu qu'elles n'auroient dû porter, selon les règles, que 7400 livres.

XVI.e Expérience. Enfin ayant mis à l'épreuve deux solives de 16 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 209 liv. a porté pendant 17 minutes une charge de 4425 livres, & elle a rompu après avoir baissé de 16 pouces; la seconde qui pesoit 205 liv. a porté pendant 15 minutes une charge de 4275 livres, & elle a rompu après avoir baissé de 12 pouces $\frac{1}{2}$.

XVII.e Expérience. Et ayant mis à l'épreuve deux solives de 8 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, la première qui pesoit 104 liv. porta pendant 40 minutes une charge de 9900, & rompit après avoir baissé de 5 pouces; la seconde qui pesoit 102 livres, porta pendant 39 minutes une charge de 9675 liv. & rompit après avoir plié de 4 pouces 7 lignes.

Comparant cette expérience avec la précédente, on voit que la charge moyenne des pièces de 16 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage, est 4350 liv. & que celle des pièces de 8 pieds & du même équarrissage est 9787 $\frac{1}{2}$, au lieu que par la règle du levier elle devroit être de 8700 liv.

Il résulte de toutes ces expériences que la résistance du bois n'est point en raison inverse de la longueur, comme on l'a cru jusqu'ici, mais que cette résistance décroît très-considérablement à mesure que la longueur des pièces augmente, ou si l'on veut, qu'elle augmente beaucoup à mesure que cette longueur diminue; il n'y a qu'à jetter les yeux sur la Table ci-jointe pour s'en convaincre, on voit que la charge d'une pièce de 10 pieds est le double & un neuviéme de celle d'une pièce de 20 pieds; que la charge d'une pièce de 9 pieds est le double & environ le huitiéme de celle d'une pièce de 18 pieds; que la charge d'une pièce de 8 pieds est le double & un huitiéme presque juste de celle

d'une pièce de 16 pieds ; que la charge d'une pièce de 7 pieds est le double & beaucoup plus d'un huitiéme de celle de 14 pieds, de sorte qu'à mesure que la longueur des pièces diminue, la résistance augmente, & cette augmentation de résistance croît de plus en plus.

On peut objecter ici que cette règle de l'augmentation de la résistance qui croît de plus en plus à mesure que les pièces sont moins longues, ne s'observe pas au de-là de la longueur de 20 pieds, & que les expériences rapportées ci-dessus sur des pièces de 24 & de 28 pieds prouvent que la résistance du bois augmente plus dans une pièce de 14 pieds comparée à une pièce de 28, que dans une pièce de 7 pieds comparée à une pièce de 14, & que de même cette résistance augmente plus que la règle ne le demande dans une pièce de 12 pieds comparée à une pièce de 24 pieds; mais il n'y a rien là qui se contrarie, & cela n'arrive ainsi que par un effet bien naturel, c'est que la pièce de 28 pieds & celle de 24 pieds, qui n'ont que 5 pouces d'équarrissage, sont trop disproportionnées dans leurs dimensions, & que le poids de la pièce même est une partie considérable du poids total qu'il faut pour la rompre, car il ne faut que 1775 livres pour rompre une pièce de 28 pieds, & cette pièce pèse 362 livres. On voit bien que le poids de la pièce devient dans ce cas une partie considérable de la charge qui la fait rompre ; & d'ailleurs ces longues pièces minces pliant beaucoup avant que de rompre, les plus petits défauts du bois, & sur-tout le fil tranché, contribuent beaucoup plus à la rupture.

Il seroit aisé de faire voir qu'une pièce pourroit rompre par son propre poids, & que la longueur qu'il faudroit supposer à cette pièce proportionnellement à sa grosseur, n'est pas aussi grande à beaucoup près qu'on pourroit l'imaginer ; par exemple, en partant du fait acquis par les expériences ci-dessus, que la charge d'une pièce de 7 pieds de longueur sur 5 pouces d'équarrissage est de 11525, on concluroit tout de suite que la charge d'une pièce de 14 pieds

eſt de 5762 livres, que celle d'une pièce de 28 pieds eſt de 2881, que celle d'une pièce de 56 pieds eſt de 1440 livres, c'eſt-à-dire, la huitiéme partie de la charge de 7 pieds, parce que la charge de 56 pieds eſt huit fois plus longue; cependant bien loin qu'il fût beſoin d'une charge de 1440 livres pour rompre une pièce de 56 pieds ſur 5 pouces ſeulement d'équarriſſage, j'ai de bonnes raiſons pour croire qu'elle pourroit rompre par ſon propre poids. Mais ce n'eſt pas ici le lieu de rapporter les recherches que j'ai faites à ce ſujet, & je paſſe à une autre ſuite d'expériences ſur des pièces de 6 pouces d'équarriſſage depuis 8 pieds juſqu'à 20 pieds de longueur.

XVIII.e Expérience. J'ai fait rompre deux ſolives de 20 pieds de longueur ſur 6 pouces d'équarriſſage, l'une de ces ſolives peſoit 377 livres, & l'autre 375; la plus peſante a rompu au bout de 12 minutes ſous la charge de 5025 livres, après avoir plié de 17 pouces; la ſeconde qui étoit la moins peſante, a rompu en 11 minutes ſous la charge de 4875 liv. après avoir plié de 14 pouces.

J'ai enſuite mis à l'épreuve deux pièces de 10 pieds de longueur ſur le même équarriſſage de 6 pouces, la premiére qui peſoit 188 livres, a ſupporté pendant 46 minutes une charge de 11475 livres, & n'a rompu qu'en ſe fendant juſqu'à l'une de ſes extrémités; elle a plié de 8 pouces: la ſeconde qui peſoit 186 liv. a ſupporté pendant 44 minutes une charge de 11025 livres, elle a plié de 6 pouces avant que de rompre.

XIX.e Expérience. Ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 18 pieds de longueur ſur 6 pouces d'équarriſſage, la premiére qui peſoit 334 livres, a porté pendant 16 minutes une charge de 5625 livres; elle avoit éclaté avant ce temps, mais je ne pus appercevoir de rupture dans les fibres, de ſorte qu'au bout de deux heures & demie voyant qu'elle étoit toûjours au même point, & qu'elle ne baiſſoit plus dans ſon milieu, où elle avoit plié de 12 pouces 3 lignes, je voulus voir ſi elle pourroit ſe redreſſer, & je fis ôter peu-à-peu tous les

poids dont elle étoit chargée; quand tous les poids furent enlevés, elle ne demeura courbe que de deux pouces, & le lendemain elle s'étoit redressée au point qu'il n'y avoit que 5 lignes de courbûre dans son milieu. Je la fis recharger tout de suite, & elle rompit au bout de 15 minutes sous une charge de 5475 livres, tandis qu'elle avoit supporté le jour précédent une charge plus forte de 250 livres pendant deux heures & demie. Cette expérience s'accorde avec les précédentes, où l'on a vû qu'une pièce qui a supporté un grand fardeau pendant quelque temps, perd de sa force, même sans avertir & sans éclater. Elle prouve aussi que le bois a un ressort qui se rétablit jusqu'à un certain point, mais que ce ressort étant bandé autant qu'il peut l'être sans rompre, il ne peut pas se rétablir parfaitement. La seconde solive qui pesoit 331 livres, supporta pendant 14 minutes la charge de 5500 livres, & rompit après avoir plié de 10 pouces.

Ensuite ayant éprouvé deux solives de 9 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 166 liv. supporta pendant 56 minutes la charge de 13450 livres, & rompit après avoir plié de 5 pouces 2 lignes; la seconde qui pesoit 164 livres $\frac{1}{2}$, supporta pendant 51 minutes une charge de 12850 livres, & rompit après avoir plié de 5 pouces.

XX. Expérience.

J'ai fait rompre deux solives de 16 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 294 livres, a supporté pendant 26 minutes une charge de 6250 livres, & elle a rompu après avoir plié de 8 pouces; la seconde qui pesoit 293 livres, a supporté pendant 22 minutes une charge de 6475 livres, & elle a rompu après avoir plié de 10 pouces.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 8 pieds de longueur sur le même équarrissage de 6 pouces, la premiére solive qui pesoit 149 livres, supporta pendant une heure 20 minutes une charge de 15700, & rompit après avoir baissé de 3 pouces 7 lignes; la seconde solive qui pesoit

146 livres, porta pendant 2 heures 5 minutes une charge de 15350 livres, & rompit après avoir plié dans le milieu de 4 pouces 2 lignes.

XXI.e Expérience. Ayant pris deux solives de 14 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 255 livres, a supporté pendant 46 minutes la charge de 7450 livres, & elle a rompu après avoir plié dans le milieu de 10 pouces; la seconde qui ne pesoit que 254 liv. a supporté pendant une heure 14 minutes la charge de 7500 liv. & n'a rompu qu'après avoir plié de 11 pouces 4 lignes.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 7 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 128 livres, a supporté pendant 2 heures 10 minutes une charge de 19250 livres, & a rompu après avoir plié dans le milieu de 2 pouces 8 lignes; la seconde qui pesoit 126 livres $\frac{1}{2}$, a supporté pendant une heure 48 minutes une charge de 18650, elle a rompu après avoir plié de deux pouces.

XXII.e Expérience. Enfin ayant mis à l'épreuve deux solives de 12 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 224 livres, a supporté pendant 46 minutes la charge de 9200 livres, & a rompu après avoir plié de 7 pouces; la seconde qui pesoit 221 livres, a supporté pendant 53 minutes la charge de 9000 livres, & a rompu après avoir plié de 5 pouces 10 lignes.

J'aurois bien voulu faire rompre des solives de 6 pieds de longueur pour les comparer avec celles de 12 pieds, mais il auroit fallu un nouvel équipage, parce que celui dont je me servois étoit trop large, & ne pouvoit passer entre les deux tréteaux sur lesquels portoient les deux extrémités de la pièce.

En comparant les résultats de toutes ces expériences, on voit que la charge d'une pièce de 10 pieds de longueur sur 6 pouces d'équarrissage est le double & beaucoup plus d'un septiéme de celle d'une pièce de 20 pieds; que la charge d'une pièce de 9 pieds est le double & beaucoup plus

plus d'un ſixiéme de celle d'une pièce de 18 pieds; que la charge d'une pièce de 8 pieds eſt le double & beaucoup plus d'un cinquiéme de celle d'une pièce de 16 pieds; & enfin que la charge d'une pièce de 7 pieds eſt le double & beaucoup plus d'un quart de celle d'une pièce de 14 pieds ſur 6 pouces d'équarriſſage; ainſi l'augmentation de la réſiſtance eſt encore beaucoup plus grande à proportion que dans les pièces de 5 pouces d'équarriſſage. Voyons maintenant les expériences que j'ai faites ſur des pièces de 7 pouc. d'équarriſſage.

J'ai fait rompre deux ſolives de 20 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, la premiére de ces deux ſolives qui peſoit 505 livres a ſupporté pendant 37 minutes une charge de 8550 livres, & a rompu après avoir plié de 12 pouces 7 lignes; la ſeconde ſolive qui peſoit 500 liv. a ſupporté pendant 20 minutes une charge de 8000 livres, & a rompu après avoir plié de 12 pouces. XXIII.e Expérience.

Enſuite ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 10 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, la premiére qui peſoit 254 livres a ſupporté pendant 2 heures 6 minutes une charge de 19650 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 7 lignes avant que d'éclater, & baiſſé de 13 pouces avant que de rompre abſolument; la ſeconde ſolive qui peſoit 252 liv. a ſupporté pendant une heure 49 minutes une charge de 19300 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. avant que d'éclater, & de 9 pouc. avant que de rompre entiérement.

J'ai fait rompre deux ſolives de 18 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, la premiére qui peſoit 454 liv. a ſupporté pendant une heure 8 minutes une charge de 9450 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouces 6 lignes avant que d'éclater, & de 12 pouces avant que de rompre; la ſeconde qui peſoit 450 liv. a ſupporté pendant 54 minutes une charge de 9400 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouc. 10 lign. avant que d'éclater, & enſuite de 9 pouc. 6 lign. avant que de rompre abſolument. XXIV.e Expérience.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 9 pieds de longueur sur le même équarrissage de 7 pouces, la premiére solive qui pesoit 227 liv. a supporté pendant 2 heur. 45 minutes une charge de 22800 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces une ligne avant que d'éclater, & de 5 pouces 6 lignes avant que de rompre absolument; la seconde solive qui pesoit 225 liv. a supporté pendant 2 heures 18 minutes une charge de 21900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 11 lignes avant que d'éclater, & de 5 pouces 2 lignes avant que de rompre entiérement.

XXV.e Expérience. J'ai fait rompre deux solives de 16 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 406 liv. a supporté pendant 47 minutes une charge de 11100 liv. & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. 10 lignes avant que d'éclater, & de 10 pouces avant que de rompre absolument; la seconde qui pesoit 403 livres, a supporté pendant 55 minutes une charge de 10900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 5 pouc. 3 lign. avant que d'éclater, & de 11 pouc. 5 lign. avant que de rompre entiérement.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux solives de 8 pieds de longueur sur le même équarrissage de 7 pouces, la première qui pesoit 204 livres a supporté pendant 3 heures 10 minutes une charge de 26150 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 9 lignes avant que d'éclater, & de 4 pouces avant que de rompre entiérement; la seconde solive qui pesoit 201 liv. $\frac{1}{2}$ a supporté pendant 3 heures 4 minutes une charge de 25950 livres, & elle a rompu après avoir plié de 2 pouces 6 lignes avant que d'éclater, & de 3 pouc. 9 lign. avant que de rompre entiérement.

XXVI.e Expérience. J'ai fait rompre deux solives de 14 pieds de longueur sur 7 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 351 liv. a supporté pendant 41 minutes une charge de 13600 liv. & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. 2 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouc. 3 lignes avant que de rompre; la seconde solive qui pesoit aussi 351 liv. a supporté pendant

58 minutes une charge de 12850 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. 9 lign. avant que d'éclater, & de 8 pouces 1 ligne avant que de rompre abſolument.

Enſuite ayant fait faire deux ſolives de 7 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, & ayant mis la premiére à l'épreuve, elle étoit chargée de 28 milliers lorſque tout à coup toute la machine écroula, c'étoit la boucle de fer qui avoit caſſé net dans ſes deux branches, quoiqu'elle fût d'un bon fer quarré, de 18 lign. $\frac{2}{3}$ de groſſeur, ce qui fait 348 lignes quarrées pour chacune des branches, en tout 696 lign. de fer qui ont caſſé ſous ce poids de 28 milliers qui tiroit perpendiculairement; cette boucle avoit environ 10 pouces de largeur ſur 13 pouces de hauteur, & elle étoit à très-peu près de la même groſſeur par-tout. Je remarquai qu'elle avoit caſſé preſque au milieu des branches perpendiculaires, & non pas dans les angles où naturellement j'aurois penſé qu'elle auroit dû rompre; je remarquai auſſi avec quelque ſurpriſe, qu'on pouvoit conclurre de cette expérience qu'une ligne quarrée de fer ne devoit porter que 40 livres, ce qui me parut ſi contraire à la vérité, que je me déterminai à faire quelques expériences ſur la force du Fer, que je rapporterai dans la ſuite.

Je n'ai pas pu venir à bout de faire rompre mes ſolives de 7 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage. Ces expériences ont été faites à ma campagne, où il me fut impoſſible de trouver du fer plus gros que celui que j'avois employé, & je fus obligé de me contenter de faire faire une autre boucle pareille à la précédente, avec laquelle j'ai fait le reſte de mes expériences ſur la force du bois.

XXVII.e Expérience.

Ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 12 pieds de longueur ſur 7 pouces d'équarriſſage, la premiére qui peſoit 302 liv. a ſupporté pendant une heure 2 minutes la charge de 16800 liv. & elle a rompu après avoir plié de 2 pouc. 11 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces 6 lignes avant que de rompre totalement; la ſeconde ſolive qui peſoit 301 liv. a ſupporté pendant 55 minutes une charge de

15550 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. 4 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces avant que de rompre entiérement.

En comparant toutes ces expériences ſur des pièces de 7 pouces d'équarriſſage, je trouve que la charge d'une pièce de 10 pieds de longueur eſt le double & plus d'un ſixiéme de celle d'une pièce de 20 pieds ; que la charge d'une pièce de 9 pieds eſt le double & près d'un cinquiéme de celle d'une pièce de 18 pieds ; que la charge d'une pièce de 16 pieds eſt le double & beaucoup plus d'un cinquiéme de celle d'une pièce de 8 pieds ; d'où l'on voit que non ſeulement l'unité qui ſert de meſure à l'augmentation de la réſiſtance, & qui eſt ici le rapport entre la réſiſtance d'une pièce de 10 pieds, & le double de la réſiſtance d'une pièce de 20 pieds ; que non ſeulement, dis-je, cette unité augmente, mais même que l'augmentation de la réſiſtance accroît toûjours à meſure que les pièces deviennent plus groſſes. On doit obſerver ici que les différences proportionnelles des augmentations de la réſiſtance des pièces de 7 pouces ſont moindres en comparaiſon des augmentations de la réſiſtance des pièces de 6 pouces, que celles-ci ne ſont en comparaiſon de celles de 5 pouces, mais cela doit être, comme on le verra par la comparaiſon que nous ferons des réſiſtances avec les épaiſſeurs des pièces.

Venons enfin à la derniére ſuite de mes expériences ſur des pièces de huit pouces d'équarriſſage.

XXVIIIe Expérience. J'ai fait rompre deux ſolives de 20 pieds de longueur ſur 8 pouces d'équarriſſage ; la première qui peſoit 664 livres, a ſupporté pendant 47 minutes une charge de 11775 livres, & elle a rompu après avoir d'abord plié de 6 pouc. $\frac{1}{2}$ avant que d'éclater, & de 11 pouces avant que de rompre abſolument ; la ſeconde ſolive qui peſoit 660 livres $\frac{1}{2}$, a ſupporté pendant 44 minutes une charge de 11200 livres, & elle a rompu après avoir plié de 6 pouces juſte avant que d'éclater, & de 9 pouces 3 lignes avant que de rompre entiérement.

Ensuite ayant mis à l'épreuve deux pièces de 10 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 331 livres, a supporté pendant 3 heures 20 minutes la charge énorme de 27800 livres, après avoir plié de 3 pouces avant que d'éclater, & de 5 pouces 9 lignes avant que de rompre absolument ; la seconde pièce qui pesoit 330 livres, a supporté pendant 4 heures 5 ou 6 minutes la charge de 27700 livres, & elle a rompu après avoir d'abord plié de 2 pouces 3 lignes avant que d'éclater, & de 4 pouc. 5 lignes avant que de rompre. Ces deux pièces ont fait un bruit terrible en rompant, c'étoit comme autant de coups de pistolet à chaque éclat qu'elles faisoient, & ces expériences ont été les plus pénibles & les plus fortes que j'aye faites ; il fallut user de mille précautions pour mettre les derniers poids, parce que je craignois que la boucle de fer ne cassât sous cette charge de 27 milliers, puisqu'il n'avoit fallu que 28 milliers pour rompre une semblable boucle. J'avois mesuré la hauteur de cette boucle avant que de faire ces deux expériences, afin de voir si le fer s'allongeroit par le poids d'une charge si considérable, & si approchante de celle qu'il falloit pour le faire rompre ; mais ayant mesuré une seconde fois la boucle, & cela après les expériences faites, je n'ai pas trouvé la moindre différence, la boucle avoit comme auparavant 12 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, & les angles étoient aussi droits qu'auparavant.

XXIX.e Expérience.

Ayant mis à l'épreuve deux solives de 18 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage, la premiére qui pesoit 594 livres, a supporté pendant 54 minutes la charge de 13500 livres, & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. $\frac{1}{2}$ avant que d'éclater, & de 10 pouces 2 lignes avant que de rompre ; la seconde solive qui pesoit 593 livres, a supporté pendant 48 minutes la charge de 12900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 4 pouc. 1 ligne avant que d'éclater, & de 7 pouces 9 lignes avant que de rompre absolument.

XXX.e Expérience.

J'ai fait rompre deux solives de 16 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage ; la premiére de ces solives qui

peſoit 528 livres, a ſupporté pendant une heure 8 minutes la charge de 16800, & elle a plié de 5 pouces 2 lignes avant que d'éclater, & de 10 pouces environ avant que de rompre ; la ſeconde pièce qui ne peſoit que 524 livres, a ſupporté pendant 58 minutes une charge de 15950 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces 9 lignes avant que d'éclater, & de 7 pouces 5 lignes avant que de rompre totalement.

XXXI.e Expérience. Enſuite j'ai fait rompre deux ſolives de 14 pieds de longueur ſur 8 pouces d'équarriſſage; la premiére qui peſoit 461 liv. a ſupporté pendant une heure 26 minutes une charge de 20050 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. 10 lignes avant que d'éclater, & de 8 pouc. $\frac{1}{2}$ avant que de rompre abſolument; la ſeconde ſolive qui peſoit 459 liv. a ſupporté pendant une heure $\frac{1}{2}$ la charge de 19500 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouc. 2 lignes avant que d'éclater, & de 8 pouces avant que de rompre entiérement.

XXXII.e Expérience. Enfin ayant mis à l'épreuve deux ſolives de 12 pieds de longueur ſur 8 pouces d'équarriſſage, la premiére qui peſoit 397 livres, a ſupporté pendant 2 heures 5 minutes la charge de 23900 livres, & elle a rompu après avoir plié de 3 pouces juſte avant que d'éclater, & de 6 pouc. 3 lign. avant que de rompre; la ſeconde qui peſoit 395 liv. $\frac{1}{2}$, a ſupporté pendant 2 heur. 49 min. la charge de 23000 liv. & elle a rompu après avoir plié de 2 pouc. 11 lign. avant que d'éclater, & de 6 pouces 8 lignes avant que de rompre entiérement.

Voilà toutes les expériences que j'ai faites ſur des pièces de 8 pouces d'équarriſſage. J'aurois deſiré pouvoir faire rompre des pièces de 9, de 8 & de 7 pieds de longueur, & de cette même groſſeur de 8 pouces, mais cela me fut impoſſible, parce que je manquois des commodités néceſſaires, & qu'il m'auroit fallu des équipages bien plus forts que ceux dont je me ſuis ſervi, & ſur leſquels, comme on vient de le voir, on mettoit près de 28 milliers en

équilibre; car je présume qu'une pièce de 7 pieds de longueur sur 8 pouces d'équarrissage auroit porté plus de 45 milliers. On verra dans la suite si les conjectures que j'ai faites sur la résistance du bois pour des dimensions que je n'ai pas éprouvées, sont justes ou non.

Tous les Auteurs qui ont écrit sur la résistance des Solides en général, & du bois en particulier, ont donné comme fondamentale la règle suivante: *La résistance est en raison inverse de la longueur, en raison directe de la largeur, & en raison doublée de la hauteur.* Cette règle est celle de Galilée, adoptée par tous les Mathématiciens, & elle seroit vraie pour des Solides qui seroient absolument inflexibles & qui romproient tout à coup, mais dans les Solides élastiques, tels que le bois, il est aisé d'appercevoir que cette règle doit être modifiée à plusieurs égards. M. Bernoulli a fort bien observé que dans la rupture des corps élastiques une partie des fibres s'allonge, tandis que l'autre partie se raccourcit, pour ainsi dire, en refoulant sur elle-même. *Voyés son Mémoire dans ceux de l'Académie, année 1705.* On voit par les expériences précédentes, que dans les pièces de même grosseur la règle de la résistance en raison inverse de la longueur s'observe d'autant moins que les pièces sont plus courtes. Il en est tout autrement de la règle de la résistance en raison directe de la largeur & du quarré de la hauteur; j'ai calculé la Table septiéme à dessein de m'assûrer de la variation de cette règle, on voit dans cette Table les résultats des expériences, & au-dessous les produits que donne cette règle; j'ai pris pour unités les expériences faites sur les pièces de 5 pouces d'équarrissage, parce que j'en ai fait un plus grand nombre sur cette dimension que sur les autres. On peut observer dans cette Table que plus les pièces sont courtes & plus la règle approche de la vérité, & que dans les plus longues pièces, comme celles de 18 & de 20 pieds, elle s'en éloigne; cependant à tout prendre, on peut se servir de la règle générale avec les modifications nécessaires pour calculer la résistance des pièces de bois plus grosses & plus

longues que celles dont j'ai éprouvé la résistance; car en jettant les yeux sur cette septiéme Table, on voit un grand accord entre la règle & les expériences pour les différentes grosseurs, & il règne un ordre assés constant dans les différences par rapport aux longueurs & aux grosseurs, pour juger de la modification qu'on doit faire à cette règle.

On trouvera dans le volume suivant la suite de ce Mémoire.

TABLES DES EXPÉRIENCES SUR LA FORCE DU BOIS.

PREMIÉRE TABLE,

Pour les pièces de quatre pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps employé à charger les pièces.		Flèches de la courbûre des pièces dans l'instant où elles commencent à rompre.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
7	60	5350	0	29	3	6
	56	5275	0	22	4	6
8	68	4600	0	15	3	9
	63	4500	0	13	4	8
9	77	4100	0	14	4	10
	71	3950	0	12	5	6
10	84	3625	0	15	5	10
	82	3600	0	15	6	6
12	100	3050	....		7	
	98	2925	....		8	

SECONDE

SECONDE TABLE,

Pour les pièces de cinq pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbûre avant que d'éclater.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
7	94	11775	0	58	2	6
	88 ½	11275	0	53	2	6
8	104	9900	0	40	2	8
	102	9675	0	39	2	11
9	118	8400	0	28	3	
	116	8325	0	28	3	3
	115	8200	0	26	3	6
10	132	7225	0	21	3	2
	130	7050	0	20	3	6
	128 ½	7100	0	18	4	
12	156	6050	0	30	5	6
	154	6100	. . .	. . .	5	9
14	178	5400	0	21	8	
	176	5200	0	18	8	3
16	209	4425	0	17	8	1
	205	4275	0	15	8	2
18	232	3750	0	11	8	
	231	3650	0	10	8	2
20	263	3275	0	10	8	10
	259	3175	0	8	10	
22	281	2975	0	18	11	3
24	310	2200	0	16	11	
	307	2125	0	15	13	6
26						
28	364	1800	0	17	18	
	360	1750	0	17	22	

TROISIÉME TABLE,

Pour les pièces de six pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbûre avant que d'éclater.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
7	128	19250	1	49	On n'a pas pu observer la quantité dont les pièces de 7 pieds ont plié dans leur milieu, à cause de l'épaisseur de la boucle.	
	126 ½	18650	1	38		
8	149	15700	1	12	2	4
	146	15350	1	10	2	5
9	166	13450	0	56	2	6
	164 ½	12850	0	51	2	10
10	188	11475	0	46	3	
	186	11025	0	44	3	6
12	224	9200	0	31	4	
	221	9000	0	32	4	1
14	255	7450	0	25	4	6
	254	7500	0	22	4	2
16	294	6250	0	20	5	6
	293	6475	0	19	5	10
18	334	5625	0	16	7	5
	331	5500	0	14	8	6
20	377	5025	0	12	9	6
	375	4875	0	11	8	10

QUATRIÉME TABLE,

Pour les pièces de sept pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbûre avant que d'éclater.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
7						
8	204	26150	2	6	2	9
	201 ½	25750	2	13	2	6
9	227	22800	1	40	3	1
	225	21900	1	37	2	11
10	254	19650	1	13	2	7
	252	19300	1	16	3	
12	302	16800	1	3	2	11
	301	15550	1		3	4
14	351	13600	0	55	4	2
	351	12850	0	48	3	9
16	406	11100	0	41	4	10
	403	10900	0	36	5	3
18	454	9450	0	27	5	6
	450	9400	0	22	5	10
20	505	8550	0	15	7	10
	500	8000	0	13	8	6

CINQUIÉME TABLE,

Pour les pièces de huit pouces d'équarrissage.

Longueurs des pièces.	Poids des pièces.	Charges.	Temps depuis le premier éclat jusqu'à l'instant de la rupture.		Flèches de la courbûre avant que d'éclater.	
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Heures.*	*Minutes.*	*Pouces.*	*Lignes.*
10	331	27800	2	50	3	
	330	27700	2	58	2	3
12	397	23900	1	30	3	
	395 $\frac{1}{2}$	23000	1	23	2	11
14	461	20050	1	6	3	10
	459	19500	1	2	3	2
16	528	16800	0	47	5	2
	524	15950	0	50	3	9
18	594	13500	0	32	4	6
	593	12900	0	30	4	1
20	664	11775	0	24	6	6
	660 $\frac{1}{2}$	11200	0	28	6	

SIXIÉME TABLE,

Pour les charges moyennes de toutes les expériences précédentes.

Long.rs des pièces.	GROSSEURS.				
	4 pouces.	5 pouces.	6 pouces.	7 pouces.	8 pouces.
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*
7	5312	11525	18950		
8	4550	9787 ½	15525	26050	
9	4025	8308 ⅓	13150	22350	
10	3612	7125	11250	19475	27750
12	2987 ½	6075	9100	16175	23450
14	. . . . .	5300	7475	13225	19775
16	. . . . .	4350	6362 ½	11000	16375
18	. . . . .	3700	5562 ½	9425	13200
20	. . . . .	3225	4950	8275	11487 ½
22	. . . . .	2975			
24	. . . . .	2162 ½			
28	. . . . .	1775			

SEPTIÉME TABLE.

Comparaison de la résistance du bois, trouvée par les expériences précédentes, & de la résistance du bois suivant la règle que cette résistance est comme la largeur de la pièce, multipliée par le quarré de sa hauteur, en supposant la même longueur.

Nota. Les Astérismes marquent que les expériences n'ont pas été faites.

Long.rs des pièces.	GROSSEURS.				
	4 pouces.	5 pouces.	6 pouces.	7 pouces.	8 pouces.
Pieds.	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*	*Livres.*
7	5312 5901	11525	18950 $19915\frac{2}{5}$	* 32200 $31624\frac{3}{5}$	48100 * $47649\frac{1}{5}$ $47198\frac{2}{5}$
8	4550 $5011\frac{1}{5}$	$9787\frac{1}{2}$	15525 $16912\frac{4}{5}$	26050 $26856\frac{9}{10}$	* 39750 $40089\frac{3}{5}$
9	4025 $4253\frac{13}{15}$	$8308\frac{1}{3}$	13150 $14356\frac{4}{5}$	22350 $22798\frac{1}{5}$	* 32800 34031
10	3612 3648	7125	11250 12372	19475 19551	27750 29184
12	$2987\frac{1}{2}$ $3110\frac{2}{5}$	6075	9100 $10497\frac{3}{5}$	16175 $16669\frac{4}{5}$	23450 $24883\frac{1}{5}$
14	....	5100	7475 $8812\frac{4}{5}$	13225 $13995\frac{1}{5}$	19775 $20889\frac{3}{5}$
16	....	4350	$6362\frac{1}{2}$ $7516\frac{4}{5}$	11000 $11936\frac{2}{5}$	16375 $17817\frac{2}{5}$
18	....	3700	$5562\frac{1}{2}$ $6393\frac{3}{5}$	9425 $10152\frac{4}{5}$	13200 $15155\frac{1}{5}$
20	....	3225	4950 $5572\frac{4}{5}$	8275 $8849\frac{2}{5}$	$11487\frac{1}{2}$ $13209\frac{3}{5}$



OBSERVATIONS
Sur l'étendue & la hauteur de l'Inondation du mois de Décembre 1740.

Par M. BUACHE.

J'AI rapporté sur le Plan général joint à ce Mémoire, les différents Plans particuliers sur lesquels j'ai marqué presque jour par jour les différentes étendues de l'inondation, suivant que je l'avois observée moi-même dans les lieux les plus importants; & comme il n'étoit pas possible que je me trouvasse par-tout en même jour, j'avois commis des personnes pour faire des observations que j'ai vérifiées aussi-tôt qu'elles m'ont été remises. 7 Janvier 1741.

La seule inspection du Plan fait voir quelle a été l'étendue de ce débordement lors de la plus grande hauteur des eaux; cette étendude est exprimée par des hachures depuis son extrémité jusqu'au bord de la Rivière.

Au de-là est une ligne ponctuée qui désigne l'étendue jusqu'où l'eau a pénétré par dessous terre, & a rempli les caves.

La premiére ligne, ou celle qui termine les hachures, donne le niveau de la surface du sol, & la seconde peut nous conduire à imaginer en gros quelle doit être la nature de l'intérieur du terrein, parce qu'entre les endroits où les caves n'ont pas été remplies d'eau, il s'en trouve dont le sol est moins élevé que celui de quelques autres endroits où l'eau a cependant pénétré; ce que l'on peut attribuer à des bancs soûterrains de glaise, de tuf, ou même de roche, dont ces endroits sont probablement entourés.

Quant à la plus grande hauteur de l'eau, je l'ai prise plusieurs fois chaque jour avec la plus grande attention, &

même, lorſque la choſe m'a été poſſible, en divers endroits un peu diſtants les uns des autres.

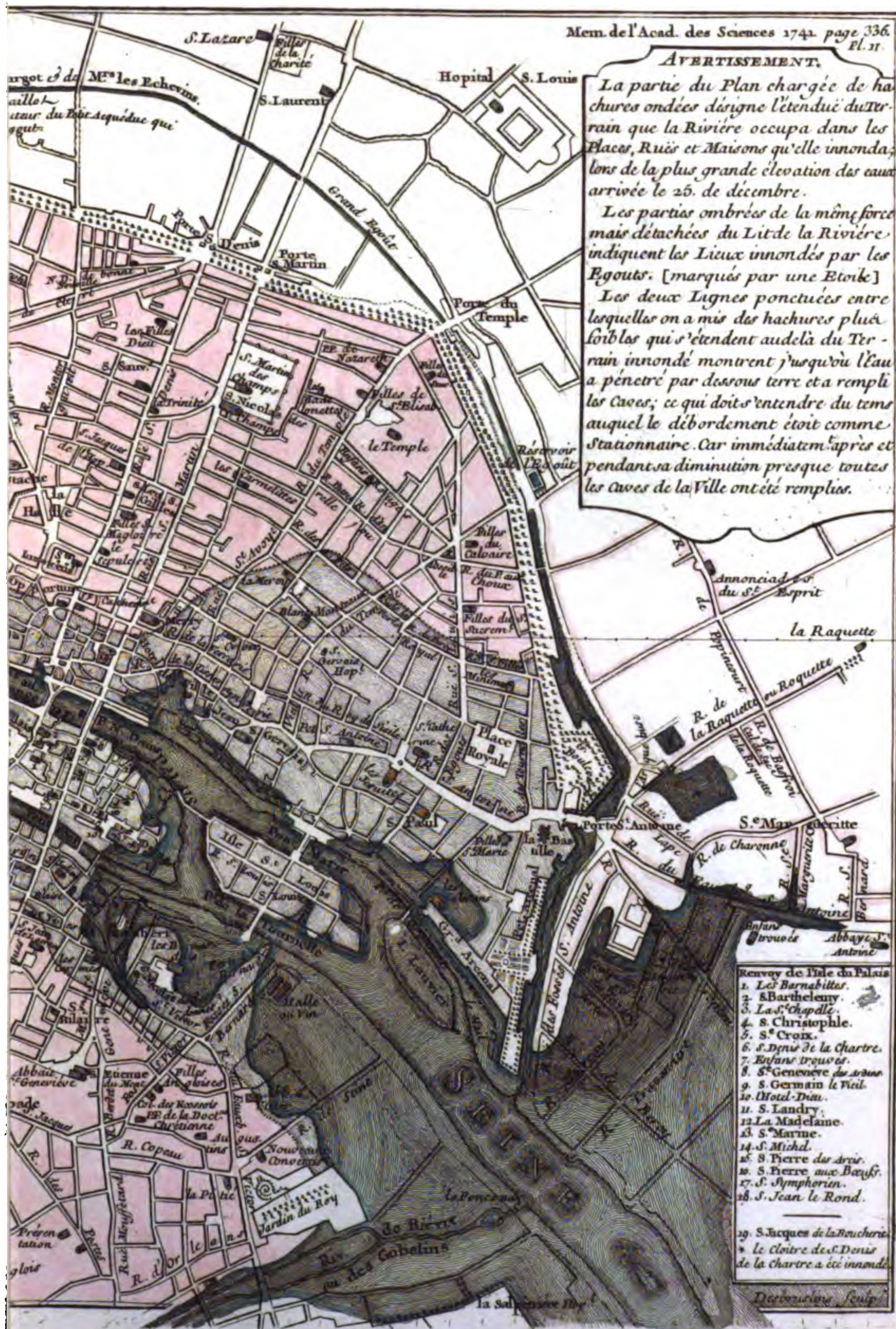
Par la comparaiſon des différentes obſervations que j'ai faites le 25 Décembre à midi, à 2 heures & à 6 heures du ſoir, & le 26 à 7 heures du matin, jointes à l'information que je fis le 26 à l'Hôtel de Ville où j'avois fait des obſervations ces deux mêmes jours, le temps de la plus grande hauteur doit avoir été le 25 à 9 heures du ſoir.

Comparant cette plus grande hauteur du 25 Décembre à 9 heures du ſoir avec celle du 2 Mars 1711, priſe ſur une marque gravée ſur l'intérieur de la porte du Bureau des Forts du Port S.t Paul, j'ai trouvé une différence de 6 pouc. dont la hauteur de l'eau en 1740 a ſurpaſſé celle de l'an 1711. J'ai préféré cette marque de la hauteur de l'eau en 1711 à pluſieurs autres qui ſe trouvent en différents endroits, mais qui ſont miſes avec moins d'intelligence, & qui laiſſent quelques incertitudes ſur le lieu précis auquel l'eau étoit parvenue.

On a marqué ſur la Pile qui ſépare la premiére & la ſeconde Arche du Pont-Royal une eſpèce d'Echelle placée du côté intérieur; cette Echelle eſt diviſée en pieds, & ſubdiviſée en demi-pieds. Joignant la quantité dont l'eau avoit diminué le 2 Janvier 1741 avec la hauteur à laquelle elle touchoit alors ſur cette Echelle, je trouve que lors de la plus grande hauteur elle a dû répondre à la diviſion de l'Echelle, qui marqueroit 25 pieds 3 pouces.

En 1719, année dans laquelle les eaux furent très-baſſes, l'eau touchoit ſeulement à la diviſion qui répond à 2 pieds 3 pouces de l'Echelle: ainſi c'eſt une différence de 23 pieds entre cette moindre hauteur de 1719 & la plus grande de 1740. En 1731 l'eau fut encore plus baſſe qu'en 1719, ce qui donne une différence encore plus conſidérable entre la plus grande hauteur & la moindre.

Au reſte les diviſions de cette Echelle ne commencent pas à la ligne du fond de la Rivière auprès du Pont-Royal, mais


Mem. de l'Acad. des Sciences 1741 page 336.
Pl. II
AVERTISSEMENT.
La partie du Plan chargée de hachures ondées désigne l'étenduë du Terrain que la Riviére occupa dans les Places, Ruës et Maisons qu'elle innonda; lors de la plus grande élevation des eaux arrivée le 25. de décembre.
Les parties ombrées de la même force mais détachées du Lit de la Riviére indiquent les Lieux innondés par les Egouts. [marqués par une Etoile]
Les deux Lignes ponctuées entre lesquelles on a mis des hachures plus foibles qui s'étendent audelà du Terrain innondé montrent jusqu'où l'Eau a pénetré par dessous terre et a rempli les Caves; ce qui doit s'entendre du tems auquel le débordement étoit comme Stationnaire. Car immédiatemt. après et pendant sa diminution presque toutes les Caves de la Ville ont été remplies.
Renvoy de l'Isle du Palais
1. Les Barnabittes.
2. S. Barthelemy.
3. La Ste. Chapelle.
4. S. Christophle.
5. Ste. Croix.
6. S. Denis de la Chartre.
7. Enfans trouvés.
8. Ste. Geneviève des Ardens
9. S. Germain le Vieil.
10. l'Hotel-Dieu.
11. S. Landry.
12. La Madelaine.
13. Ste. Marine.
14. S. Michel.
15. S. Pierre des Arcis.
16. S. Pierre aux Bœufs.
17. S. Symphorien.
18. S. Jean le Rond.
19. S. Jacques de la Boucherie.
* le Cloitre de S. Denis de la Chartre a été innondé.
S. Lazare
Filles de la Charité
S. Laurent
Hopital S. Louis
Grand Egout
Porte S. Denis
Porte S. Martin
Porte du Temple
les Filles Dieu
S. Sauveur
la Trinité
S. Martin des Champs
S. Nicolas des Champs
le Temple
Réservoir de l'Egout
les Carmelites
Filles du Calvaire
Annonciades du St. Esprit
la Raquette
R. de la Raquette ou Roquette
Place Royale
S. Paul
S. Gervais
S. Antoine
les Jesuites
Porte S. Antoine
la Bastille
R. de Charenne
Ste. Marguerite
Enfans trouvés
Abbaye S. Antoine
Isle S. Louis
Arsenal
Halle au Vin
Seine
la Rapée
Jardin du Roy
la Pitié
R. Copeau
R. Mouffetard
Riv. de Bièvre ou des Gobelins
la Salpêtrière Hop.
Dheulland Sculp.

mais ſeulement à celle qui répond à la ſurface du banc nommé le Nœud d'aiguillette, qui ſe trouve entre la demi-lune du Cours & Chaillot. Ce banc étant un des endroits où la Rivière a le moins de fond depuis Paris juſqu'à Rouen, il eſt très-important de ſçavoir combien il y a d'eau au deſſus; c'eſt pour cet objet que cette Echelle a été conſtruite, & que le *Maître du Pont-Royal* fait ſçavoir aux marchands de Rouen quelle eſt la hauteur de l'eau au deſſus de ce banc de Chaillot. On voit par-là que pour avoir par cette Echelle la véritable hauteur de la Rivière au deſſus du ſol de ſon lit, il faut y ajoûter la différence qui ſe trouve entre le ſol du fond au Pont-Royal & celui du banc du Nœud d'aiguillette. Cette différence eſt de 14 pieds, dont le deſſus de ce banc eſt plus élevé que le ſol de la Rivière ſous l'Arche du milieu du Pont-Royal.



SUR LES INSTRUMENTS QUI SONT PROPRES AUX EXPERIENCES DE L'AIR.

TROISIEME PARTIE.

Des Instruments qui assortissent la Machine Pneumatique de Raréfaction.

Par M. l'Abbé NOLLET.

16 Juin 1741. A peine la Machine du Vuide fut-elle inventée & connue, que les Physiciens s'empresserent d'en faire usage; la découverte des principales propriétés de l'air encore toute récente, la fit regarder avec raison comme un moyen d'apprendre bien des nouveautés, & on a vû depuis que cette idée avantageuse étoit bien fondée. On se contenta d'abord de l'employer telle qu'elle étoit en sortant des mains de Boyle & de Papin qui l'avoient déja perfectionnée; mais l'envie de sçavoir dans une matière aussi intéressante augmentant de plus en plus après les premiers progrès, donna lieu à de nouvelles vûes; l'industrie vint au secours du zèle & d'une louable curiosité, on imagina plusieurs façons d'opérer, différents procédés avec lesquels la Machine du Vuide devint, ou plus généralement applicable aux expériences de son genre, ou capable d'opérer d'une manière plus prompte, plus commode ou plus sûre, ce qu'elle n'avoit fait jusqu'alors qu'imparfaitement, & avec beaucoup de peine de la part de celui qui s'en servoit.

Ce sont ces nouveaux moyens ou ces additions utiles que j'entreprends de décrire ici, afin de les faire connoître à ceux qui pourroient en avoir besoin, & pour leur épargner les soins & le temps que cette recherche m'a coûtés. Je ne

me donne point pour l'inventeur de tous ces Instruments auxiliaires, la plûpart sont dûs à la sagacité de quelques Philosophes d'un mérite connu, à qui j'aurai soin de les attribuer quand il en sera question : mes propres besoins m'en ont fait imaginer plusieurs, & l'usage m'a fait connoître ce que je devois changer ou ajoûter à ceux que je n'ai point inventés.

Parmi ces différentes Machines il y en a qui sont d'un usage plus fréquent ou plus général, d'autres ne conviennent qu'à quelques expériences particulières. Je traiterai d'abord & plus amplement des premières, comme étant les plus importantes ; & je me contenterai d'indiquer une partie des autres, & de les faire connoître par une description moins étendue.

On peut rappeller au premier rang certaines pièces qui font partie des Machines Pneumatiques que j'ai décrites dans les Mémoires de l'année 1740 ; telles sont les *Platines* que l'on peut ôter, & par le moyen desquelles on conserve le vuide dans un Récipient, sans être obligé de le laisser appliqué à la Machine Pneumatique ; les *Boîtes-à-cuirs* qui servent à transmettre les mouvements dans le vuide ; le *Rouet* ou la Machine de rotation avec laquelle on donne à ces mouvements transmis tel degré de vîtesse que l'on veut, sans laisser rentrer l'air extérieur. Toutes ces pièces que j'ai décrites précédemment, sont autant d'appendices dont la Machine du Vuide a été augmentée, qui ont étendu son usage à différentes sortes d'opérations, ou bien à un plus grand nombre de la même espèce, & on ne peut disconvenir de leur utilité & des facilités qu'elles offrent à ceux qui ont à travailler dans ce genre d'étude.

Mais de tous les Instruments qui s'emploient avec la Machine Pneumatique aux expériences de l'air raréfié, il en est peu qui soient aussi utiles, & dont on ait aussi fréquemment besoin, que celui qui mesure le degré de raréfaction. Dans toutes les épreuves qui se présentent à faire, il ne suffit pas toûjours de diminuer la densité de l'air d'une

quantité quelconque, il importe ſouvent de ſçavoir dans quel rapport on l'a mis avec celui de l'atmoſphère, & on travailleroit en aveugle en pareil cas, ſi l'on n'avoit pas quelque règle pour s'en aſſûrer. C'eſt une des choſes dont la néceſſité s'eſt fait ſentir bien-tôt à ceux qui ont fait uſage de la Machine du Vuide; je vais examiner les moyens que l'on a employés juſqu'ici pour cet effet, & j'indiquerai celui qui m'a paru le meilleur.

Inſtruments propres à faire connoître à quel degré l'air a été raréfié avec la Machine du Vuide.

Le mouvement du mercure dans le Baromètre, univerſellement reconnu comme un effet immédiat de la preſſion plus ou moins grande de l'air, a paru le moyen le plus propre à indiquer le degré de raréfaction qu'on ſe propoſoit de connoître; & en effet ſi le mercure n'eſt élevé à 27 ou à 28 pouces dans cet Inſtrument que par la preſſion de l'air, lorſqu'il ſera renfermé ſous un Récipient, & qu'on le verra baiſſer, ce ſera ſans doute une marque qu'on a diminué la denſité de l'air qui s'oppoſoit à ſa chûte, & les différents degrés d'abaiſſements dans le tuyau déſigneront avec préciſion de combien l'air du Récipient eſt raréfié.

Ce moyen reçu d'abord & avoué de tout le monde comme le meilleur, fut employé depuis en différentes façons. La plus ſimple de toutes fut auſſi celle qu'on pratiqua la première, on plaça le Baromètre dans le vaiſſeau même où l'on faiſoit le vuide; mais ſoit qu'on y renfermât le tuyau tout entier, ſoit qu'on n'y mît que la partie inférieure en laiſſant excéder le reſte, l'opération étoit peu commode, & on étoit expoſé à de fréquents accidents.

Ces inconvénients firent abandonner cette première application du Baromètre, & on donna la préférence à une invention fort ingénieuſe que je crois devoir attribuer à M. Papin, au moins paroît-il être le premier qui l'ait miſe en uſage; au lieu d'enfermer dans le Récipient la partie

inférieure du Baromètre, comme ont fait ceux à qui il a paru trop incommode de l'y faire entrer tout entier, ce Physicien imagina d'y faire passer seulement le bout supérieur du tube qu'il laissa ouvert, pendant que le reste placé perpendiculairement sous la platine, plongeoit par son autre extrémité dans un vase qui contenoit du mercure en suffisante quantité ; ainsi ce tuyau ouvert de part & d'autre plongeant d'une part dans un réservoir, & de l'autre répondant à un vaisseau dans lequel on fait le vuide, est, à proprement parler, une Pompe aspirante dans laquelle le mercure est élevé par la pression de l'air extérieur, à mesure que l'on diminue la densité de celui qui est contenu dans le Récipient.

On ne peut disconvenir que cette pratique ne soit plus commode que la première, & sujette à moins d'accidents; cependant pour en tirer tout l'avantage qu'elle promet, il faut faire attention à deux choses ; 1.° que le mercure & le tube soient toûjours bien nets, & celui-ci d'un diamètre assés grand, afin que les frottements ne fassent point trop d'obstacle aux efforts de l'air extérieur ; 2.° que l'on soit assûré par un Baromètre de comparaison de la juste hauteur à laquelle s'éleveroit le mercure, si la densité de l'air étoit réduite à zéro dans le Récipient, comme on suppose qu'elle l'est dans la partie supérieure d'un Baromètre.

Si l'on néglige la première de ces précautions, on court risque de raréfier l'air du Récipient plus qu'on ne s'est proposé de le faire ; car si le mercure trouve de la difficulté à se mouvoir dans le tuyau, cet obstacle empêchera qu'il ne s'éleve autant que lui permettroit de le faire la différence qu'on a fait naître entre les deux airs qui répondent aux deux extrémités du tuyau, l'air extérieur & l'air du Récipient ; & l'erreur sera justement plus grande dans le cas où elle sera le plus à craindre, c'est-à-dire, quand on voudra faire des expériences sur un air peu différent de son état naturel.

Il sera pourtant assés difficile d'entretenir le même Instrument long-temps net, parce que toutes les fois qu'on fait

rentrer l'air dans le Récipient, & par conſéquent dans le tuyau, qu'on doit conſidérer comme s'il en faiſoit partie, il y porte des vapeurs graſſes & humides dont il ſe charge en paſſant ou par le corps de la pompe ou par le robinet.

La ſeconde attention que j'ai recommandée, n'eſt pas moins néceſſaire que la première; car ſi l'on ne connoît point toute la valeur actuelle du poids de l'air extérieur, comment ſçaura-t-on ce qu'il faut en déduire pour la réſiſtance de celui qui reſte dans le Récipient, ou, ce qui eſt la même choſe, le rapport qu'il y a entre leurs différentes denſités? Mais ſi l'on veut s'en aſſûrer par un Baromètre, il eſt néceſſaire de rappeller un fait qui eſt bien connu en Phyſique, c'eſt que les colonnes de mercure ne s'élevent également dans ces ſortes de tubes, que quand les diamètres ſont égaux. Ainſi par l'Inſtrument dont il eſt ici queſtion, l'on ne jugeroit pas comme il faut du degré de raréfaction de l'air, en le comparant même à un Baromètre, à moins qu'on ne ſe fût aſſûré auparavant, ou de l'égalité, ce qui ſeroit le mieux, ou du rapport de leurs diamètres.

De ces deux premières applications du Baromètre à la Machine du Vuide, l'une a le mérite d'être ſimple, mais on doit avouer qu'elle eſt incommode; l'autre embarraſſe moins l'expérience & le vaiſſeau dans lequel elle ſe fait, mais elle exige des attentions & de l'entretien: M. de Mairan qui par ſa propre expérience en a ſenti les défauts, nous en a procuré une troiſiéme qui eſt plus heureuſe, car elle a toute la ſimplicité de la première, & n'exige point les mêmes ſoins que la ſeconde. Il paroît même qu'on auroit pu jouir plûtôt de cette invention, ſi l'on avoit ſuivi de plus près les procédés de Boyle, & ſi l'amour de la nouveauté n'avoit point fait tomber dans un parfait oubli ce que ce Philoſophe a pratiqué en pareil cas. L'Inſtrument dont il s'agit, peut ſe placer dans toutes ſortes de Récipients ſans aucun embarras, & c'eſt par l'abaiſſement du mercure vers ſon niveau que l'on juge immédiatement & ſans aucune comparaiſon, du degré auquel l'air eſt raréfié.

Ceux qui ont mis cette invention en uſage dans ces derniers temps, ont reconnu comme moi les avantages qu'elle a ſur celles du même genre qui ont été connues juſqu'ici; mais pluſieurs ne ſentant point aſſés les principes ſur leſquels elle eſt fondée, ou bien parce qu'ils ont ignoré ou négligé certains phénomènes, dont les cauſes concourent à faire baiſſer le mercure, ont péché dans la conſtruction de l'Inſtrument, & en ont fait une règle fauſſe, ou une meſure équivoque : c'eſt pourquoi non ſeulement je le décrirai tel qu'il eſt ſorti des mains de ſon auteur, mais je dirai en peu de mots ce que l'on a eu en vûe en le conſtruiſant, & les précautions qu'on doit prendre pour le faire tel qu'il doit être.

M. de Mairan ayant conſidéré que dans la plûpart des expériences du Vuide on ne commençoit à conſulter le Baromètre d'épreuve que quand l'air étoit fort raréfié, & que la colonne de mercure n'étoit plus élevée que de quelques pouces au deſſus de ſon niveau, a jugé avec raiſon qu'en pareil cas un Baromètre dont on auroit retranché une grande partie, rendroit le même ſervice, & que le tube étant, par exemple, réduit à 4 pouces de longueur, le mercure commenceroit à baiſſer lorſque l'air ſeroit aſſés raréfié pour faire perdre au Baromètre entier 23 pouces $\frac{1}{2}$ de ſa hauteur moyenne; que l'on pouvoit par conſéquent ſupprimer cette longueur ſuperflue de tuyau fragile & embarraſſant dans un grand nombre d'occaſions.

Mais ce retranchement ſi commode doit ſe faire ſans aucun préjudice aux qualités eſſentielles : M. de Mairan a ſans doute prétendu que le Baromètre tronqué ne ceſſeroit pas d'être un bon Baromètre, qu'il feroit dans l'air raréfié ce que doit faire dans l'air libre celui qui a toute ſon étendue; ainſi l'on doit être ſoigneuſement attentif à procurer au mercure toute la mobilité poſſible, & à écarter toutes les cauſes étrangères qui pourroient ou favoriſer l'action de l'air ſur la ſurface du réſervoir, ou diminuer ſon effet.

Il ne ſuffit donc point de prendre au hazard un petit

tube de verre ſcellé par un bout, renflé par l'autre, & recourbé comme on le voit en la Figure 1re, & d'y faire couler du mercure juſqu'à ce qu'il paroiſſe plein, comme ont fait plusieurs de ceux qui ont voulu profiter de cette invention : je ferai voir, en traitant exprès des Inſtruments météorologiques, qu'il faut s'y prendre autrement pour conſtruire un Baromètre, ſi l'on veut qu'il ait les qualités requiſes. Je dirai ſeulement ici que ſi l'on ſe contente de faire couler du mercure dans un tube, il y reſte toûjours de l'air attaché aux parois du verre, ou diviſé en petites bulles dans le mercure même ; par ſucceſſion de temps cet air gagne la partie ſupérieure du tuyau, car peu-à-peu celui qui tient aux parois, céde aux fréquents frottements de la colonne de mercure qui s'y meut, & les petites bulles répandues dans la maſſe ſe dilatent & gagnent le haut par leur excès de légèreté, quand le vuide s'y fait par l'abaiſſement du mercure : cet air enfin tend à ſe dilater, & ſes efforts concourent avec le poids de la colonne ; ainſi quand elle baiſſe, on n'eſt point en droit de prendre cette diminution comme la juſte meſure de la raréfaction de l'air opérée par la Machine Pneumatique.

Mais s'il y a de l'air au deſſus du mercure dans le tuyau, ne s'en appercevra-t-on pas d'abord ſi la quantité en eſt conſidérable ? & s'il y en a très-peu, doit-on le regarder comme un défaut de quelque conſéquence ?

S'il s'agiſſoit ici d'un tube dont la longueur excédât 2 pieds $\frac{1}{2}$, & dans lequel il reſtât un eſpace de 3 ou 4 pouces au deſſus du mercure, comme ſont les Baromètres ordinaires, il eſt vrai qu'en l'inclinant un peu on s'appercevroit aiſément ſi quelque partie d'air un peu conſidérable en occupoit la partie ſupérieure ; il eſt encore vrai que s'il n'y en avoit que très-peu, on ne devroit pas en craindre beaucoup les effets, parce que cet air ayant tout lieu de s'étendre dans la partie du tube qui reſte vuide, ne feroit point une oppoſition ſenſible à l'aſcenſion du mercure.

Mais il n'en eſt pas de même à l'égard du Baromètre tronqué

tronqué: comme il eſt entiérement plein, s'il ſe trouve de l'air en la partie d'en haut, cet air exercera tout ſon reſſort contre la colonne de mercure, & ajoûtera au poids de ce fluide une nouvelle puiſſance pour contrebalancer la preſſion de l'air qui répond à la baſe.

Une autre ſource d'erreur qui peut encore en impoſer, c'eſt que ſi le tube eſt capillaire (& il en a encore ſenſiblement les propriétés quand il n'a qu'une ligne $\frac{1}{2}$ de diamètre) le mercure, comme l'on ſçait, ſe comportant dans ces ſortes de tuyaux tout autrement que les autres liqueurs, ſe tiendra plus bas qu'il ne feroit, s'il n'obéiſſoit qu'à ſon poids mis en équilibre avec l'air raréfié.

C'eſt pour avoir été trompé par ces différents effets, qu'on a quelquefois attribué à des Machines Pneumatiques des perfections qu'elles n'avoient pas réellement, & qu'elles ne pouvoient pas même avoir, comme de faire deſcendre le Baromètre à ſon niveau ou au deſſous ; je dis des perfections qu'elles ne pouvoient pas avoir, car en les ſuppoſant faites avec la plus ſévère exactitude, on ſçait qu'elles ne peuvent que raréfier l'air, qu'elles ne réduiſent point ſa denſité à zéro. C'eſt pour cette raiſon ſans doute que M. Boerhaave dans ſa Chymie, en conſidérant les différents milieux réſiſtants ſelon l'ordre de leur denſité, diſtingue le vuide de Boyle de celui de Toricelli, à qui il donne le premier rang. Il eſt donc auſſi peu poſſible de faire deſcendre le Baromètre à ſon niveau par la ſeule action de cette Machine, que de faire naître l'équilibre entre quelque choſe & rien.

Pour prévenir les inconvénients dont je viens de parler, & pour être en droit de compter les degrés de raréfaction de l'air par la meſure de l'abaiſſement du mercure dans le Baromètre tronqué, ſans avoir égard à aucune autre cauſe, je conſtruis cet Inſtrument de la manière qui ſuit.

A, B, C, (Fig. 2.de) eſt un Siphon renverſé, dont le tuyau a par-tout 2 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, ſcellé hermétiquement en *C,* & ouvert de toute ſa largeur en *A;* je dis

qu'il a par-tout le même diamètre, pour faire entendre qu'en le pliant en *B*, il faut avoir soin d'éviter les étranglements, afin que cette sinuosité ne nuise point au mouvement du mercure.

Je fais couler dans la branche *CB*, du mercure bien purifié, & que j'ai fait bouillir pendant quelques minutes pour en dégager l'air. Quand cette jambe du Siphon est presque remplie, je la passe suivant sa longueur à travers la flamme d'une Lampe d'Emailleur, ou sur des charbons ardents, & je fais ainsi bouillir le mercure jusqu'à ce que je n'y apperçoive plus aucune bulle d'air qui l'interrompe. Je le laisse un peu refroidir, & j'achève de l'emplir jusqu'en *D*, observant toûjours d'en faire sortir l'air que j'y apperçois, en chauffant cette partie avec ménagement, & en y introduisant un fil de fer fort mince. Ensuite sur une rondelle de plomb qui a environ un pouce de diamètre & 5 ou 6 lignes d'épaisseur, j'attache perpendiculairement une petite règle de bois mince, large de 9 à 10 lignes, & couverte d'un papier blanc collé, comme le représente la Figure 3[me]; j'y présente le Baromètre pour marquer la surface inférieure du mercure par la ligne *EF*, & l'extrémité supérieure de la colonne par *GH*; je divise l'espace compris entre ces deux lignes, en deux parties égales par *IK*, je partage la moitié *GH*, *IK*, en pouces & en lignes, & j'y attache le Baromètre, comme on le voit Fig. 4[me].

Après avoir détaillé, comme j'ai fait ci-dessus, les défauts de construction que j'avois remarqués dans cet Instrument, il est inutile que je m'étende davantage sur ce qu'on doit attendre de son exactitude, si l'on suit le procédé que je viens d'exposer; le mercure employé plus pur dans un tuyau plus large & plus égal, aura des mouvements plus libres, & les deux branches étant de même diamètre, n'auront rien qui tienne du tuyau capillaire.

Quant à la longueur du Baromètre tronqué, dans la plûpart des expériences où il est nécessaire, il suffit qu'il ait 2 ou 3 pouces au dessus de la ligne du niveau *IK*; mais

comme il coûte peu d'en avoir plusieurs, & qu'on peut avoir besoin de connoître au juste l'état d'un air moins raréfié, il est bon d'en faire qui ayent 6 à 7 pouces de marche; ils pourront encore être enfermés sous de grands Récipients; & pour ne rien laisser à desirer sur cette matière, je finirai cet article par la description d'un Baromètre d'épreuve qui a toute son étendue, & qui s'ajuste sans embarras & dans le moment qu'on en a besoin, à des Récipients de différentes capacités.

MN (Fig. 5.me) est un Tube de verre qui a 30 pouces de longueur & 2 lignes de diamètre intérieur, rempli de mercure purifié, & avec les précautions énoncées ci-dessus; il est plongé dans un petit vase de verre *OP*, qui a intérieurement 14 lignes de diamètre au plus large, & qui contient du mercure jusqu'en *OP*. L'un & l'autre sont attachés ensemble par une petite zone de peau mince, liée d'une part au Tube, & de l'autre au col du petit vase, de sorte que le tout considéré comme on le voit en la Figure 5me, est un véritable Baromètre.

La partie inférieure se renferme dans une boîte cylindrique de verre *(Fig. 6.me)* qui a environ 2 pouces de diamètre & 3 pouces de hauteur, fermée par en haut d'un couvercle de cuivre dont le fond est percé au centre, & surmonté d'une virole dans laquelle on fait passer le Tube pour y être cimenté; des deux côtés de la virole & sur le fond on a fixé deux petites platines de cuivre *R, S*, auxquelles on attache une petite règle de bois couverte de papier, qui porte la gradation. L'autre bout de la boîte est fermé pareillement par un couvercle, dont le fond est aussi percé au centre, & porte une virole *T* qui est extérieurement une vis propre à s'ajuster aux Récipients qui sont préparés, comme on l'a dit, pour recevoir les boîtes-à-cuirs. *Voyés la Figure 7me.*

Comme cet instrument ne doit servir que dans les occasions où l'air sera peu raréfié, la colonne de mercure ne baissera jamais d'une quantité assés grande pour changer sensiblement la hauteur de la surface du mercure dans le

réservoir, dont le diamètre est fort grand relativement à celui du tuyau, c'est pourquoi on pourra négliger l'élévation de la base, en comptant les degrés d'abaissements du mercure par les gradations de la planche.

Si les Baromètres d'épreuve font connoître à quel degré l'air est raréfié, ils ont encore un autre mérite, en ce qu'ils sont très-propres à indiquer si la Machine Pneumatique avec laquelle on les emploie, est exacte ou défectueuse; car si le mercure ne reste pas constamment aussi bas qu'on l'a fait descendre, c'est une marque certaine que l'air rentre dans le Récipient, à moins qu'on n'y ait renfermé des matières qui en fournissent.

Moyen que l'on peut employer commodément pour faire le Vuide en fort peu de temps.

En lisant les expériences qui ont été faites par quelques Physiciens sur la durée de la vie des Animaux dans le vuide, & en général toutes celles où il a fallu tenir compte du temps aussi-bien que de l'état des corps placés dans un air fort rare, il m'a toûjours paru qu'il manquoit à leurs résultats un degré de justesse & de précision sans lequel elles perdent souvent beaucoup de leur mérite. Sur trois minutes, par exemple, qu'on accuse, quand j'ai tout lieu de croire qu'il y en a une de plus ou de moins, quel cas puis-je faire d'une telle expérience, si la mesure du temps y est une chose absolument nécessaire? c'est pourtant la circonstance où je me trouve toutes les fois que je lis qu'il arrive telle ou telle chose à un corps, quand il est tant de temps dans le vuide; car soit qu'on date du premier coup de piston ou du dernier, l'expression est fausse, & je demeure d'autant plus incertain, que j'ignore le temps qu'on a mis entre l'un & l'autre.

C'est pour donner lieu de constater des faits où il reste de pareilles incertitudes, & pour faciliter des épreuves dont on seroit peut-être dégoûté par la crainte de les trouver

trop difficiles dans l'exécution, que j'expoſerai ici un moyen que j'ai imaginé pour raréfier l'air promptement, & qui me réuſſit tout au mieux quand je puis me ſervir d'un petit vaiſſeau, ou que je n'ai pas beſoin d'une raréfaction pouſſée à ſes derniers degrés, & on peut dire que ce ſont les cas les plus ordinaires.

Le procédé dont il s'agit ici eſt fort ſimple, on le peut ſuivre ſans embarras, il ne cauſe aucune nouvelle dépenſe à quiconque eſt en poſſeſſion d'une Machine Pneumatique ſemblable à l'une de celles dont j'ai donné la deſcription *; & pour donner une idée de l'effet & de la promptitude avec laquelle il s'exécute, l'uſage que j'en ai me met en droit d'aſſûrer qu'en une ſeconde de temps tout au plus, on peut faire deſcendre le mercure à moins d'un pouce de ſon niveau dans un Récipient capable de contenir un Pigeon. Voilà ce qu'on peut faire ſans ſe jetter dans de nouveaux frais; mais on feroit davantage s'il en étoit beſoin, en ſuivant la même voie avec quelque dépenſe de plus qui ne ſeroit pas conſidérable.

* *V. les Mém. de l'Ac. 1740. pag. 385. & 507.*

Il faut appliquer à la Machine Pneumatique le Récipient le plus grand qu'on ait, c'eſt-à-dire, un de ceux qui ont environ 9 pouces de diamètre ſur 10 ou 11 de hauteur, ouvert par le haut, & garni d'une virole de cuivre avec un fond comme pour recevoir une boîte-à-cuir. Sur ce grand vaiſſeau il faut établir une des platines mobiles dont nous avons parlé au ſujet de la Machine Pneumatique ſimple, avec ſon robinet, comme il eſt repréſenté dans la Fig. 8me, & ſur cette platine un cuir mouillé & un Récipient le plus petit que pourra le permettre l'expérience qu'on aura à faire.

Le canal du robinet doit avoir au moins 2 lignes $\frac{1}{2}$ de diamètre, & la clef doit être percée comme celle de la Machine Pneumatique ſimple, c'eſt-à-dire, qu'outre le trou *X* (*Fig. 9.me*) qui la traverſe diamétralement, & qui eſt auſſi large que le canal, elle eſt encore percée d'un petit trou oblique *VY* qui communique avec un autre *YZ* qu'on a pratiqué dans l'axe, & qui ne doit point atteindre le trou *X*.

Tout étant disposé comme on le voit Figure 8me, il faut fermer le grand Récipient avec le robinet, & raréfier l'air qu'il contient, jusqu'à ce que le Baromètre d'épreuve soit aussi près de son niveau qu'il est possible de l'en approcher; si on place ensuite un Récipient sur la petite platine, & qu'on ouvre la communication entre les deux vaisseaux, on conçoit bien que l'air du dernier se partagera entre les deux capacités suivant le rapport qu'elles ont entr'elles, & avec presque toute la vîtesse d'un ressort qui se débande, & d'un fluide à qui on a ménagé un passage assés libre.

Il est vrai que pour arriver à ce premier effet, il en coûte l'évacuation d'un grand vaisseau, qui est assés pénible, elle le seroit même trop, si l'on avoit beaucoup d'expériences de cette espèce à faire de suite, & s'il falloit à chaque fois répéter le même travail; mais j'ai prévenu cet inconvénient par la construction du robinet.

Quand on voudra lever de dessus la platine le Récipient dans lequel s'est passée l'expérience, c'est-à-dire, le plus petit, il faudra bien se garder de rendre l'air par le robinet de la Machine Pneumatique, car on voit bien que le grand vaisseau se rempliroit d'air, & que pour une seconde opération il faudroit recommencer sur nouveaux frais tout ce qu'on a fait pour la première; il faudra seulement tourner la clef du robinet de communication de manière que le trou *VY* regarde la petite platine, alors l'air extérieur rentrera dans le petit Récipient par le canal *ZY*, & donnera la liberté de l'ôter, le plus grand conservera son état, & pour recommencer l'expérience, il suffira de donner quelques coups de piston, afin d'évacuer la petite quantité d'air qui s'y sera introduite par la communication des deux vaisseaux.

Si l'on avoit à faire quelqu'épreuve pour laquelle il ne fût pas suffisant de raréfier l'air autant qu'il est possible de le faire avec cette préparation, il ne s'agiroit, comme on voit, que d'être muni d'un plus grand vaisseau; mais il y aura bien peu d'occasions où l'on ait besoin d'une raréfaction d'air poussée aussi loin, & où on ne puisse même souffrir

une moindre différence que celle dont j'ai fait mention entre les capacités des deux Récipients.

Le moyen que je viens d'indiquer, met à portée non seulement de raréfier l'air presque subitement, mais encore de prévoir & de régler d'avance son degré de raréfaction; car il ne s'agit pour cela que d'employer des vaisseaux dont les capacités soient en rapports connus, & on pourra varier aisément ces rapports sans être obligé d'avoir un grand nombre de Récipients de différentes grandeurs, en mettant dans le plus grand quelque corps solide qui y tienne plus ou moins de place.

Disposition d'Instruments commodes pour examiner une portion d'Air prise au hazard ou avec choix, soit dans l'atmosphère, soit dans un lieu rempli à dessein de vapeurs ou d'exhalaisons connues.

Dans la plûpart des expériences que l'on a faites sur l'air avec la Machine du Vuide, il semble que l'on ait presque borné ses vûes aux seuls effets de sa pesanteur & de son ressort; il en est peu, en comparaison des autres, dans lesquelles on l'ait considéré comme un fluide mêlé avec d'autres matières, pour sçavoir ce qu'il est ou ce qu'il n'est pas en conséquence de ces parties étrangères. C'est pourtant son état ordinaire d'être ainsi mêlé, & s'il nous est utile de connoître les propriétés inséparables du milieu dans lequel nous passons notre vie, rien n'est plus digne aussi de notre attention que d'apprendre, s'il est possible, ce que nous devons craindre ou attendre de ses qualités accidentelles. La difficulté sera sans doute de les connoître, & de sçavoir au juste d'où elles dépendent; mais nous sommes redevables à l'expérience de tant de connoissances auxquelles il semble qu'on n'eût jamais dû prétendre, que nous ne devons désespérer de rien.

Ayant depuis long temps tourné mes vûes vers cette partie de la Physique, j'ai cherché des moyens qui pussent

faciliter mon travail; j'en ai trouvé plusieurs dans les Auteurs qui ont écrit sur ce sujet, & nommément dans l'excellent ouvrage de M. Halles, qui a pour titre, *Analyse de l'Air.* Mais comme ces procédés n'ont presque rien de commun avec la Machine du Vuide, je les regarde comme étrangers à mon objet présent, & pour me renfermer dans les bornes de mon titre, je décrirai seulement ceux qui ont un rapport direct avec la Pompe Pneumatique.

En construisant les Instruments dont je vais parler, je me suis proposé de les rendre tels, qu'avec leur secours on pût appliquer à la Machine du Vuide successivement ou en même temps, plusieurs portions d'air, dont les rapports fussent toûjours connus, soit pour la quantité, soit pour la densité, soit pour la température; j'ai voulu de plus que ces masses d'air soûmises à l'expérience, ou comparées ensemble, ne tinssent rien des vaisseaux qui doivent les renfermer, & que tout ce qu'elles pourroient contenir de matières étrangères fût connu.

Pour remplir la première de ces conditions, j'adapte à la Machine Pneumatique une platine de cuivre garnie d'un bord, comme celles dont j'ai parlé ci-dessus, longue d'un pied, large de 6 pouces, dont le plan représenté par la Figure 10me, est terminé par deux lignes paralleles & par deux demi-cercles.

A 4 pouces $\frac{1}{2}$ de distance du centre de cette pièce, dans le grand & dans le petit axe, on a pratiqué trois vis percées *A, B, C,* qui excèdent le plan d'environ $\frac{3}{4}$ de pouce, & semblables à celle de la platine fixe.

Au revers de la même pièce est une grande virole ronde ou triangulaire *DE (Fig. 11.me)* qui a un pouce $\frac{1}{2}$ de hauteur, & dont le fond percé en *F* en forme d'écrou, peut s'ajuster à la Machine du Vuide. Cette espèce de boîte doit être exactement soudée de toute part, & renfermer dans sa circonférence les petits canaux formés par les trois vis *A, B, C.*

Sur la platine que je viens de décrire, j'établis deux Récipients

Récipients de capacités connues, dont l'intérieur peut communiquer avec la Pompe par *A* & *B*, comme on le peut voir par la Fig. 12me. Les vaisseaux de cette espèce sont d'une forme à pouvoir être aisément lavés, séchés, essuyés autant de fois qu'il en sera besoin ; & pour empêcher que le plan qui leur sert de base ne procure quelqu'humidité au volume d'air qu'ils renferment, au lieu de les y appliquer avec des cuirs mouillés ou graissés dont on se sert ordinairement, il faut, après les avoir placés immédiatement sur le cuivre bien net, les y luter par le moyen d'un cordon de cire ramollie avec un peu de térébenthine, & cela satisfait autant qu'il est possible à la seconde condition, c'est-à-dire, qu'avec ces précautions l'air qu'on renferme ne contracte du vaisseau que ce qui peut s'exhaler du vaisseau même ou de la base.

Les choses étant ainsi disposées, il est évident que la pompe agit également & dans le même temps sur deux portions d'air dont il est aisé de comparer les quantités par les capacités des Récipients ; le Baromètre d'épreuve dont on a donné la description ci-dessus *(Fig. 7.me)* placé en *C* *(Fig. 12.me)* peut apprendre pendant tout le temps de l'expérience quel est le degré actuel de raréfaction, & on peut s'assûrer de la température par un Thermomètre placé dans le lieu où l'on opère, ou dans le Récipient même si on avoit lieu de croire que cela fût nécessaire.

Si l'on n'avoit jamais à éprouver que l'air de l'atmosphère, tel qu'il est dans son état naturel, les Récipients pourroient être de ceux que j'ai nommés *à boutons,* & qui sont toûjours fermés par le haut ; mais souvent on voudra que cette portion d'air qui doit faire le sujet de l'expérience, soit plus ou moins pure qu'on ne le trouve naturellement, on voudra qu'il soit préparé & plus connu que celui qu'on renferme au hazard quand on pose le vaisseau sur la platine ; c'est pourquoi j'emploie ici des Récipients ouverts & garnis de robinets, comme on le voit en la Figure 12me, ce qui donne lieu de les remplir de tel air qu'on voudra quand on les aura évacués.

Comme il eſt important que ce nouvel air qu'on introduit, ſoit tel qu'on le croit être, & qu'il ne contracte rien dans ſon paſſage, on ne peut trop recommander de tenir fort court le canal de chaque robinet, & de le nettoyer ſouvent, ainſi que le trou de la clef qui en fait partie.

Cette première préparation qui met en état de faire agir la pompe également ſur deux portions d'air, ne permet pas qu'on les compare en même temps par les différences de denſité; il pourroit arriver cependant qu'on eût beſoin d'une telle comparaiſon, & c'eſt pour en donner les moyens que je propoſe de faire ce qui ſuit.

Ajuſtés ſur une petite platine ronde un Récipient ſemblable à ceux de la Figure 12me, avec les précautions & de la même manière que je l'ai preſcrit ci-deſſus *(Fig. 11.me)* joignés la platine par ſa vis *G* au robinet *H,* & mettés un Baromètre tronqué dans le vaiſſeau *GI,* ou bien un grand Baromètre d'épreuve au lieu du robinet *I,* ſelon le degré de raréfaction dont vous aurés beſoin.

Il eſt évident que le robinet de communication *H* donnera la liberté de laiſſer agir la pompe autant & ſi peu qu'on voudra ſur l'air du vaiſſeau *GI,* & qu'on pourra mettre ſa denſité en tel rapport qu'on voudra avec celui du Récipient *A* de l'autre part.

S'il eſt queſtion d'éprouver une maſſe d'air préparée à deſſein, qu'on aura chargée de quelques vapeurs ou d'exhalaiſons connues, on pourra faire cette préparation dans une grande cloche, ou dans quelque vaiſſeau équivalent, qu'on fera communiquer avec un des Récipients par un canal de verre.

Mais pour être bien certain que la portion d'air qu'on éprouve ne contient que ce qu'on y a introduit, ou bien pour reconnoître par voie de comparaiſon ſi elle eſt pure, ou ſi elle contient quelque choſe d'étranger, il ſeroit à ſouhaiter qu'on pût avoir un air ſans mélange, pour le préparer avec connoiſſance, ou pour confronter ſes effets avec ceux d'un air mélangé ou moins connu. On ne peut guère ſe

promettre de purger une maſſe d'air avec tant d'exactitude, qu'elle ne contienne plus que ſes parties propres, & qu'elle ſoit parfaitement homogène; mais on peut la rendre moins impure, & lui ôter une grande partie des exhalaiſons ou des vapeurs qu'elle renferme, & on aura par approximation ce qu'il eſt peut-être impoſſible d'avoir d'une manière complète.

Quelques Phyſiciens, pour avoir un air moins humide que l'atmoſphère, l'ont filtré avec ſuccès à travers du ſel de Tartre ou de quelqu'autre alkali fixe. D'autres qui ne ſe propoſoient point de lui procurer ce degré de ſéchereſſe, ont aſſés bien réuſſi en le lavant dans l'eau pour lui faire perdre les ſoufres, les ſels & les autres matières dont ils le ſoupçonnoient d'être chargé. En joignant les deux procédés enſemble, j'ai penſé qu'on pouvoit aſſés bien purifier l'air, & je vais décrire les Inſtruments que j'emploie, ſoit pour remplir un vaiſſeau d'air purifié, ſoit pour y introduire un air préparé.

AB (*Fig. 13.me*) eſt une planche longue d'environ 3 pieds, large de 14 pouces & épaiſſe d'environ 10 lignes: repréſentée ſelon ſon plan par la Fig. 14me, elle eſt ouverte à jour par deux trous ronds, dont l'un marqué *C*, de 4 pouces de diamètre, eſt garni en ſon bord d'un petit bourlet d'étoffe, & l'autre *D* eſt de la grandeur convenable pour recevoir la virole *DE* de la platine ovale. (*Fig. 12.me*)

Cette planche enfermée & retenue fixement entre les deux platines (celle des Récipients & celle de la Machine Pneumatique) forme de part & d'autre une tablette de 13 à 14 pouces de largeur & de longueur, ſur laquelle j'établis les vaiſſeaux qui doivent communiquer avec les Récipients, d'une manière plus ſolide que s'ils étoient poſés ſur des ſupports ſéparés de la Machine.

E eſt un grand Récipient de verre dans lequel on prépare une maſſe d'air, en y faiſant brûler quelque matière, ou autrement; ce vaiſſeau eſt ouvert en ſa partie ſupérieure, & garni d'une virole de cuivre avec un fond dans lequel

le ſiphon de verre *FG* eſt ajuſté par ſa garniture de cuivre qui eſt à vis; la jambe la plus longue du ſiphon eſt garnie en *G* d'une virole dont le fond eſt excédent, & porte en ſon milieu un petit bout de canal qui entre liſſe dans celui du robinet, & qui s'y joint exactement avec un cercle de cuir interpoſé, & un cordon qui retient les deux pièces attachées l'une à l'autre.

IK eſt un globe de verre qui a 6 à 7 pouces de diamètre, ouvert aux deux poles & garni en *L* d'un bouchon à vis avec épaulement, ou d'un bouchon de verre ſemblable à ceux des flacons.

Il eſt auſſi garni en *M* d'un couvercle de cuivre dont le fond eſt ouvert & ſurmonté d'une virole de même métal, & percé pour recevoir un petit tube de verre qui a 2 ou 3 lignes de diamètre intérieur, & renflé en *N* comme la boule d'un petit Thermomètre à laquelle on a pratiqué pluſieurs petits trous.

OP eſt un autre globe plus petit que le précédent, avec lequel il communique par un canal de verre qui eſt cimenté d'une part à la virole *M*, & de l'autre à une boîte de cuivre *O* qui entre à vis ſur la garniture du petit globe, & qui s'y joint avec un cercle de cuir.

Le ſiphon *QR* eſt joint en *P* & en *T*, comme celui de l'autre part l'eſt en *F* & en *G*.

Ces vaiſſeaux étant diſpoſés pour être ajuſtés enſemble, comme on le voit en la Figure 13me, je remplis d'eau de pluie diſtillée le globe *IK* preſqu'entiérement, & je mets dans l'autre du coton neuf, ou des petits morceaux de linge blanc de leſſive que j'ai trempés dans une forte diſſolution de ſel de Tartre, & que j'ai fait bien ſécher enſuite; je joins mes deux vaiſſeaux enſemble, & je les mets en état de communiquer avec le Récipient *S* par le robinet *T* lorſqu'il ſera ouvert.

Il eſt aiſé de voir qu'avec cette préparation, ſi l'on fait le vuide le plus parfait qu'il ſoit poſſible, en *H* ou en *S*, & qu'on ouvre la communication *V* ou *T*, on fera paſſer dans

les Récipients l'air préparé en *E,* ou bien celui de l'atmoſphère, qui en entrant par *M,* & ſe diviſant en *N* en petits globules, dépoſera dans l'eau du premier globe une bonne partie des corps étrangers qu'il porte avec lui, & perdra enſuite dans le ſel de Tartre de l'autre globe l'humidité qu'il aura contractée dans cette première lotion, & on aura ainſi une portion d'air ſur la pureté duquel il ſemble qu'on doive plus compter que lorſqu'on le reçoit immédiatement de l'atmoſphère.

Ne pourroit-il pas même arriver qu'en procédant ainſi, l'eau du globe examinée avec ſoin après pluſieurs expériences ſemblables fiſt connoître ce qu'il y avoit d'étranger dans l'air qu'elle aura lavé? Si on pouvoit l'eſpérer (& pourquoi ne le pourroit-on pas?) je voudrois qu'on portât ſes vûes juſqu'à en connoître, au moins par approximation, la quantité pour une portion d'air donnée: ſi l'on ſçait une fois la capacité de la pompe, & qu'on ſe donne la peine de compter les coups de piſtons, en laiſſant le robinet du Récipient ouvert, on ſçaura combien on a lavé d'air, & on pourra le comparer avec le dépôt qu'il aura fait dans l'eau, s'il en fait un qui ſoit aſſés ſenſible pour être meſuré.

Quoique la Figure repréſente les deux procédés enſemble, pour peu qu'on y faſſe attention, l'on voit bien que ſi on avoit fait le vuide en *S* & en *H,* on ne pourroit pas, en ouvrant les deux robinets *T* & *V,* avoir d'un côté de l'air pur, & de l'autre un air préparé en *E.* Quand on a beſoin d'une telle comparaiſon, il faut ſuivre le procédé que j'ai indiqué ci-deſſus, pour comparer en même temps deux maſſes d'air de différentes denſités.

Je dois avertir auſſi que quand on veut purifier l'air, il ne faut pas le faire paſſer dans l'eau & dans le ſel de Tartre avec trop de vîteſſe, il faut ouvrir le robinet *T* modérément & à pluſieurs repriſes pour donner plus de temps à l'opération.

Moyens qu'on peut employer pour faire passer dans le Vuide d'autres fluides que l'Air, & pour tenter des mélanges où l'on voudroit que l'Air n'eût point de part.

J'ai indiqué ci-dessus une manière d'opérer par laquelle toutes sortes de corps se trouvent presque subitement placés dans un air fort rare; on pourroit donc, en suivant le même procédé, faire le vuide autour d'un vase ouvert & rempli d'une liqueur quelconque, ou bien raréfier l'air en la manière ordinaire autour d'un vaisseau fermé & fixé, dont le bouchon tenu par la tige d'une boîte à cuir pourroit être ôté quand on le jugeroit à propos.

De ces deux partis qu'on peut également prendre en plusieurs occasions, si on choisit le dernier, on ne doit point oublier de mettre la liqueur qu'on veut éprouver, dans un vaisseau assés solide pour résister aux efforts de l'air intérieur, qui pourroient bien le faire crever quand il ne sera plus contretenu par celui du dehors.

De quelque façon qu'on opère, si la bouteille est pleine, on doit s'attendre que les particules d'air contenues dans la liqueur en se dilatant la répandront en partie, & c'est une précaution qu'on doit prendre, de placer le vase qui la contient, dans un autre vaisseau qui reçoive ce qui en sortira, si on a intérêt de ne le point perdre, ou si on craint qu'il n'endommage la Machine.

Mais ni l'un ni l'autre de ces moyens ne pourra convenir quand il sera nécessaire d'introduire une liqueur dans le vuide peu-à-peu ou à plusieurs reprises, quand il faudra l'y faire tomber goutte à goutte ou autrement sur quelques matières, & qu'une chûte plus ou moins violente entrera pour quelque chose dans le dessein qu'on se sera proposé. C'est pour satisfaire à ces différentes vûes, que je propose l'opération suivante.

Le Récipient dans lequel on doit raréfier l'air, porte en

ſa partie ſupérieure un robinet dont le canal aboutit au col d'un autre vaiſſeau de verre placé verticalement, & qui contient la liqueur qu'on a deſſein d'introduire dans le vuide. Ce dernier vaſe peut avoir telle figure qu'on voudra, mais il eſt à propos qu'il ſoit rétréci par le haut en forme de goulot, pour être garni d'une virole de métal dans laquelle on ajuſtera un bouchon de pareille matière, à la manière des clefs de robinets, & qui en doit faire la fonction. Cette clef ſera percée ſur le côté & dans l'axe par deux trous communicants d'une ligne de diamètre, & on en fera un ſemblable à la virole, qui puiſſe correſpondre à celui de la clef, quand il en ſera néceſſaire.

Ces différentes pièces jointes enſemble par des vis & par des anneaux de cuir interpoſés, comme il eſt repréſenté par la Figure 15me, le robinet de communication *X* étant fermé, ſi on met une liqueur dans le vaiſſeau d'en haut, & qu'on faſſe le vuide dans le Récipient, en ouvrant le canal de communication, l'on y fera néceſſairement paſſer cette liqueur qui tombera ſur tout ce qu'on aura jugé à propos d'expoſer à ſa chûte.

Il eſt preſqu'inutile de dire qu'on pourra rendre l'écoulement continu ou intermittant, en ouvrant & en fermant alternativement le robinet de communication, & qu'on en pourra modérer la quantité ou la vîteſſe, en bouchant en partie l'extrémité du canal avec une plume, du coton, ou toute autre choſe équivalente.

Mais il n'eſt pas hors de propos d'avertir qu'on pourra auſſi rendre la chûte de la liqueur plus violente par degrés qu'elle ne le ſeroit naturellement ſi elle n'obéiſſoit qu'à ſon propre poids, & c'eſt pour cet effet que j'ai pratiqué un autre robinet *Y* à la partie ſupérieure du vaſe qui contient la liqueur ; pour peu qu'on y réfléchiſſe, on concevra que c'eſt un moyen bien ſimple pour joindre la preſſion de l'atmoſphère au poids de la liqueur; & comme il eſt aiſé de ne point laiſſer rentrer autant d'air qu'il en faudroit pour remplir le vuide cauſé par l'écoulement, on doit convenir

que la preſſion peut être augmentée & diminuée à volonté ſur la ſurface.

Avec la préparation que je viens de décrire, on peut bien, comme on voit, introduire des liqueurs dans un lieu où l'air ſoit fort raréfié, mais on ne peut point empêcher qu'elles n'y portent avec elles celui qu'elles contiennent; & comme c'eſt le propre de l'air de ſe dilater & d'abandonner les corps dans leſquels il eſt retenu quand leur ſurface n'eſt plus comprimée par l'atmoſphère, les liqueurs en entrant dans le vuide le font ceſſer en partie par une infinité de globules d'air qui les quittent.

S'il s'agiſſoit donc d'éprouver des mélanges où l'air ne dût point avoir de part, ſoit comme milieu, ſoit comme partie, on ne pourroit point ſe flater de réuſſir en introduiſant les liqueurs enſemble ou ſucceſſivement de la manière que je viens d'enſeigner, il faudroit, s'il étoit poſſible, qu'elles fuſſent parfaitement purgées de l'air qu'elles contiennent, & qu'on les mêlât dans un lieu où il n'y en eût point. Les moyens que je vais indiquer ne ſatisferont point à ces deux conditions dans toute leur étendue, mais ils mettront en état de tenter tout ce qui m'a paru poſſible en pareil cas.

M. Muſſchembroeck me fit voir il y a quelques années dans ſon Laboratoire une petite Burette ſuſpendue en baſcule, qui me parut très-commode pour des expériences de ce genre; je l'ai imitée à très-peu de différence près, & en voici la deſcription.

La Figure 16me repréſente une petite Fiole de verre faite en poire, qui a environ 2 pouces de diamètre ſur 4 de longueur; le col eſt garni en dehors d'une virole de métal qui eſt fixée avec du maſtic, & qui eſt percée de deux petits trous diamétralement oppoſés.

Le col de la Fiole garni comme on vient de le dire, entre avec aiſance dans un petit chaſſis de cuivre *(Fig. 17. & 18.me)* qui a 2 pouces $\frac{1}{2}$ de longueur, & dont les deux grands côtés ſont traverſés au milieu par deux vis dont les pointes

pointes forment deux pivots qui entrent dans les trous de la virole, & sur lesquels la Fiole se meut; & afin qu'elle ne se casse point en retombant brusquement sur la traverse inférieure du chassis, elle est reçue sur un fil de soie qui est tendu un peu au dessus & parallélement à cette traverse.

Le chassis glisse & tourne sur une tige ronde *AB*, & s'arrête par le moyen d'une vis *C* dans la direction & à la hauteur qu'on juge convenables.

Au bas de la tige est une espèce de clou *B* à tête plate, qui entre quarrément dans une pièce à coulisse (*Fig. 19.me*) & qui peut se fixer avec un écrou à oreilles *D* à telle distance qu'on veut du centre *E*.

Pour faire usage de cette invention, après avoir monté deux Burettes, comme celle de la Figure 18me, sur la pièce à coulisse que la Figure 19me représente, j'établis le tout sur la platine de la Machine Pneumatique, & je l'y retiens fixement, faisant passer la vis du centre par le trou *E*, sur quoi je serre la petite platine que représente la Figure 20me, & qui sert à porter le vase dans lequel on veut faire le mélange. Je mets dans les Burettes les liqueurs qu'il est question de mêler sans air, & je les couvre d'un Récipient garni d'une boîte à cuir, dont la tige porte à son extrémité une petite patte qui fait avec elle un angle droit, ainsi qu'il est représenté par la Figure 21me.

Ensuite je raréfie l'air le plus qu'il est possible dans le Récipient, & je le laisse en cet état pendant quelque temps, pour donner lieu à l'air qui est dans les liqueurs de se dégager; je réitère les coups de piston jusqu'à ce que je n'apperçoive plus de globules, alors je fais descendre la tige de la boîte à cuir, de manière que la petite patte fasse incliner celle des Fioles que je veux vuider la première, & je fais la même chose pour l'autre.

En parlant du Baromètre d'épreuve, j'ai dit qu'il indiquoit d'une manière infaillible si la Machine Pneumatique avec laquelle on l'employoit, étoit exacte ou défectueuse;

& en effet si le mercure baissé vers son niveau n'y demeure pas constamment, on peut conclurre avec certitude que l'air rentre dans le Récipient, mais on demeure incertain sur l'endroit où est le mal, & l'on a quelquefois bien de la peine à le découvrir; on pourra s'en assûrer fort aisément, en introduisant dans le vuide une quantité d'eau suffisante pour couvrir la platine à la hauteur de 2 ou 3 pouces, car alors les bulles d'air qu'on appercevra sensiblement, indiqueront au premier coup d'œil l'endroit qui leur donne un passage.



Fig. 2.

Fig. 8.

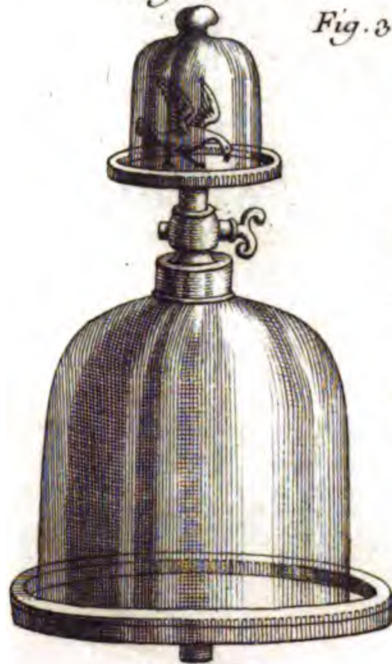


Fig. 3.



Fig. 4.

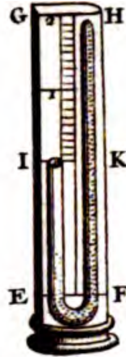


Fig. 9.





Fig. 12.

Fig. 10

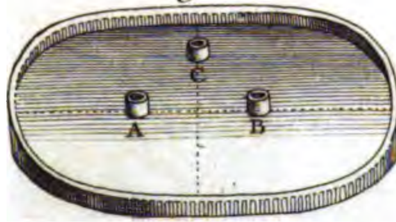


Fig. 19.

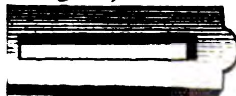
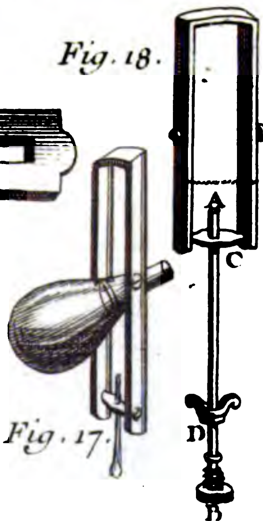


Fig. 18.



.16.

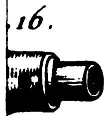


Fig. 17.

Fig. 11.

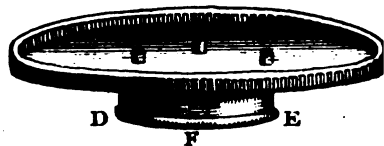
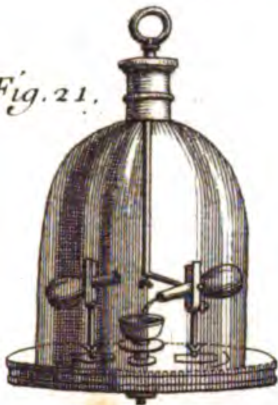


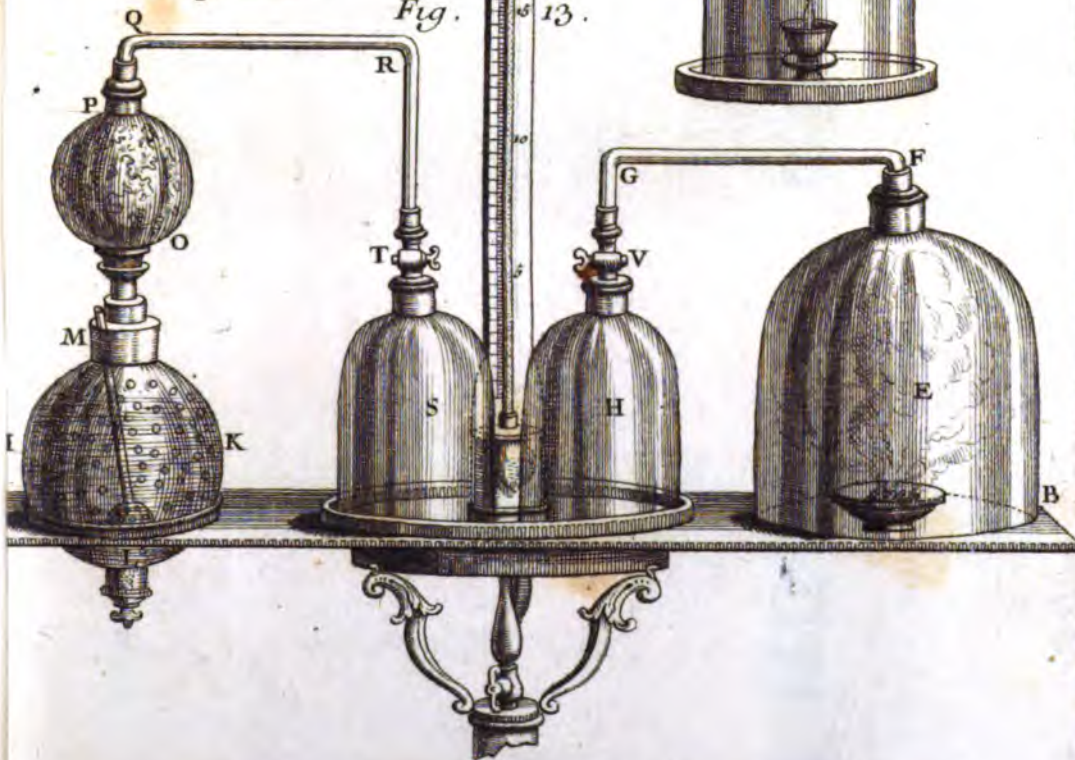


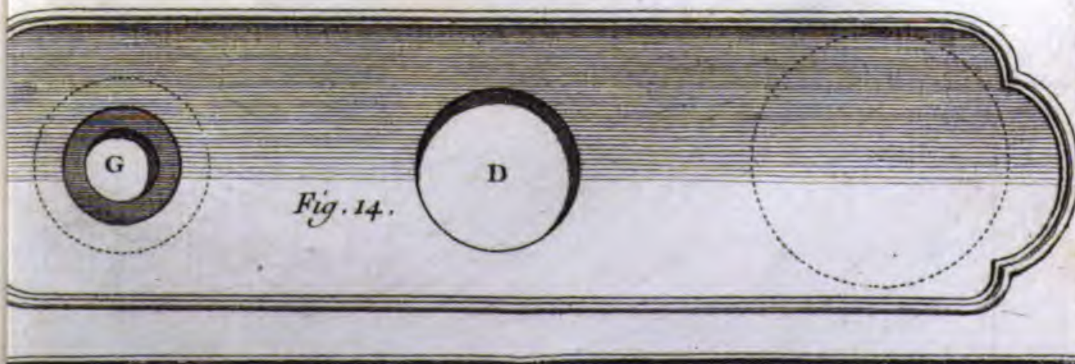
Fig. 20.

Simonneau Sc









Simonneau Sculp.

MOYENS DE CONSTRUIRE UN PENDULE

Qui ne puiſſe point s'allonger par la chaleur, ni ſe raccourcir par le froid.

Par M. CASSINI.

COMME les Horloges à Pendule ſont ſujettes à avancer ou à retarder, ſuivant les divers degrés de froid & de chaud, M. Julien le Roy a imaginé un moyen de remédier à cet inconvénient, en appliquant au deſſus de la boîte de la Pendule un Tuyau de cuivre avec une barre de fer au dedans, qui y eſt ſuſpendue par le haut, & qui, à cauſe de la différence entre la dilatation de ces deux métaux, ſert à raccourcir la Verge du Balancier pendant qu'elle eſt allongée par la chaleur, & à l'allonger au contraire lorſqu'elle eſt raccourcie par le froid. 6 Mai 1741.

Cette invention a eu tout le ſuccès qu'on en pouvoit eſpérer, ſuivant l'expérience qu'on en a faite depuis qu'elle a été miſe en exécution; mais comme le tuyau de cuivre qui eſt au deſſus de la Pendule doit avoir plus de 4 pieds $\frac{1}{2}$ de hauteur pour faire l'effet requis, ce qui peut cauſer quelque embarras dans les lieux où l'on ſouhaite de la placer, & empêche que le tout ne ſoit renfermé dans une boîte pour la garantir de l'impreſſion du dehors, on a penſé à d'autres méthodes fondées ſur le même principe, pour faire en ſorte que la Verge du Balancier ſe conſerve toûjours de la même longueur, ſans que le chaud ou le froid puiſſe cauſer aucune variation ſenſible dans la durée de ſes vibrations.

Comme le moyen de conſerver aux Pendules le plus de régularité qu'il eſt poſſible, eſt un objet des plus intéreſſants pour l'Aſtronomie, puiſque c'eſt de-là que dépend

principalement la précision des obſervations, j'ai cru devoir en propoſer quelques-uns qui m'ont paru plus ſimples que ceux qui ont été exécutés juſqu'à préſent, ou du moins qui ſont venus à ma connoiſſance ; je les juge d'autant plus avantageux, qu'ils peuvent s'appliquer à toutes les Pendules qui ont été conſtruites juſqu'à préſent, & même à peu de frais, ſans qu'on ſoit obligé de rien changer dans leur intérieur.

Soit pour cet effet *AB* une Lame ou Règle d'acier mince, vûe de profil, entiérement ſemblable aux verges de Pendule, d'environ 34 pouces de longueur ſur 3 à 4 lignes de largeur & d'une ligne d'épaiſſeur, à laquelle ſoit appliquée une Règle de cuivre *CE*, auſſi vûe de profil, de même largeur & épaiſſeur, & de 28 pouces de longueur, laquelle y ſoit arrêtée fixement à ſon extrémité ſupérieure au point *D*, à la diſtance de 6 pouces ou environ du point *A* de la ſuſpenſion du Pendule. Soit enfin une autre Verge d'acier *SO* qui ſoûtient la Lentille, de même largeur & épaiſſeur que la Verge *AB*, & qui puiſſe gliſſer librement le long de cette Verge, au moyen d'une ou de pluſieurs chapes de cuivre ou de fer, telles que *GH, MN*, arrêtées fixement ſur la Verge de cuivre *CE* en *G* & en *M*, & qui embraſſent toutes les Règles, de manière qu'elles ne puiſſent pas s'écarter les unes des autres.

On appliquera à l'extrémité inférieure de ces Verges une autre chape *TRP* qui puiſſe tourner verticalement autour d'un pivot *R* attaché fixement ſur la Verge de fer *AB*, & l'on pratiquera, tant par devant que par derrière, des rainures *T* & *P* dans la direction de *TP*, afin que les pivots *T* & *P* attachés fixement ſur les Verges *CE, SO*, à la diſtance l'un de l'autre, telle qu'on la déterminera dans la ſuite, puiſſent s'élever ou s'abaiſſer librement lorſque ces Verges viendront à s'allonger ou à ſe raccourcir par l'effet du chaud ou du froid.

On ſuppoſe que la chape *TP* ait été placée d'abord dans une ſituation horiſontale dans le temps que l'air étoit tempéré.

Il eſt évident que s'il ne ſurvient aucune variation dans la température de l'air, le Pendule ſera des vibrations égales autour du point *A* de ſuſpenſion, le pivot *P* ſoûtenant la Verge *SO* à une hauteur conſtante.

Mais lorſque par l'effet de la chaleur, par exemple, toutes les Verges viendront à s'allonger, celle de cuivre *CE,* dont la dilatation eſt plus grande que celle de la portion *DB* de la Règle de fer *AB,* auprès de laquelle elle eſt appliquée, la débordera d'une quantité telle que *BE,* ce qui abaiſſera le pivot *T,* & obligera le pivot *P* de s'élever ſuivant le rapport de la diſtance entre ces pivots ; d'où il ſuit que la Verge *SO* qui ſoûtient la Lentille, & qui peut gliſſer librement le long de la Règle de fer *AB,* s'élevera & raccourcira la diſtance du point *A* au point *O,* laquelle avoit été augmentée d'une certaine quantité par la dilatation du fer.

Le contraire arrivera par l'effet du froid qui raccourcira la Verge de cuivre *CE,* & augmentera la diſtance du point *A* au point *O,* qui étoit devenue plus petite que lorſque l'air étoit tempéré.

La longueur de la Verge de cuivre *CE* étant donnée, de même que le rapport de la dilatation du fer à celle du cuivre, il s'agit de déterminer quelle doit être la diſtance entre les pivots *T, R, P,* pour que l'élévation ou l'abaiſſement cauſé par l'excès de la dilatation du cuivre ſur celle du fer, ſoit d'une quantité égale à l'allongement ou raccourciſſement du Pendule produit par l'effet du chaud ou du froid.

Soit *AO* qui meſure la longueur du Pendule plus le demi-diamètre de la Lentille, qu'on ſuppoſera de 39 pouces; *CI* une Verge de cuivre de 27 pouces de longueur depuis le point *C* où elle eſt arrêtée fixement à la Verge de fer *AR,* juſqu'à ſon pivot en *I; OQ* la quantité dont le Pendule s'eſt allongé par l'effet de la chaleur ; *HR* l'allongement de la portion *EH* de la Verge de fer *AH* depuis le point *E* juſqu'au point *H,* & *IT* celui de la Verge de cuivre *CI.* Fig. 2.

Suivant les expériences qu'on a faites pour déterminer

le rapport de la dilatation du fer à celle du cuivre, on l'a trouvé comme 10 à 17 : on aura donc *HR* à *IT*, comme 10 à 17, ou 27 à 46. Donc *TV* excès de l'allongement de la Règle de cuivre *CI* ſur celle de fer *ER*, eſt à *HR*, comme 19 à 27. Mais les dilatations des diverſes Règles de fer étant ſuppoſées proportionnelles à leur longueur, *OQ* eſt à *HR*, comme *AO* eſt à *EH*, c'eſt-à-dire, comme 39 pouces ſont à 27. Donc *TV* eſt à *OQ*, comme 19 à 39; d'où il ſuit qu'il faut placer les pivots *P*, *R*, *T*, à une diſtance l'un de l'autre, telle que *TR* ſoit à *RP*, comme 19 à 39; car *TR* étant à *RP*, comme *TV* à *VF*, on aura *TV* à *VF*, comme 19 à 39; mais *TV* eſt à *OQ*, comme 19 à 39; donc *VF* ou *PX* qui meſure la quantité dont le Pendule *AO* a été élevé au deſſus du point *R* par l'effet du levier cauſé par l'excès *VT* de la dilatation du cuivre ſur celle du fer, eſt égal à *OQ* qui meſure la quantité dont toutes les Verges de fer qui compoſent le Pendule *AO* ont été allongées par le même degré de chaleur, ce qui eſt requis pour conſerver l'égalité de ſes vibrations.

Il en arrivera de même par l'effet du froid, avec la différence que l'excès du raccourciſſement du cuivre ſur celui du fer contribuera à allonger le Pendule d'une quantité égale à celle dont il s'étoit raccourci.

On voit que dans la conſtruction de ce Pendule on peut faire la Verge *SO* qui ſoûtient la Lentille, de telle longueur qu'on voudra, ſans que cela puiſſe cauſer aucune altération dans la durée des vibrations.

On peut auſſi pratiquer un autre moyen pour rendre uniformes les vibrations des Pendules, en plaçant une Règle de
Fig. 3. cuivre *BD*, telle qu'elle eſt repréſentée dans la 3me Figure, entre la Verge de fer *AC*, à laquelle eſt ſuſpendu le Pendule & la Verge *SO* qui ſoûtient la Lentille.

On arrêtera fixement la Règle *BD* à la Verge *AC* par ſon extrémité inférieure *D*, & on y appliquera vers ſon extrémité ſupérieure une chape *TP* qui embraſſera toutes les Règles, & pourra tourner verticalement autour du pivot *T*;

attaché fixement ſur la Verge *AC*. On pratiquera ſur cette chape, tant par devant que par derrière, des rainures en *R* & en *P* dans la direction de *TP*, afin que les pivots *R* & *P* attachés fixement ſur la Règle *RF* & ſur la Verge *SO*, puiſſent s'élever ou s'abaiſſer librement, lorſque ces Règles viendront à s'allonger ou à ſe raccourcir; ce qu'on peut auſſi exécuter en plaçant le pivot *R* qui eſt ſur la Règle de cuivre, au deſſous de la chape *TP*, & le pivot *P* qui eſt ſur la Verge *SO*, au deſſus de cette chape. Enfin on embraſſera toutes ces Règles par une ou plusieurs chapes, telles que *GH* & *MN*, de fer ou de cuivre, arrêtées fixement ſur le plat de la Règle de fer *AC*, & conſtruites de manière que ces Règles puiſſent gliſſer librement les unes ſur les autres ſans pouvoir s'en écarter.

Il eſt évident que la Règle de cuivre *BD* s'allongeant par l'effet de la chaleur depuis *D* juſqu'en *R*, d'une plus grande quantité que la partie *TC* de la Verge de fer *AC* qui lui étoit égale dans l'état de l'air tempéré, le pivot *R* s'élevera, & obligera le pivot *P* de s'élever ſuivant le rapport de *TP* à *TR*; d'où il ſuit que le Pendule *SO* qui peut gliſſer librement dans les chapes *GH*, *MN*, s'élevera dans la même proportion, & raccourcira la diſtance entre les points *A* & *O*, laquelle avoit été augmentée par l'effet de la chaleur.

Le contraire arrivera par l'effet du froid, auquel cas la Règle de cuivre *DR* venant à ſe raccourcir d'une plus grande quantité que la Verge *CT*, le pivot *R* qui ſoûtenoit la chape dans une ſituation horiſontale lorſque l'air étoit tempéré, s'abaiſſera, & le pivot *P* qui ſoûtenoit le Pendule deſcendra par le poids de la Lentille, ce qui augmentera la diſtance *AO* entre les extrémités du Pendule qui avoit été raccourci par le froid.

Si l'on veut déterminer quelle longueur on doit donner à la Règle de cuivre *BD*, pour que les diſtances entre les pivots *P*, *R*, *T*, ſoient égales entr'elles, ce qui eſt plus facile pour l'exécution :

Soit AO la meſure du Pendule depuis le point de ſuſpenſion A juſqu'à l'extrémité inférieure O de la Lentille qui eſt de 39 pouces ou environ ; ſoient auſſi CH & DI les deux Règles de fer & de cuivre depuis les points C & D où elles ſont arrêtées fixement, juſqu'aux pivots H & I, lorſque l'air eſt tempéré ; OQ la quantité dont tout le Pendule s'eſt allongé par l'effet de la chaleur ; HT l'allongement de la Verge de fer CH, & IR celui de la Règle de cuivre DI. Il eſt évident que lorſque la Règle de cuivre DI ſe ſera allongée de I en R, la Verge PO qui ſoûtient la Lentille, ſe ſera élevée par l'effet du levier au deſſus du point X, d'une quantité PX qui doit être égale à l'allongement OQ du Pendule cauſé par la chaleur, pour que ſes vibrations ſoient d'égale durée.

Suppoſant donc, comme ci-deſſus, le rapport de la dilatation du cuivre à celle du fer, comme 17 à 10, on aura IR moins HT ou RV, excès de la dilatation de la Règle de cuivre DI ſur celle de fer CH, eſt à HT comme 7 eſt à 10 : mais à cauſe de TR qu'on a ſuppoſé *égal* à RP, PX eſt double de RV; on aura donc PX ou OQ eſt à HT, comme 14 eſt à 10. Mais les dilatations des diverſes Règles de fer étant proportionnelles à leur longueur, OQ ou PX eſt à HT, comme AO eſt à CH. Donc 14 eſt à 10, comme AO longueur de tout le Pendule ſuppoſé de 39 pouces eſt à CH ou DI, qu'on trouvera de 27 pouces 10 lignes qui meſurent la longueur qu'on doit donner à la Règle de cuivre DI pour faire l'effet requis.

On peut encore employer un moyen bien ſimple pour remédier aux variations du Pendule cauſées par le chaud & le froid, qui conſiſte à placer une Règle de cuivre BD entre la Verge de fer AC qui eſt ſuſpendue en A à ſon extrémité ſupérieure, & la Verge SC qui porte la Lentille. Fig. 5.

La Règle de cuivre BD aura 56 pouces ou environ de longueur, & paſſera librement au travers de la Lentille, de même que la Verge AC à laquelle elle ſera arrêtée fixement en CD.

La Verge

La Verge *SO* qui ſoûtient la Lentille, ſera terminée à ſon extrémité ſupérieure par une vis qui entrera dans un écrou *BE* qui poſera en *B* ſur la Règle de cuivre *BD*, & ſoûtiendra le Pendule auquel on donnera par le moyen de cet écrou la hauteur requiſe pour battre les ſecondes.

On voit aiſément que la Verge *DB* de cuivre ſe dilatera ou ſe raccourcira par le chaud ou le froid d'une plus grande quantité que la Verge de fer *AC* à laquelle elle eſt attachée en *CD*, & obligera la Verge de fer *SO* qui ſoûtient la Lentille, de s'élever ou de s'abaiſſer d'une quantité qui eſt meſurée par l'excès de la dilatation du cuivre ſur celle du fer, qui doit être double de celle qu'on a trouvée dans l'exemple précédent; d'où il ſuit que la Règle de cuivre *BD* doit être de 55 pouces 8 lignes, comme on le déterminera immédiatement, en faiſant, comme 7 eſt à 10, ainſi *AO* 39 pouces eſt à *AC* 55 pouces 8 lignes qui meſurent la longueur qu'on doit donner à cette Règle pour faire l'effet requis.

On peut faire en ſorte que ce Pendule ne puiſſe point être altéré par l'impreſſion du froid & du chaud, & déterminer en même temps avec aſſés d'évidence le rapport de la dilatation du cuivre à celle du fer, en perçant les Règles *BD*, *SO*, par des trous *T*, *R*, *P*, &c. près les uns des autres, où l'on appliquera ſucceſſivement des clavettes pour ſoûtenir la Verge du Balancier à une hauteur telle que ſes vibrations ſoient toûjours égales dans le plus grand chaud comme dans le plus grand froid.

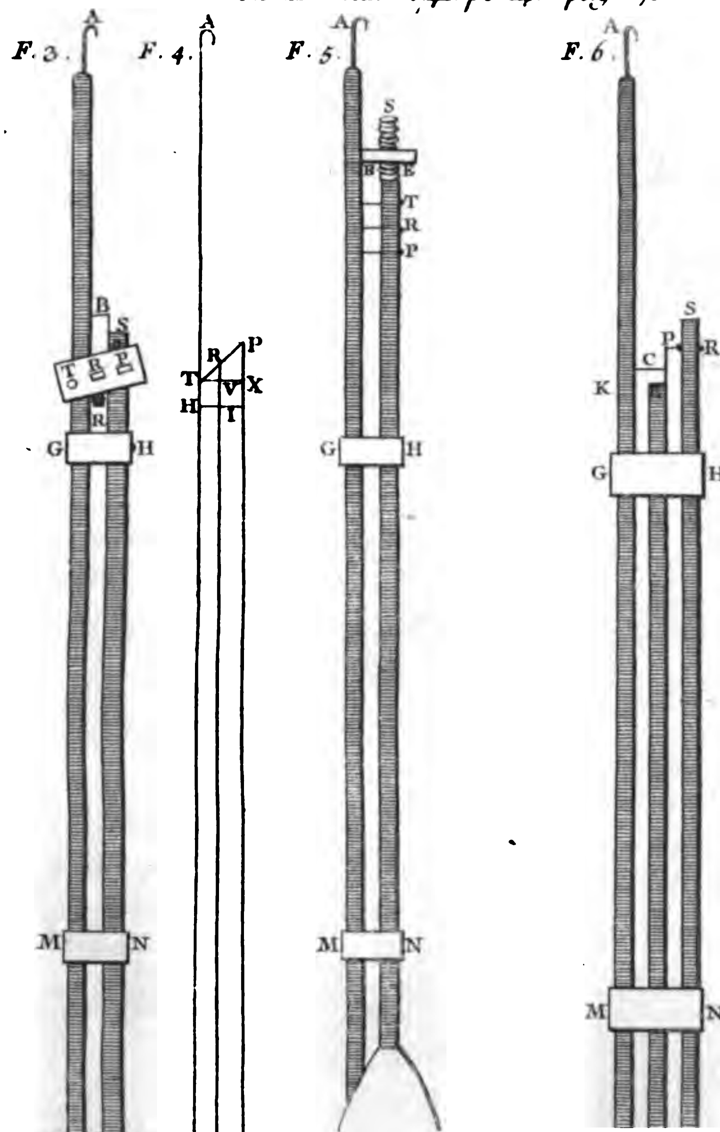
Dans cet état la Verge de cuivre *DB*, depuis ſon extrémité inférieure *O* juſqu'au point *B*, que l'on a trouvé être celui de la ſuſpenſion, ſera à la longueur du Pendule ſuppoſé de 39 pouces, dans le rapport de la dilatation du fer à l'excès de la dilatation du cuivre ſur celle du fer.

Comme dans la conſtruction de ce Pendule les Règles de fer & de cuivre débordent la Lentille, ce qui peut n'être pas agréable à la vûe, on peut rendre égales les vibrations du Pendule ſuivant le même principe, en appliquant contre

Fig. 6. la Verge de fer *AB* une Règle de cuivre *CI* de 28 pouces, à l'extrémité ſupérieure de laquelle on attachera une autre Règle de fer *EF* qui ſoûtiendra à ſon extrémité inférieure une ſeconde Règle de cuivre *LP*, qui portera la Verge *SO* par le moyen d'une clavette *PR* qui la traverſera en *P*.

Il eſt évident que la première Verge de cuivre *CI* s'étant dilatée d'une plus grande quantité que la portion *KB* de la Verge *AB*, à laquelle elle répondoit lorſque l'air étoit tempéré, ſe ſera élevée par l'effet de la chaleur au deſſus du point *K* comme en *C*, & que la ſeconde Verge de cuivre *PL* qui eſt appuyée en *L* ſur la Verge de fer *EF* qui eſt égale à *KB*, ſe ſera allongée d'une quantité égale à celle dont la première s'étoit élevée, & qu'ainſi, toutes proportions gardées, il en réſultera un effet égal à celui du Levier qu'on avoit propoſé pour rendre égales les vibrations du Pendule.




F. 3.
A
B
S
T
R
P
R
G
H
M
N
F. 4.
A
P
R
T
V
X
H
I
F. 5.
A
S
B
E
T
R
P
G
H
M
N
F. 6.
A
S
P
R
C
K
G
H
M
N

OBSERVATIONS SUR DE NOUVELLES ARTERES ET VEINES LYMPHATIQUES.

Par M. FERREIN.

LEs vaisseaux du Corps humain sont communs à toutes les parties, ou propres à quelques-unes; les seuls vaisseaux communs dont on ait jusqu'ici constaté l'existence, sont les Artères, les Veines & les Lymphatiques ordinaires ou Bartholiniens, connus de tout le monde depuis près d'un siècle. 3 Juin 1741.

Les Physiciens en ont supposé plusieurs autres, tels sont les vaisseaux nerveux, absorbans, adipeux, les artères lymphatiques, &c. mais tous ces vaisseaux n'ont été regardés jusqu'ici que comme des êtres *systématiques* que l'Anatomie ne sçauroit adopter, parce qu'elle ne reconnoît d'autre guide que la démonstration & le témoignage des sens; les suppositions pouvant bien servir de matière à nos raisonnemens, mais non pas de principes à nos connoissances.

Je n'avois jamais pris parti sur ces questions, lorsqu'une observation nouvelle me força presqu'à reconnoître l'existence des vaisseaux artériels destinés à conduire la lymphe: je suivis cette observation, je fis des recherches exactes, & je découvris enfin les artères lymphatiques, leur origine, leurs distributions, avec de nouvelles veines lymphatiques qui les accompagnent. Ce n'est pas la première fois que les hypothèses ont fourni matière à des découvertes, ou plûtôt qu'elles sont devenues elles-mêmes des découvertes: on sçait, & nous l'apprenons dans la Dissertation d'Asellius sur les Veines lactées, que de grands Anatomistes avoient admis l'existence de ces vaisseaux long-temps avant que ce Médecin les eût découverts; les vérités qu'on ne fait que soupçonner

Gasp. Aselli Histor. vasor. Chyli, cap. 13.

ne ſont pas des vérités pour nous, elles n'ont droit ni de régler nos vûes, ni de fixer nos jugemens, & l'Anatomie n'a jamais mis au rang des inventeurs ceux qui ont imaginé ou même deviné, mais uniquement ceux qui ont trouvé & démontré.

Avicenne, l'un des plus célèbres Médecins Arabes, prétend que les Ligamens, les Tendons, & grand nombre d'autres parties, ſe nourriſſent d'un ſuc blancheâtre, connu chés les Anciens ſous le nom d'*humor innominatus,* ou *inſitus,* & chés les Modernes ſous celui de *Lymphe.* Cette liqueur, ſuivant Avicenne, n'eſt qu'un ſang dépouillé de ſa couleur; elle remplit les extrémités capillaires des vaiſſeaux deſtinés à porter le ſang dans ces parties. Ce ſentiment a réuni les ſuffrages des Médecins qui ont paru juſqu'au milieu du dernier ſiècle, on peut même dire qu'il a trouvé depuis ce temps-là des ſectateurs illuſtres; je mets dans ce nombre tous ceux qui penſent que le ſang perd ſa couleur rouge dans les artères les plus déliées : ce qui peut en avoir fait naître l'idée, eſt l'état de certaines parties enflammées, comparées à leur état naturel. L'inflammation découvre dans le blanc de l'œil une infinité d'artères & de veines qu'on ne pouvoit diſtinguer auparavant; ſur cela voici comme on a raiſonné : ſi tous ces vaiſſeaux étoient naturellement pleins d'une liqueur rouge, pourquoi ne ſe laiſſeroient-ils pas appercevoir? pourquoi le blanc de l'œil ne ſeroit-il pas lui-même rouge? comme cela n'eſt point, on doit, ce ſemble, penſer que la plûpart des ramifications qu'on voit dans le blanc de l'œil enflammé, ne charient naturellement qu'une liqueur blancheâtre ou lymphatique. Cette idée a frappé nombre de Phyſiciens, & fait naître deux principales hypothèſes. Lewenoek, Ruyſch & pluſieurs modernes penſent avec Avicenne que le ſang change de couleur dans les vaiſſeaux les plus déliés. D'autres ont mieux aimé ſuppoſer des Artères d'un genre nouveau, deſtinées à recevoir des vaiſſeaux ſanguins la portion blanche ou lymphatique du ſang. M. Boerrhave croit que chaque liqueur a ſes artères parti-

culières destinées à la charier : il admet donc des artères spiritueuses, adipeuses, mucilagineuses, salivaires, biliaires, lymphatiques, &c. Plusieurs Médecins se sont déclarés pour ces dernières : M. Helvétius en parle beaucoup au sujet de l'inflammation, & M. Falconet fonde sur leur usage la théorie de la nourriture du Fœtus, mais aucun d'eux n'a cru qu'il fût permis de compter sur les promesses de M.rs Vieussens & Hovius.

Boerh. Instit. §. 246.

Vers le commencement de ce siècle ces deux Auteurs formèrent un projet dont l'exécution seroit glorieuse à l'Anatomie ; ce fut de mettre à la portée des sens tous ces objets fins & délicats que la Nature semble avoir pris plaisir à nous cacher, & que l'Anatomie est forcée d'abandonner aux conjectures, aux hypothèses : ils entreprirent donc de démontrer ce que les autres hommes se contentent d'imaginer, comme sont, la première origine des tuyaux sécrétoires de la graisse, de la bile, de l'urine & des autres liqueurs ; la structure anatomique des fibres, leur résolution en vaisseaux sensibles, la naissance & le progrès des vaisseaux absorbans, & tant d'autres mystères de cette nature. Les artères lymphatiques ne furent pas oubliées, les fibres de la matrice, du cristallin, &c. en sont, suivant eux, autant d'exemples. Pour voir la plûpart de ces merveilles, M. Vieussens propose la coction, le desséchement des parties, &c. & M. Hovius une prétendue injection chymique dont il se réserve le secret. Je ne pousse pas plus loin ce détail, je me contente de faire remarquer ici que ni M.rs Ruysch, du Verney, Morgagni, Winslow, Heister, ni aucun des autres Anatomistes qui ont vécu depuis cette époque, ou qui vivent encore aujourd'hui, n'ont rien vû qui approche de toutes ces choses : je n'en excepte pas même les partisans des artères lymphatiques, bien loin de regarder l'existence de ces artères comme un fait démontré en anatomie, ils ne pensent pas même qu'on puisse jamais réussir à les observer. Rien n'a plus servi à les accréditer que le suffrage de M. Boerrhave : il assûre néanmoins qu'elles sont invisibles, & c'est-là l'idée qu'en ont

Ibidem.

tous ceux qui les admettent : on les conçoit, disent-*ils*, d'une finesse & d'une transparence qui les dérobent à la vûe, aidée même des meilleurs verres ; d'ailleurs ces verres peuvent faire prendre le change, par exemple, si l'on place la partie entre la lumière & l'œil, on ne peut plus compter sur ce qu'on apperçoit, de petits objets, comme des poils, des filets de sang, paroissent transparens, cristallins, &, pour ainsi dire, lymphatiques : on ne sçauroit plus distinguer les différens genres de fluides, ni par conséquent les différens genres de vaisseaux destinés à les conduire. Il en est de même de l'inflammation & des injections, elles n'offrent que des vaisseaux sanguins, du moins, si les apparences ne trompent pas ; comment pourroient-elles donc nous faire voir que certaines artères portent la lymphe, & nous démontrer anatomiquement leur existence ? On ne sçauroit même tirer des conséquences légitimes de l'inflammation de la conjonctive sur laquelle on s'est principalement étayé. En effet, on suppose qu'il n'y a naturellement qu'un très-petit nombre de vaisseaux sanguins dans le blanc de l'œil, mais il est certain que la dissection de cette partie faite avec attention, en découvre une multitude : ceux qui sont insensibles quand on regarde avec les yeux nuds, deviennent sensibles lorsqu'on s'aide du secours des verres, & leur nombre se multiplie toûjours de plus en plus à mesure que ces verres grossissent davantage. On a beau dire que la conjonctive seroit rouge dans l'état naturel, si tous les vaisseaux qu'on y voit dans l'inflammation contenoient ordinairement du sang : cela seroit vrai si le blanc de l'œil étoit purement & uniquement composé de ces mêmes vaisseaux, car la couleur du tout doit tenir de la couleur des parties, lorsque ces parties sont les seules dont ce tout est formé ; mais cette condition ne se trouve pas dans le blanc de l'œil, on ne l'a même jamais supposée : il peut donc avoir une couleur très-différente de ses vaisseaux ; quelque nombreux qu'ils soient, leur quantité seule ne suffit pas pour effacer le blanc de l'œil, s'ils ne se gonflent au point

d'effacer aussi les interstices qui les séparent naturellement.

Les adversaires des artères lymphatiques opposent enfin ce qu'on voit arriver tous les jours en conséquence d'une irritation passagère de l'œil. Une inflammation commence & finit, un nombre infini de vaisseaux paroissent & disparoissent presqu'en un moment, & il n'est pas raisonnable de penser que les artères lymphatiques se remplissent & se vuident alors avec tant de promptitude.

Ces réflexions suffisent pour justifier ceux qui ne veulent pas reconnoître l'existence de ces vaisseaux, ou qui refusent de prendre parti sur cette matière. J'étois moi-même du nombre des derniers, lorsqu'une observation imprévûe changea ma façon de penser : je me souvenois d'avoir remarqué à la surface interne de la matrice une manière de velouté blancheâtre & assés transparent ; ce velouté est si mince, que souvent il m'a été impossible de l'observer : je l'avois examiné attentivement dans deux ou trois cas où il se présentoit d'une manière plus distincte qu'à l'ordinaire ; bien différent du blanc de l'œil, il m'avoit été impossible d'y reconnoître aucune trace de vaisseau sanguin. J'eus occasion d'ouvrir le cadavre d'une femme qui étoit morte dans le temps des règles : l'examen de la matrice me fit remarquer un changement singulier dans presque toute l'étendue du velouté ; ce n'étoit plus qu'un assemblage ou une espèce de lacis de vaisseaux artériels & veineux pleins de sang, les différentes ramifications de ces vaisseaux se présentoient d'une manière nette, distincte, & très-éloignée de la confusion qu'on voit régner dans la plûpart des inflammations : je ne reconnus aucune substance particulière dans l'interstice de ces vaisseaux, & je fus pleinement convaincu qu'il n'y en avoit point. Voici donc les conséquences que je tirai de toutes ces observations : la première fut que le velouté de la matrice n'est lui-même qu'un assemblage de vaisseaux artériels & veineux ; la seconde, que ce velouté étant naturellement blancheâtre & diaphane, le fluide qui coule alors dans les tuyaux qui le composent, est aussi blan-

cheâtre & diaphane, & non pas un fluide rouge ou du ſang; car un objet uniquement formé de vaiſſeaux pleins de ce dernier, paroîtroit néceſſairement lui-même rouge : la troiſième & dernière conſéquence fut que de pareils vaiſſeaux rempliſſent l'idée qu'on doit avoir des nouveaux lymphatiques, ou qu'ils ne ſont eux-mêmes que les lymphatiques dont nous parlons. Je ſçais la différence qu'il y a d'un raiſonnement à une démonſtration anatomique, cependant celui-ci me parut au moins aſſés convaincant pour m'engager à faire des recherches, & je ne crus pas qu'il fût abſolument impoſſible d'arriver à une découverte; j'étois animé par l'importance du ſujet. Les opérations les plus merveilleuſes & les plus ſecretes s'exécutent dans les extrémités des vaiſſeaux artériels, & il s'agiſſoit de ſçavoir ſi ceux qui conduiſent le ſang, ſont les ſeuls que la nature ait formés, ou ſi la lymphe n'a pas auſſi les ſiens. Qu'on fouille tant qu'on voudra dans les nouveautés du ſiècle paſſé, j'oſe dire, & je n'en ſerai pas deſavoué, qu'on en trouvera peu qui ſoient capables de fournir autant de lumières que feroit la découverte de ces artères. Convaincu de cette vérité, je fouillai dans un grand nombre de cadavres, je n'oubliai pas de chercher les vaiſſeaux dont je croyois que le velouté de la matrice étoit formé : le ſuccès ne répondit pas à mon attente, & j'avois abandonné ce travail, lorſqu'en examinant l'œil d'un chien, je vis paroître dans le tiſſu celluleux qui eſt ſous la conjonctive, un nombre conſidérable de vaiſſeaux criſtallins fort déliés & fort diſtincts, pleins d'une liqueur diaphane; ils s'avançoient depuis le haut de la ſclérotique juſqu'à une ligne du bord de la cornée, en jettant des ramifications nombreuſes : comme ils ne me paroiſſoient pas noueux & garnis de valvules, l'idée des nouveaux lymphatiques ſe réveilla en moi; j'examinai d'autres yeux, je ne trouvai plus ces vaiſſeaux. Je cherchai dans l'homme, je réuſſis enfin à les voir dans un ſujet âgé de 15 ans; ils étoient moins diſtincts que dans le chien, mais d'ailleurs diſpoſés de la même manière; je voulus m'attacher à leur origine,

origine, les soins que je pris pour cela furent inutiles; cette observation n'a pas été poussée plus loin. C'en fut assés cependant pour piquer ma curiosité & pour m'engager à d'autres recherches sur les artères lymphatiques. Je revins au velouté de la matrice, ce fut d'abord sans succès; mais après plusieurs tentatives je découvris enfin ce que je cherchois depuis long temps. Le microscope me fit voir dans ce velouté grand nombre de tuyaux blancheâtres extrêmement fins, ramifiés à la manière des artères & des veines ordinaires; je découvris, en un mot, avec le plaisir que la curiosité & l'importance du sujet m'avoient préparé, les nouveaux lymphatiques dont j'étois si occupé. Je les vis ensuite pour la seconde fois dans la matrice d'une fille âgée de 25 ans, mais je ne puis m'empêcher d'avouer qu'ils paroissoient moins distinctement, & qu'ils m'ont échappé dans toutes les autres occasions : cependant leur existence dès-lors fut pour moi une vérité anatomique dont je ne pouvois douter, car je m'étois bien assûré que le microscope ne me trompoit pas; mais pour faire connoître au public les nouveaux lymphatiques, il falloit les découvrir dans des parties où ils fussent visibles en tout temps & pour tout le monde.

Je sçavois qu'on distingue mieux les parties d'un objet à demi-transparent, lorsqu'on le place sur un fond noir, & j'avois reconnu que cette disposition se trouve dans l'uvée des enfans : je tire donc de l'orbite l'œil d'un sujet âgé de six ans, mort depuis environ 24 heures; j'enlève la partie antérieure de la sclérotique & la cornée, pour mettre la choroïde & l'uvée à découvert; je les regarde de front, les yeux armés d'une lentille de 5 lignes de foyer, la choroïde m'offre une quantité extraordinaire de vaisseaux sanguins; je n'en vois aucun dans l'uvée, mais en revanche j'y découvre, &, s'il m'est permis de le dire, avec une espèce de ravissement, une multitude innombrable de vaisseaux blancheâtres & transparens, que je ne pus douter être les nouveaux lymphatiques tant desirés : ils étoient d'une finesse extraordinaire, mais tous avec cela si distincts & disposés

d'une manière ſi régulière, qu'on ne peut rien imaginer de plus frappant ni de plus merveilleux. Curieux de vérifier & de ſuivre mon obſervation, j'examinai enſuite un grand nombre d'yeux humains, les uns frais & les autres plus ou moins flétris : je n'y vis pas ſeulement ces vaiſſeaux, je découvris leur origine, leurs différences, leurs ramifications, &c.

Comme la curioſité ne peut manquer d'inviter les Anatomiſtes à vérifier un fait de cette nature, je juge à propos d'entrer ici dans un détail qui ſerve à conduire les obſervateurs comme par la main. Dans cette vûe, qu'il me ſoit permis de poſer pour préliminaires les faits ſuivans, dont une partie n'a pas été aſſés développée.

I. La choroïde conſidérée indépendamment de l'enduit noir qui la tapiſſe, paroît d'un rouge très-vif *, particuliérement dans les enfans, à cauſe de la quantité prodigieuſe de vaiſſeaux ſanguins qui l'arroſent : il n'en eſt pas ainſi de l'uvée, j'oſe aſſûrer qu'elle n'en a point de viſibles; *je ſçais* que pluſieurs Anatomiſtes lui en ont attribué un grand nombre. Je ferai voir dans la ſuite la cauſe de cette erreur.

II. La face interne de l'uvée eſt couverte d'un enduit noir, qui ſe détache très-ſouvent quand on laiſſe flétrir l'œil d'un cadavre.

III. En examinant l'uvée à travers le jour après la ſéparation de l'enduit noir, j'ai conſtamment obſervé qu'elle eſt d'un tiſſu tranſparent dans les yeux bleus ou bleuâtres, comme ſont preſque tous ceux des enfans, mais qu'elle eſt opaque dans les yeux noirs, feuille-morte, &c.

IV. J'ai découvert entre la ſclérotique & la choroïde un corps annulaire très-diſtinct & très-aiſé à ſéparer de ces deux membranes ; il eſt formé d'une ſubſtance griſâtre, & il embraſſe circulairement la choroïde près du grand cercle de l'uvée : je le nomme l'*anneau de la choroïde*.

* On peut reconnoître par-là que M. Ruiſch s'eſt trompé, en s'imaginant que le ſang n'étoit pas rouge dans les artères de la choroïde, *ſanguinem rubicundum non gerunt*, ce ſont ſes termes. *Ruyſch epiſt. problem. 13. in explicatione Tabularum.*

V. La carotide interne fournit un petit tronc qui ſuit le nerf optique : ce tronc arrivé dans l'orbite laiſſe échapper de petites artères qui percent enſuite la ſclérotique.

VI. Après ce trajet, la plûpart de ces artères ſe partagent d'abord en deux branches ; l'une ſe répand dans la lame externe de la choroïde, l'autre fournit ſéparément à la lame interne, comme on peut l'obſerver par les injections & par le ſecours des verres. On ne peut rien voir de plus merveilleux que le réſeau formé par la réunion de leurs différentes ramifications : pluſieurs paſſent ſous l'anneau de la choroïde, & vont en partie accompagner les fibres du ligament ciliaire juſqu'au bord du criſtallin.

VII. Parmi les petites artères qui percent la ſclérotique, on en voit le plus ſouvent deux qui s'avancent entre la ſclérotique & la choroïde pour aller former le cercle artériel : ce cercle ſe trouve dans l'homme entre l'anneau de la choroïde & la circonférence de l'uvée.

Tout cela étant ſuppoſé, ſi l'on veut voir diſtinctement les nouveaux lymphatiques de l'uvée, on choiſira des yeux bleus ou bleuâtres, on les tirera de l'orbite, & ayant fait une inciſion circulaire à la ſclérotique, on ſéparera ſa portion antérieure du reſte du globe pour mettre l'iris à découvert ; alors on n'aura qu'à regarder avec un verre lenticulaire l'uvée par dehors au grand jour, de façon que la lumière tombe preſqu'à plomb ſur l'objet, on ne pourra manquer de voir une forêt de vaiſſeaux blancheâtres & diaphanes ; ce ſont les nouveaux lymphatiques. Leurs troncs extrêmement déliés & nombreux partent du grand cercle, ou de la circonférence de l'uvée, d'où ils vont vers le petit cercle : après demi-ligne de chemin, ils commencent à produire une quantité prodigieuſe de ramifications qu'on voit placées les unes au deſſus ou à côté des autres, à peine laiſſent-elles quelques eſpaces fort étroits ; on croiroit que l'uvée en eſt entiérement formée ; les diviſions & ſubdiviſions font avec les troncs d'où elles viennent, des angles aigus tournés preſque tous du côté de la prunelle : la plûpart des troncs s'avancent

en ſerpentant juſqu'au bord ou preſque juſqu'au bord de cette ouverture; j'ai ſouvent compté depuis le grand juſqu'au petit cercle de l'uvée dix & douze ſerpentins, qui rendent ſouvent ondée la ſurface de l'iris. Les branches primitives prennent en partie une route différente; pluſieurs croiſent les troncs voiſins, & vont ſe répandre à droite ou à gauche, mais ces branches fourniſſent elles-mêmes des rameaux dirigés vers le centre de l'uvée. Cette multitude de vaiſſeaux eſt diſpoſée avec un ordre & une ſymmétrie merveilleuſe.

Les troncs paroiſſent de la groſſeur des petits filamens qui forment le coton non filé. On ne ſçauroit croire, ſans l'avoir éprouvé, qu'avec cette extrême petiteſſe ils ſe préſentent auſſi nettement qu'ils le ſont : ce qui ſurprendra davantage, eſt qu'ils ne paroiſſent guère moins diſtincts dans les yeux déja flétris que dans les autres, mais ils ne s'y montrent pas avec le même calibre, la même fraîcheur, ni dans le même nombre. En revanche on y ſuit plus aiſément les diſtributions d'un même tronc; elles ſont plus confuſes dans les yeux frais à cauſe de leur nombre. Enfin ces vaiſſeaux ſont encore très-viſibles dans l'œil d'un homme vivant, mais il eſt mal-aiſé d'y reconnoître les diviſions & ſubdiviſions.

Les verres convexes de 6 à 8 lignes de foyer m'ont paru les plus commodes pour cette recherche: la lumière du Soleil eſt la plus favorable.

Au reſte, quoique les nouveaux lymphatiques *ſoient* les mêmes dans les yeux noirs, feuille-morte, &c. que dans les yeux bleus, il n'eſt pas aiſé de les ſuivre, à moins que d'employer des moyens dont je parlerai ailleurs au ſujet des couleurs de l'iris.

Lorſque l'uvée a perdu l'enduit noir, il faut couvrir d'une enveloppe la ſclérotique pour empêcher le jour de pénétrer & d'éclairer le dedans du globe, l'obſcurité répare en partie la perte de l'enduit noir.

Nous avons encore deux points importans à examiner; ces points ſont l'origine & les différences de ces vaiſſeaux.

Les injections fines poussées avec force dans la carotide interne, portent plus ou moins dans les nouveaux lymphatiques de l'uvée; ceux qui reçoivent l'injection se présentent alors sous la forme de vaisseaux sanguins.

Ces injections ne serviront donc qu'à les déguiser aux yeux de ceux qui ne sont pas instruits; mais ces lymphatiques étant une fois connus pour tels, l'injection sera d'un grand usage, lorsqu'il s'agira de découvrir leur origine, leurs différences, &c. J'ai trouvé qu'ils sont de deux sortes, les uns artériels, les autres veineux: les premiers viennent immédiatement du cercle artériel; la liqueur injectée par l'artère carotide, porte dans celle qui accompagne le nerf optique, de-là dans les *artérioles* qui percent la sclérotique, ensuite dans le cercle artériel, & enfin dans quelques artères lymphatiques; il ne faut alors qu'une loupe d'un pouce de foyer pour voir distinctement la naissance de ces artères.

Il n'est donc pas exactement vrai que la première origine des vaisseaux sécrétoires soit toûjours invisible; les artères lymphatiques sont de vrais sécrétoires, & nous venons de voir leur origine.

Les nouvelles veines lymphatiques passent sous le cercle artériel, elles vont se rendre dans les veines sanguines de la choroïde, je l'ai vû distinctement après avoir fait plusieurs tentatives; c'est de tous les faits que j'ai rapportés, celui qui m'a donné le plus de peine. J'en ai pris beaucoup pour injecter les veines de l'œil, & pour faire porter la liqueur dans les veines lymphatiques: ce n'est pas sans effort qu'elle passe même dans les artères lymphatiques; celles qui l'admettent, sont toûjours peu nombreuses en comparaison des autres.

Telle est l'histoire des nouveaux vaisseaux de l'uvée; il y a lieu de croire qu'on les avoit apperçus sans les connoître, & peut-être plus d'une fois. L'idée des Fibres que plus d'un illustre Anatomiste ont attribuée [a] à la face antérieure de l'uvée, ne seroit-elle pas fondée là-dessus? Les vaisseaux

[a] *Eustach. Tab. 10. fig. 8 & 9. Boerh. Instit. §. 520.*

sanguins que M. Ruysch [b] reconnoît dans cette membrane, & dont il paroît avoir entiérement ignoré l'origine, ne sont sans doute que ces mêmes artères lymphatiques, ou, pour parler plus exactement, quelques-unes de ces artères déguisées par l'injection dont elles étoient remplies; on pourroit penser la même chose des vaisseaux sanguins que M. Hovius dit avoir vûs dans l'uvée du mouton & du veau : c'est ainsi que de grands Anatomistes avoient, je ne dis pas connu, mais apperçu les veines lactées, le canal thorachique, les lymphatiques Bartholiniens, qu'ils en avoient même publié des descriptions long-temps avant qu'on les eût découverts.

[b] *Ruysch Epist. probl. 13. fig. 17 & 18.*

Après ce que nous avons dit, l'existence des nouveaux lymphatiques, que communément l'on croit invisibles, devient un fait réel dans l'Anatomie : les observateurs qui ont paru jusqu'ici se reposer sur l'idée de leur invisibilité, nous fourniront vraisemblablement d'autres découvertes sur ce sujet; en les attendant, voici l'idée qu'on doit s'en faire.

On sçait que le sang est composé de deux substances; l'une lymphatique, transparente & concrescible, l'autre rouge & globuleuse; elles roulent ensemble dans les troncs artériels & dans les branches qui conservent encore un certain calibre; mais elles se séparent l'une de l'autre dans les capillaires.

Tandis que les globules vont avec peu de véhicule par la même route jusqu'aux extrémités des artères sanguines, d'où ils reviennent par les veines congénères, la partie lymphatique enfile des tuyaux plus déliés, dont le diamètre intérieur est plus petit que celui des globules rouges; ces tuyaux se divisent à la manière des artères ordinaires pour faire la distribution de la lymphe, & ce sont-là les artères lymphatiques.

Cette lymphe est reprise, au moins en partie, par de petits tuyaux dont la réunion forme des troncs veineux presqu'aussi déliés que ceux des artères lymphatiques; ils aboutissent dans les veines sanguines les plus voisines, où la lymphe se réunit de nouveau avec la partie rouge du

ſang. Ces petits troncs veineux ſont les nouvelles veines lymphatiques qu'on doit bien diſtinguer des lymphatiques Bartholiniens ou anciennes veines lymphatiques, dont les troncs, infiniment plus conſidérables que les précédens, ſe terminent après un long trajet, dans les vaiſſeaux chylifères, ou dans les veines ſouclavières.

Nos yeux ne ſont pas aſſés fins pour voir la première origine des veines lymphatiques, mais on ne peut guère douter que les unes & les autres ne ſoient formées par le prolongement des artères lymphatiques, l'exemple des artères & des veines ſanguines en eſt une preuve convaincante. On doit penſer la même choſe des tuyaux ſécrétoires particuliers, comme ſont ceux de la ſalive, de l'urine, du ſuc pancréatique. Ces ſucs ne ſe forment pas de la partie rouge du ſang, ils ſe prennent ſur la portion blanche, c'eſt donc aux artères lymphatiques qu'il appartient de fournir les canaux deſtinés à les recevoir & à les conduire.

Il eſt à préſent certain par expérience, que la partie rouge du ſang entre quelquefois dans les artères lymphatiques. 1.° Nous avons vû celles de la matrice dilatées & remplies de ſang. 2.° J'ai fait la même obſervation ſur l'uvée, en diſſéquant des yeux enflammés extérieurement & intérieurement, mais le nombre des lymphatiques qui avoient admis du ſang, n'étoit pas la centiéme partie de ceux qui n'en avoient point. La moitié, un tiers même de ces vaiſſeaux pleins de ſang ſuffiroit pour faire paroître rouge l'uvée d'un homme vivant qui a les yeux bleus; c'eſt ce qui n'eſt jamais arrivé, malgré tous les ſignes d'inflammation interne, dans nombre d'ophthalmies que j'ai examinées.

Le ſang que les artères lymphatiques ont reçu, paſſe enfin dans les veines lymphatiques ou dans les vaiſſeaux ſécrétoires particuliers qui naiſſent de ces artères; en voici des preuves : 1.° en ouvrant des cadavres encore frais j'ai ſouvent trouvé dans les lymphatiques bartholiniens une lymphe teinte de ſang, lorſque les parties d'où ils viennent,

étoient enflammées ; c'eſt ce qu'on voit principalement dans ceux qui forment le réſeau que j'ai découvert ſur toute la ſurface du poulmon, & que j'ai décrit dans un Mémoire communiqué à l'Académie en 1733*. 2.° On a reconnu de tout temps que les excrétions de ſang ou mêlées de ſang ne ſuppoſent pas toûjours une ſolution de continuité, qu'elles ſe font ſouvent par les routes naturelles, & conſéquemment par celle des vaiſſeaux ſécrétoires ; les règles des femmes, les ſueurs de ſang & pluſieurs autres ſont ſans doute de ce nombre.

* V. l'Hiſtoire de l'an. 1733, page 38.

Nous ne finirions point ſi nous voulions ſuivre toutes les idées raiſonnables que la connoiſſance des Artères Lymphatiques fournit par rapport à l'Œconomie animale & aux cauſes des Maladies ; le peu que nous avons dit, ſuffit au deſſein que nous nous étions propoſé.



SUR

SUR UN INSTRUMENT PROPRE A JAUGER LES TONNEAUX,

Et les autres vaiſſeaux qui ſervent à contenir des liqueurs.

Par M. CAMUS.

L'INSTRUMENT dont je vais donner la conſtruction & l'uſage, eſt un Bâton avec lequel on meſure les différens diamètres & la longueur d'un vaiſſeau propoſé, & qui donne par ſa gradation, ſans aucun calcul, la capacité de ce vaiſſeau.

Quoiqu'on ſe ſerve depuis très-long temps de bâtons ſemblables en quelque choſe à celui que je propoſe, & qu'on ait eu à Paris une communauté de Jaugeurs qui jaugeoient avec ces bâtons, on n'en connoît point la conſtruction, & leur uſage eſt un ſecret que les Jaugeurs ont conſervé fidellement à leur communauté.

La commodité de ces bâtons a fait ſouhaiter aux marchands qui commercent les liqueurs & aux fermiers du Roy qui en retirent des droits, d'avoir un inſtrument ſemblable pour connoître au juſte la capacité des Tonneaux.

Les marchands ont fait faire des bâtons appellés *Veltes*, qu'on introduit dans les tonneaux par le bondon, & avec leſquels on meſure, pour ainſi dire, diagonalement les diſtances qu'il y a du bondon aux extrémités inférieures des fonds.

Ces bâtons étant diviſés en meſures, qui, à les prendre depuis l'extrémité du bâton, ſont les racines cubiques d'une progreſſion arithmétique, & qui ſont numérotées par les termes de cette progreſſion, ſont voir tout d'un coup la capacité du tonneau, ſi le tonneau eſt ſemblable à celui ſur lequel la velte a été conſtruite.

La Velte ſuppoſe donc que tous les tonneaux ſont ſemblables ; & en effet, comme ils le ſont à très-peu de choſe près dans une même province, on peut, ſans craindre de commettre une erreur ſenſible, ſe ſervir de la velte dans la province où elle a été vérifiée ſur les futailles qui y ſont en uſage ; on peut même s'en ſervir dans les autres provinces où l'on ſçait que la figure des futailles eſt à peu-près ſemblable, quoique les capacités en ſoient différentes. Mais il y a des provinces où la figure des tonneaux eſt ſi différente de celle pour laquelle la velte a été faite, & il eſt ſi aiſé d'altérer la capacité d'un tonneau ſans rien changer à la diſtance qu'il y a de ſon bondon à l'extrémité inférieure de ſon fond, que l'on commettroit des erreurs aſſés conſidérables, ſi l'on ſe ſervoit indiſtinctement de la velte pour meſurer toutes ſortes de tonneaux.

La velte ne doit donc pas être regardée comme un inſtrument propre à meſurer ſûrement toute eſpèce de tonneaux, & il faut avoir recours à quelqu'autre moyen dans les villes, comme Paris, où l'on amène de tous les pays des liqueurs dans des tonneaux de figure extrêmement différente.

Comme le bâton des Jaugeurs eſt propre à meſurer des tonneaux de toute eſpèce, les Fermiers du Roy qui lèvent des droits ſur les liqueurs, ont fait faire une jauge à l'imitation de celle des Jaugeurs ; mais ſoit que cette jauge ait quelque défaut dans ſa conſtruction, ſoit que les Commis négligent quelques précautions dans l'uſage qu'ils en font, elle paſſe pour être moins exacte que celle des Jurés-jaugeurs. Quoi qu'il en ſoit, comme la conſtruction & l'uſage de cette jauge ne ſont connus que de très-peu de perſonnes, qui en font encore un myſtère, le public n'a rien gagné à ſon invention, & n'eſt pas plus en état qu'il étoit de s'aſſûrer ſi on lui rend juſtice ſur la quantité de liqueur qu'on lui vend, & ſur les droits qu'on lui fait payer.

Ces conſidérations m'ont excité à travailler ſur la Jauge, & j'ai conſtruit un Bâton avec lequel on peut, ſans aucun calcul, trouver la capacité de toutes ſortes de tonneaux.

Construction de la Jauge.

La Jauge que je propose, est relative à la pinte de Paris, qui contient 48 pouces cubes.

Pour construire ma jauge, j'ai supposé que la pinte étoit un cylindre de 5 pouces 9 lignes $\frac{61}{100}$ de diamètre sur une hauteur de 1 pouce 9 lign. $\frac{8}{10}$. J'aurois pu prendre tout autre cylindre de même capacité, mais celui-ci m'a paru plus commode.

La division de la Règle qui sert à mesurer les diamètres, commence donc à 69 lignes $\frac{61}{100}$ de son extrémité, & la division du bâton qui sert à mesurer les longueurs, commence à 21 lign. $\frac{8}{10}$ d'un point qui peut être regardé comme l'extrémité du bâton, mais qui est à 46 lignes du bouton, parce que l'on compte 46 lignes pour les saillies des jables & les épaisseurs des fonds dans les tonneaux ordinaires.

Entre 69. 61 lignes, diamètre d'une pinte, & 696. 1 lignes, diamètre de 100 pintes, j'ai pris 999 moyennes proportionnelles, que j'ai marquées sur l'échelle des diamètres, & que j'ai numérotées de 5 en 5 par les termes de la progression arithmétique, 0. 5, 10. 15...... 1000, en mettant 0 au premier terme 69. 61 lignes, & 1000 au dernier terme 696. 1 lignes. Fig. 1.

Entre 21. 8 lignes, longueur d'une pinte, & 2180 lign. longueur de 100 pintes, j'ai pris aussi 999 moyennes proportionnelles géométriques, & j'ai numéroté de 5 en 5 les termes de cette progression, par les termes de la progression arithmétique, 0. 5, 10. 15. 20...... 1000, en mettant zéro au premier terme 21. 8 lignes, & 1000 au dernier 21. 80 lignes. Fig. 2.

Les divisions de mes deux règles étant les termes de deux progressions géométriques, & les nombres par lesquels je les ai cottées, étant les termes de deux progressions arithmétiques, il est clair que les numéros de mes divisions sont les logarithmes des divisions même, ou plûtôt des distances de ces divisions à l'extrémité de chaque règle.

Fig. 3. Le bâton a une rainure dans laquelle eſt logée une règle qui y coule : deux côtés de la règle ſont diviſés, & le bord de la rainure eſt auſſi diviſé. Je vais expliquer ces trois diviſions.

Le bord de la rainure eſt diviſé, à commencer de ſon extrémité où eſt zéro, en parties égaſes de grandeurs quelconques, numérotées de 10 en 10, qui ſont deſtinées à repréſenter les logarithmes dont j'ai parlé, ſoit pour les diamètres, ſoit pour les longueurs.

Un côté de la règle cachée dans la rainure eſt auſſi diviſé en parties égales de même grandeur que celles du bord de la rainure, & ces parties de diviſions ſont faites pour repréſenter les logarithmes des capacités des vaiſſeaux qu'on aura à meſurer.

Enfin le côté ſupérieur ou apparent de la règle eſt diviſé en parties inégales, numérotées des nombres des ſeptiers & pintes qui répondent aux logarithmes marqués *ſur le* premier côté. Voici comment cette diviſion eſt faite.

Le diamètre d'un cylindre de 100 pintes, ſa hauteur étant 21.8 lignes, eſt numéroté par 1000, qui eſt ſon logarithme, ou, ce qui revient au même, la longueur d'un cylindre de 100 pintes, dont le diamètre eſt 69.61 comme celui d'une pinte, eſt numéroté par ſon logarithme 1000 ſur l'échelle des longueurs; ainſi j'ai placé 100 pintes ou 12 ſeptiers 4 pintes ſur le deſſus de la règle mobile, à l'endroit où répond le logarithme 1000.

Le nombre 100 pintes m'étant donné avec ſon logarithme 1000, j'ai placé les autres nombres de pintes par le moyen de la table des logarithmes, en faiſant pour chaque nombre de pintes que j'ai voulu placer, cette proportion,

Comme le logarithme de 100 pris dans les tables,
eſt à 1000, vis-à-vis lequel on a placé 100 pintes;
Ainſi le logarithme du nombre de pintes que j'ai voulu placer,
eſt au numéro de la diviſion, à côté duquel j'ai placé ce nombre de pintes.

Par cette proportion l'on voit que je n'ai pris que la moitié des 4 premiers chiffres des nombres artificiels des tables, en supprimant le point, & que ces moitiés m'ont donné les numéros des divisions vis-à-vis lesquels j'ai placé les termes de la progression naturelle des pintes.

Usage de l'Instrument.

L'usage de l'instrument dont je viens de donner la construction, est extrêmement facile, lorsque les vaisseaux qu'on propose à mesurer sont cylindriques, parce que la pinte sur laquelle il a été construit, a été regardée comme un cylindre ; mais comme les tonneaux qui sont le principal objet de la jauge, n'ont pas la figure d'un cylindre, je vais examiner si on ne peut pas les rapporter à quelques figures qui ayent avec le cylindre un rapport facile à trouver. Jusqu'à présent on n'a rapporté les figures des tonneaux qu'à trois espèces de solides connus.

1.° On a regardé le tonneau comme deux cones tronqués, opposés par leurs grandes bases.

2.° Il a été considéré comme deux troncs de paraboloïdes, opposés par leurs plus grandes bases.

3.° Enfin on l'a regardé comme un ellipsoïde allongé & tronqué par les deux bouts perpendiculairement à son axe de révolution.

Il est évident que la première figure est celle des trois qui est la plus éloignée de la figure d'un tonneau. Le second solide en approche davantage, mais il a le défaut de représenter le tonneau comme s'il étoit tranchant par le cercle de son milieu. Enfin le troisième solide est défectueux, en ce que les douves du tonneau auroient leur plus grande courbûre à leurs extrémités, au lieu que c'est dans le milieu qu'elles sont le plus courbées, de sorte qu'en calculant le tonneau suivant cette hypothèse, on lui pourroit attribuer plus de capacité qu'il n'en a véritablement. Connoissant les défauts de ces trois figures, j'en ai cherché une quatrième plus conforme à la courbure que les tonneaux paroissent avoir.

Fig. 4. Une douve $ABCDE$ qui auroit la courbûre d'une tête de parabole dans sa partie moyenne, qui répond à la moitié BD de la longueur du tonneau, & qui seroit droite dans ses parties restantes AB, DE, m'a paru exempte des inconvéniens que j'ai trouvés dans les trois solides auxquels ceux qui ont traité de la jauge ont cru devoir rapporter les figures des tonneaux; car avec une telle figure la douve aura sa plus grande courbûre dans son milieu, & représentera assés bien celle que l'on connoît aux tonneaux. Je me suis donc arrêté à cette courbûre comme à celle qui me pouvoit donner la capacité que je devois trouver, ou dont je devois approcher sans erreur sensible.

PROBLEME.

Fig. 4. *E'tant donnés, la longueur intérieure* GF *du tonneau, son diamètre* CN *pris dans le milieu de sa longueur, & le diamètre* AM *de son fond, trouver sa capacité lorsque les douves* ABCDE *ont dans leur partie moyenne* BD *qui répond à la moitié de la longueur du tonneau, la courbûre d'une parabole dont le sommet est en* C, *& que les bouts* BA, DE, *des mêmes douves sont des tangentes à la parabole.*

SOLUTION.

Soit $GI = l$, $CI = a$, $AG = b$, on aura $CL = a - b$, & par hyp. $BK = \frac{1}{2} l$; ainsi prolongeant AB jusqu'à l'axe de la parabole en O, on aura $KL = KO$ & $KC = \frac{1}{2} KO$ $= \frac{1}{2} KL$, & par conséquent $KC = \frac{1}{3} CL = \frac{a-b}{3}$.

Le segment parabolique BKC sera donc $\frac{2}{3} BK \times KC$ $= \frac{1}{3} l \times \frac{a-b}{3}$. Le point P de l'axe où répond le centre de gravité P de ce segment, donnera $CP = \frac{3}{5} CK = \frac{a-b}{5}$; ainsi on aura $IP = \frac{4a+b}{5}$.

Prenant m pour le rapport de la circonférence au diamètre, on aura la circonférence décrite par le point $P = 2m$

$\times \frac{4a+b}{5}$; ainsi le solide engendré par la révolution du segment BKC, sera $\frac{ml}{45}(8aa - 6ab - 2bb)$.

Le cylindre engendré par la révolution du rectangle BI, est $m \times BK \times (BH)^2$; mais $BK = \frac{1}{2} l$, & $(BH)^2 = (\frac{2a+b}{3})^2 = \frac{4aa+4ab+bb}{9}$, ainsi le cylindre engendré par la révolution du rectangle BI sur l'axe GF, sera $\frac{ml}{2}(\frac{4aa+4ab+bb}{9})$.

Enfin le tronc de cone engendré par la révolution du trapèze $AGHB$, est $m \times \frac{GH}{3} \times [(BH)^2 + BH \times AG + (AG)^2]$; mais $\frac{GH}{3} = \frac{l}{6}$ & $(BH)^2 + BH \times AG + (AG)^2 = \frac{4aa+4ab+bb}{9} + \frac{2ab+bb}{3} + bb = \frac{4aa+10ab+13bb}{9}$; ainsi le tronc de cone engendré par la révolution du trapèze $AGHB$ est $\frac{ml}{6}(\frac{4aa+10ab+13bb}{9})$. Ajoûtant ensemble ces trois solides de révolution, on aura, après avoir tout réduit au même dénominateur, $ml(\frac{64aa+37ab+34bb}{135})$ pour la capacité du demi-tonneau. *Ce qu'il falloit trouver.*

COROLLAIRE I.

Donc si l'on fait l égal à la longueur entière GF du tonneau, on aura la capacité du tonneau entier

$$= ml(\frac{64aa+37ab+34bb}{135}).$$

COROLLAIRE II.

Donc $(\frac{64aa+37ab+34bb}{135})$ est le quarré du rayon moyen du tonneau.

REMARQUES.

1.° En considérant le tonneau comme deux troncs de cones, on trouveroit pour sa solidité $ml\left(\frac{aa+ab+bb}{3}\right)$.

2.° En le considérant comme deux troncs de paraboloïdes, on trouveroit sa solidité $= ml\left(\frac{aa+bb}{2}\right)$.

3.° En le considérant comme un ellipsoïde allongé & tronqué par les deux bouts, on auroit sa solidité

$$= ml\left(\frac{2aa+bb}{3}\right).$$

4.° En donnant à ses douves la courbûre d'une parabole dans leur milieu, & les faisant droites par les bouts, nous avons trouvé $ml\left(\frac{64aa+37ab+34bb}{135}\right)$.

5.° A ces quatre formules j'en ajoûterai une cinquième qui heureusement est extrêmement commode dans la pratique, elle donne la solidité du tonneau $= ml\sqrt[3]{(a^4bb)}$.

Dans ces cinq formules le quarré du rayon moyen est entre les crochets.

Examinons maintenant dans différens rapports du grand diamètre au petit, quelles différences il y a entre les quarrés des rayons moyens.

I.

Lorsque le grand rayon est 10, & le petit 9;

Les deux cones tronqués donnent.......	90. 33.	Quarré du rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués....	90. 50.	
L'ellipsoïde tronqué donne............	93. 66.	
La courbûre mixtiligne que je propose....	92 50.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$..................	93. 2.	

II.

II.

Lorſque le grand rayon eſt 10, & le petit 8,

Les deux cones tronqués donnent	81.	33.	Quarré du rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués	82.		
L'ellipſoïde tronqué donne	88.		
La courbûre mixtiligne que je propoſe	85.	45.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$	86.	25.	

III.

Lorſque le grand rayon eſt 10, & le petit 7,

Les deux cones tronqués donnent	73.		Quarré du Rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués	74.	50.	
L'ellipſoïde tronqué	83.		
La courbûre mixtiligne	78.	93.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$	78.	8.	

IV.

Lorſque le grand rayon eſt 10, & le petit 6,

Les deux cones tronqués donnent	65.	33.	Quarré du Rayon moyen.
Les deux cones paraboliques tronqués	68.		
L'ellipſoïde tronqué	78.	66.	
La courbûre mixtiligne	72.	92.	
Et $\sqrt[3]{(a^4bb)}$	71.	2.	

Comme les douves courbées en parabole dans leur milieu, & droites dans leurs deux bouts, ont évidemment la figure que les tonneaux affectent le plus ordinairement, ce ſeroit cette figure qu'il faudroit prendre ſi la formule qui vient de cette figure pour la capacité d'un tonneau, étoit commode dans la pratique; mais cette formule . . . . . $ml\left(\frac{64aa+37ab+34bb}{135}\right)$ a trois termes avec des coëfficiens différens, ainſi les opérations qu'elle demande, ne peuvent point ſe faire avec la promptitude qu'on ſouhaite

dans l'art de jauger, il faut donc avoir recours à une autre formule.

Quoiqu'on puiſſe rejetter les deux cones tronqués & les deux paraboloïdes tronqués, comme donnant trop peu pour le quarré du rayon moyen, & qu'on puiſſe auſſi rejetter l'ellipſoïde tronqué par la raiſon oppoſée, pour s'en tenir à la figure qui donne la formule $\sqrt[3]{(a^4bb)}$ pour le quarré du rayon moyen ; comme on peut rencontrer des tonneaux où ces figures conviendront mieux que tout autres, qu'il y a des vaſes qui ſont réellement de ces figures, & qu'il y en a même de cylindriques, je donnerai les méthodes pour jauger les cylindres, & pour trouver les capacités des tonneaux ſuivant les cinq formules que j'ai rapportées.

PROBLEME I.

Jauger un Cylindre.

Fig. 1. Meſurés le diamètre du cylindre avec l'échelle des diamètres, & la longueur du cylindre avec l'échelle des longueurs.
Fig. 2.

Fig. 3. Enſuite tirés la règle mobile juſqu'à ce que le numéro du diamètre vienne à l'extrémité de la rainure.

Enfin cherchés ſur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous trouverés vis-à-vis ce numéro la quantité de ſeptiers & de pintes que contient le cylindre.

On peut auſſi tirer la règle mobile juſqu'à ce que le numéro de la longueur vienne à l'extrémité de la rainure; alors il faut chercher le numéro du diamètre ſur le bord de la rainure, & vis-à-vis ce numéro on trouvera la quantité de ſeptiers & de pintes contenus dans ce cylindre.

Par cette opération, la diſtance qu'il y a depuis le zéro de la règle mobile juſqu'au numéro qu'on a trouvé ſur le bord de la rainure, eſt la ſomme des logarithmes de la ſection du cylindre & de ſa longueur; ainſi le nombre de ſeptiers & de pintes qui convient à cette diſtance, eſt le produit de la ſection & de la longueur, & eſt par conſéquent la capacité du cylindre. *C. Q. F. T.*

PROBLEME II.

Jauger un Tonneau enflé par son milieu, en prenant pour le quarré de son rayon moyen $\sqrt[3]{(a^4 bb)}$, *c'est-à-dire, la racine cubique de la quatrième puissance de son grand rayon, multipliée par le quarré de son petit rayon.*

SOLUTION.

Le grand & le petit diamètre étant mesurés avec l'échelle des diamètres, ajoûtés au numéro du petit diamètre les deux tiers de la différence qu'il y a du numéro du petit au numéro du grand, & prenés cette somme pour le numéro du diamètre moyen, c'est-à-dire, pour le logarithme de la section moyenne du tonneau. Fig. 1.

Mesurés aussi la longueur intérieure du tonneau avec l'échelle des longueurs. Fig. 2.

Enfin ayant tiré la règle mobile jusqu'à ce que le numéro du diamètre moyen vienne à l'extrémité de la rainure, cherchés sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous aurés vis-à-vis ce numéro, sur le dessus de la règle mobile, la quantité de septiers & de pintes contenus dans le tonneau. Fig. 3.

DÉMONSTRATION.

Prenant l pour signifier Logarithme :

Le numéro du grand diamètre est... $l\,maa$.

Le numéro du petit diamètre ...... $l\,mbb$.

Les deux tiers de leur différence... $\frac{2}{3}l\,maa - \frac{2}{3}l\,mbb$

étant ajoutés au numéro.............. $l\,mbb$,

on aura le numéro du diamètre moyen.. $\frac{2}{3}l\,maa + \frac{1}{3}l\,mbb$.

Et passant de ces logarithmes à leurs nombres, la section du diamètre moyen sera $\sqrt[3]{(m^2 a^4)} \times \sqrt[3]{(mbb)} = m\sqrt[3]{(a^4 bb)}$, & par conséquent $\sqrt[3]{(a^4 bb)}$ est le quarré du rayon moyen proposé.

Par le reste de l'opération l'on a ajoûté le logarithme de la section moyenne avec celui de la longueur du tonneau; ainsi on a dû trouver au bout de la somme la capacité du tonneau en septiers & pintes sur le dessus de la règle mobile. *C. Q. F. D.*

PROBLEME III.

Jauger un vaisseau qui a la figure de deux Conoïdes paraboliques tronqués.

SOLUTION.

Quoique les tonneaux n'ayent pas la figure du vaisseau qu'on propose de jauger, je ne laisserai pas de donner la façon de jauger un tel vaisseau, afin qu'on ne croie point que l'instrument que je propose, soit incapable de jauger les tonneaux considérés comme deux conoïdes paraboliques.

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3. 1.° On mesurera le plus grand diamètre avec l'échelle des diamètres; on mesurera aussi la longueur avec l'échelle des longueurs, & ayant tiré la tringle mobile jusqu'à ce que le numéro du diamètre soit à l'extrémité de la rainure, on cherchera le numéro de la longueur sur le bord de la rainure, & vis-à-vis ce numéro on trouvera la capacité que la pièce auroit si elle étoit un cylindre qui eût pour diamètre le plus grand diamètre mesuré.

2.° On mesurera le petit diamètre, & ayant tiré la tringle jusqu'à ce que le numéro du petit diamètre soit à l'extrémité de la rainure, on cherchera encore sur la rainure le numéro de la longueur, & l'on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité qu'auroit le vaisseau s'il étoit un cylindre qui eût pour diamètre ce petit diamètre.

3.° Enfin on prendra la moitié de la somme de ces deux capacités, & cette moitié sera la capacité du vaisseau proposé.

Cette opération est évidente, car la capacité du vaisseau proposé est un moyen arithmétique entre deux cylindres de même longueur que le vaisseau, dont l'un auroit pour

diamètre le plus grand diamètre du vaisseau proposé, & dont l'autre auroit pour diamètre le plus petit diamètre du même vaisseau.

PROBLEME IV.

Jauger un vaisseau conique.

SOLUTION.

Mesurés le diamètre de la base du cone avec l'échelle des diamètres, & la hauteur du cone avec l'échelle des longueurs; ensuite ayant tiré à l'extrémité de la rainure le numéro du diamètre, comme on a toûjours fait, cherchés sur le bord de la rainure le numéro de la hauteur du cone, vis-à-vis ce numéro vous trouverés une capacité qui sera triple de celle du cone; ainsi en prenant le tiers de cette capacité, on aura jaugé le cone. Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.

Pour prendre le tiers de la capacité, j'ai mis sur le second bord de la rainure un chiffre 3 éloigné du bout de la rainure d'une quantité $= l\,3$; ainsi ayant amené le numéro de la capacité triple vis-à-vis ce numéro 3, on trouvera sur la tringle vis-à-vis le bout de la rainure, une capacité qui ne sera que le tiers de la première, & qui sera par conséquent celle du cone proposé.

PROBLEME V.

Jauger un vaisseau qui a la figure d'un Ellipsoïde tronqué par les deux bouts.

SOLUTION.

La section moyenne du vaisseau proposé est $m\left(\frac{2aa+bb}{3}\right)$, ainsi ce vaisseau doit être jaugé en deux fois.

1.° Ayant mesuré le plus grand diamètre & la longueur du vaisseau avec leurs échelles, tirés la tringle jusqu'à ce que le numéro du plus grand diamètre soit vis-à-vis $\frac{3}{2}$, & cherchés sur le bord de la rainure le numéro de la longueur, vous aurés vis-à-vis ce numéro la capacité de la première partie du vaisseau.

2.° Ayant meſuré le petit diamètre, tirés la tringle juſqu'à ce que le numéro de ce diamètre ſoit vis-à-vis le 3 qui eſt ſur le ſecond bord de la rainure, & cherchés ſur le premier bord le numéro de la longueur, vous trouverés à côté de ce numéro la capacité de la ſeconde partie de la pièce.

DÉMONSTRATION.

1.° Le numéro ou logarithme du grand diamètre *étant* vis-à-vis $\frac{3}{2}$ ou log. $\frac{3}{2}$, le numéro qui eſt à l'extrémité de la rainure, eſt le logarithme de la plus grande ſection, moins le logarith. de $\frac{3}{2}$; ainſi ce numéro eſt le log. de $m\frac{2aa}{3}$ ou de $\frac{2}{3}$ de la plus grande ſection, & la capacité qu'on a trouvée, eſt au bout de la ſomme des logarithmes des deux tiers de la plus grande ſection & de la longueur du vaiſſeau, ainſi cette capacité eſt le produit des deux tiers de la plus grande ſection & de la longueur, & répond par conſéquent à $ml(\frac{2aa}{3})$.

2.° Le numéro du petit diamètre, ou le logarithme de la petite ſection étant vis-à-vis 3, le numéro qui eſt au bout de la rainure, eſt le logarithme de la petite ſection moins le log. de 3, il eſt donc le logarithme du tiers de la petite ſection; ainſi la ſeconde capacité qu'on a trouvée, eſt au bout de la ſomme du logarithme du tiers de la petite ſection & de la longueur du vaiſſeau, & par conſéquent cette capacité eſt le produit du tiers de cette ſection & de la longueur, car ce produit eſt la ſeconde partie du vaiſſeau qui répond à $ml(\frac{bb}{3})$.

PROBLEME VI.

Jauger un vaiſſeau conſidéré comme deux Cones tronqués, oppoſés par leurs plus grandes baſes.

SOLUTION.

La capacité de ce vaiſſeau eſt $ml(\frac{aa+ab+bb}{3})$ ou

$ml[(a+b)^2 - ab]$; ainſi on le peut jauger en trois fois ou en deux fois ; nous allons le jauger en deux fois.

1.° Pour jauger la partie $ml(\frac{(a+b)^2}{3})$, on ajoûtera enſemble la longueur du grand diamètre avec la longueur du petit, & ayant rapporté cette ſomme ſur l'échelle des diamètres pour en avoir le numéro, on tirera la tringle juſqu'à ce que ce numéro ſoit vis-à-vis 3 ; on cherchera enſuite le numéro de la longueur ſur le bord de la rainure, & l'on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité de la première partie de la pièce.

2.° Pour jauger la ſeconde partie $ml(-\frac{ab}{3})$, on meſurera avec l'échelle des diamètres le plus grand & le plus petit diamètre, & l'on prendra un numéro moyen arithmétique entre leurs numéros, & ayant amené ce numero moyen pris ſur la tringle, vis-à-vis 3, on cherchera ſur le bord de la rainure le numéro de la longueur, & vis-à-vis ce numéro on aura la ſeconde partie de la capacité, laquelle étant négative, doit être retranchée de la première.

La démonſtration de cette opération eſt trop ſemblable à la précédente pour nous y arrêter.

PROBLEME VII.

Jauger un Tonneau dont la capacité eſt exprimée par $ml(\frac{64aa + 37ab + 34bb}{135})$.

Solution.

La formule de la capacité du vaiſſeau propoſé ayant trois termes, on jaugera le tonneau à trois fois.

1.° Ayant meſuré la longueur & le plus grand diamètre avec leurs échelles propres, on amenera le numéro du diamètre pris ſur la tringle, vis-à-vis le numéro $\frac{135}{64}$ écrit ſur le ſecond bord de la rainure, & cherchant ſur le premier bord le numéro de la longueur, on aura vis-à-vis ce numéro la première partie de la capacité du tonneau.

2.° Ayant mesuré le petit diamètre, on prendra un numéro moyen arithmétique entre le numéro du grand & celui du petit, & on tirera la tringle jusqu'à ce que ce numéro moyen soit vis-à-vis $\frac{135}{37}$, & cherchant le numéro de la longueur sur le bord de la rainure, on trouvera vis-à-vis la seconde partie de la capacité de la pièce.

3.° Enfin on tirera la tringle jusqu'à ce que le numéro du petit diamètre soit vis-à-vis $\frac{135}{34}$, & cherchant le numéro de la longueur sur le premier bord de la rainure, on trouvera vis-à-vis ce numéro la capacité de la troisième partie du tonneau.

Il est évident que ces trois parties de capacité étant ajoûtées ensemble, leur somme sera la capacité entière du tonneau.

La démonstration de cette pratique est encore la même, car les distances du bout de la rainure aux nombres $\frac{135}{64}$, $\frac{135}{37}$, $\frac{135}{34}$, sont les logarithmes de ces nombres.

PROBLEME VIII.

Jauger un Ellipsoïde, quel que soit le rapport de ses deux axes.

SOLUTION.

Ayant mesuré le diamètre du plus grand cercle, & la longueur de l'axe qui est perpendiculaire à ce cercle, chacun avec son échelle propre, tirés la tringle jusqu'à ce que le numéro du diamètre soit vis-à-vis le nombre $\frac{2}{3}$ marqué sur le second bord de la rainure, & cherchés sur le premier bord le numéro de l'axe, vous trouverés vis-à-vis ce numéro la capacité du sphéroïde elliptique.

La démonstration est encore la même, car le solide de l'ellipsoïde est $m\,l(\frac{2aa}{3})$.

Il est évident que cette opération convient aussi à la jauge d'une sphère, car la sphère est un ellipsoïde dont l'axe est égal au diamètre de l'équateur.

Si l'ellipsoïde n'étoit point un sphéroïde, & si toutes

les sections

les sections perpendiculaires à l'axe ou longueur étoient des ellipses, on prendroit un moyen arithmétique entre les numéros des deux axes de la plus grande section, & l'on tireroit la tringle jusqu'à ce que ce numéro moyen fût vis-à-vis $\frac{3}{2}$, ensuite on chercheroit le numéro de la longueur perpendiculaire à cette section sur le premier bord de la rainure, & vis-à-vis ce numéro on trouveroit la capacité de l'ellipsoïde non sphéroïde.

PROBLEME IX.

Jauger des Parallélépipèdes.

SOLUTION.

On peut jauger les parallélépipèdes en deux manières.

1.° On mesurera deux dimensions du parallélépipède proposé, avec l'échelle des diamètres, & l'on prendra une moyenne arithmétique entre les numéros de ces dimensions. On mesurera aussi la troisième dimension avec l'échelle des longueurs, ensuite on tirera, comme pour le cylindre, la tringle jusqu'à ce que le numéro moyen des deux premières dimensions soit à l'extrémité de la rainure, & cherchant sur le côté du bord de la rainure le numéro de la troisième dimension, l'on aura vis-à-vis ce numéro une capacité qu'il faudra multiplier par $\frac{14}{11}$ ou par $\frac{400}{314}$ pour avoir celle du parallélépipède; mais on s'épargnera la multiplication, en apportant la capacité trouvée à l'extrémité de la rainure, car on aura alors la capacité demandée vis-à-vis une division cottée $\frac{14}{11}$ ou $\frac{400}{314}$ sur le second bord de la rainure.

La démonstration de cette opération est semblable aux précédentes, & est fondée sur ce que la division marquée $\frac{14}{11}$ ou $\frac{400}{314}$ est éloignée du bout de la rainure d'une distance qui est le logarithme de $\frac{14}{11}$ ou de $\frac{400}{314}$.

2.° On peut mesurer les trois dimensions du parallélépipède proposé, avec l'échelle des longueurs, alors il faudra tirer la tringle jusqu'à ce qu'on ait le numéro d'une dimension au bord de la rainure, & tirer encore la tringle d'une

quantité égale au numéro de la ſeconde dimenſion, ce qui eſt facile ; car ayant remarqué ſur le bord de la rainure le numéro de la ſeconde dimenſion, l'on peut aiſément tirer à l'extrémité de la rainure le point de la tringle qui eſt vis-à-vis ce numéro : enfin on cherchera ſur le bord de la rainure le numéro de la troiſième dimenſion, & vis-à-vis on trouvera la capacité en huitièmes de pintes, c'eſt-à-dire, qu'il faudra compter les ſeptiers pour pintes, & les pintes pour des huitièmes de pintes.

La démonſtration de cette opération eſt fondée ſur ce que l'unité des meſures des longueurs eſt de 21. 8 lignes, qui eſt le côté d'un cube de 6 pouces cubiques, ou de la huitième partie d'une pinte.

J'aurois pu ajoûter un plus grand nombre de Problèmes, pour faire voir que la Jauge que je propoſe, eſt un inſtrument propre à meſurer tous les ſolides dont on peut avoir les expreſſions ; mais je crois que les ſolides dont je me ſuis propoſé d'avoir la capacité, ſuffiſent pour donner une idée des opérations qu'il faudroit faire pour jauger d'autres ſolides.




Fig. 1.


Fig. 2.

Fig. 3.

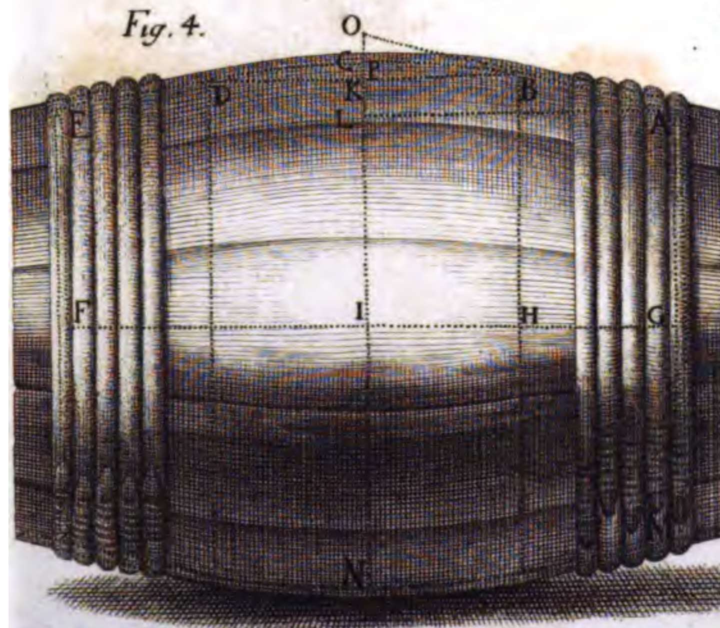


Fig. 4.

REMARQUES
SUR
L'ASCENSION DROITE D'ARCTURUS.

Par M. LE MONNIER le Fils.

COMME on a lû il y a quelques jours dans l'assemblée de l'Académie diverses réflexions au sujet des Observations astronomiques publiées dans les Mémoires de l'année 1738, j'ai cru devoir les calculer de nouveau, ou plûtôt les comparer à celles que j'ai continué de faire pendant ces trois dernières années. Je ne parlerai point ici des différences en ascension droite entre le Soleil & Arcturus, observées le 20 & le 21 Juin 1738 ; c'est aux Astronomes à se décider sur le choix de celles qui ont été faites suivant deux méthodes différentes, pour en déduire le vrai moment du Solstice d'été; d'ailleurs les différences qui en résultent ne paroissent peut-être pas assés considérables pour nous y arrêter. Toute la question roule donc principalement sur la situation d'Arcturus, que l'on auroit supposé trop avancé dans le Ciel : c'est du moins ce qui s'ensuivroit d'un calcul fondé sur quelques observations qui donneroient, selon M. de Thury, le vrai tems du Solstice d'été à $6^h 36'$, au lieu de $6^h 23'$ que nous avions établi, en limitant l'ascension droite d'Arcturus. Cette dernière détermination de l'heure vraie du Solstice n'étoit fondée, comme l'on voit, que sur les résultats des deux premières tentatives qui furent faites en 1738 pour déterminer la situation de cette Etoile, que nous jugeames pour lors n'être pas bien éloignée de sa vraie position dans le Ciel, en fixant son ascension droite au 21 Juin à $210° 56' 0''$. 23 Août 1741.

Je trouve présentement qu'au lieu de supposer l'ascension droite d'Arcturus plus petite que je ne l'avois faite, il faudroit au contraire l'augmenter d'environ un huitième de minute. On voit donc par-là qu'au lieu de prendre $6^h 36'$ pour le

tems vrai du Solſtice, il faudroit au contraire qu'il fût arrivé avant $6^h\ 23'$; mais il reſte à expoſer les principaux motifs qui m'ont déterminé deux fois conſécutives à augmenter l'aſcenſion droite de cette Etoile, en un mot pourquoi je l'ai faite dans l'Hiſtoire Céleſte de 15" plus grande que ſelon le 1.er eſſai qui en a été publié dans les Mém. de l'Acad. & qui n'étoit fondé que ſur quelques obſervations correſpondantes faites environ 25 jours avant & après le Solſtice d'été.

Pour cet effet nous remonterons d'abord à l'origine de toutes ces recherches. Pour peu que l'on veuille réfléchir ſur l'état préſent de l'Aſtronomie, il eſt certain qu'il n'y a perſonne qui ne ſente la néceſſité (ſur-tout après les nouvelles découvertes qui ont été faites ſur les mouvemens apparens des Etoiles depuis environ 20 ans) de rétablir par de nouvelles & par les plus exactes obſervations les vraies ſituations des Etoiles fixes dans le Ciel. En vain voudroit-on ſe ſervir de celles de M.rs *de la Hire* & *Flamſteed :* ces obſervations, quoique faites avec de fort bons inſtrumens, ne peuvent guère nous donner les aſcenſions droites des *Etoiles* que pour la fin du dernier ſiécle, car il y a telle Etoile obſervée depuis 1680 juſqu'à 1690, dont l'aſcenſion droite corrigée & réduite à l'année 1740, differe de plus de 2' de la véritable aſcenſion droite.

Ayant donc remarqué que c'étoit aux Etoiles fixes de la 1.re grandeur que les Aſtronomes comparent le plus communément le Soleil & toutes les Planètes, pour en déduire leurs vrais mouvemens en longitude, & par conſéquent les équations de leurs orbites, je me préparai dès le commencement de 1736 à rechercher celles de Sirius & d'Arcturus; mais m'étant bien-tôt apperçu qu'il y avoit trop de difficultés à établir les aſcenſions droites de ces deux Etoiles, en les comparant immédiatement avec le Soleil, je m'attachai auſſi-tôt après mon retour de la Lapponie, à rechercher celles de Procyon & de la Luiſante de l'Aigle : ces deux Etoiles ſont ſituées d'une manière plus avantageuſe, parce que vers les Equinoxes, lorſque le mouvement du Soleil en

déclinaiſon eſt le plus rapide, on peut déterminer très-commodément leurs différences de paſſages au Méridien avant ou après le Soleil; ce qu'il eſt facile de pratiquer en plein jour, ou par des hauteurs égales priſes à l'Orient & à l'Occident, ou par leurs paſſages obſervés aux filets verticaux de la lunette immobile d'un Arc mural de *Graham*. Il n'en eſt pas de même de Sirius & d'Arcturus : d'ailleurs la première de ces deux Etoiles ne monte pas aſſés vîte ſur notre horiſon ; enfin Arcturus ne peut guère être comparé avec le Soleil qu'aux mois de Mai & de Juillet, & le mouvement diurne du Soleil en déclinaiſon eſt alors bien moins ſenſible que vers les Equinoxes : or il faut bien prendre garde ici que c'eſt principalement l'erreur que l'on commet dans les déclinaiſons du Soleil obſervées qui doit influer le plus ſur l'aſcenſion droite de l'Etoile que l'on veut alors établir. Quand le Soleil paſſe dans la même ouverture de lunette qu'Arcturus le 24 Mai ou le 19 Juillet, ſon mouvement diurne n'eſt alors que de 13 à 11 minutes, c'eſt-à-dire, environ la moitié de celui qu'on obſerve vers les Equinoxes; mais plus on approche du Solſtice d'été, plus une même erreur dans les déclinaiſons obſervées doit influer ſur les aſcenſions droites. Il pourroit donc arriver qu'au lieu de déterminer les aſcenſions droites à quelques ſecondes près, comme cela ſe pratique vers les Equinoxes, on ne les connoîtroit peut-être, en y employant toûjours la même méthode, qu'à quelques minutes près, ſi l'on n'obſervoit que 5 ou 6 jours avant & après le Solſtice.

C'eſt pour cette raiſon qu'il vaut mieux rechercher l'aſcenſion droite d'Arcturus, en comparant cette Etoile avec Procyon ou la Luiſante de l'Aigle. Voici du moins de quelle manière j'y ai procédé. On trouve dans les Mémoires de 1738 * & dans l'Hiſtoire Céleſte les principaux réſultats ſur l'aſcenſion droite de Procyon. Après l'avoir vérifiée trois années de ſuite, j'ai recherché en même tems non ſeulement l'aſcenſion droite de la Luiſante de l'Aigle qui en eſt éloignée d'environ 183°, mais je me ſuis appliqué ſur-tout à connoître ſa différence en aſcenſion droite avec Procyon. J'y

* Page 213.

ai employé premièrement des hauteurs égales ou correspondantes, observées à différentes fois, & sur-tout en plein jour, le 18 & le 21 Septembre 1737. Je me suis servi aussi de lunettes fixes ou murales dont j'avois vérifié un grand nombre de fois la situation par rapport au Méridien; enfin j'ai vérifié toutes ces observations par plus de vingt passages observés à la lunette mobile autour de son axe horisontal, & il sembloit qu'après tant de vérifications il ne devoit plus rester aucun doute sur les ascensions droites de ces deux Etoiles; mais de plus ayant comparé cinq fois Arcturus avec la Luisante de l'Aigle par des hauteurs égales ou correspondantes, & deux fois avec Procyon, il m'a paru que j'avois un assés grand nombre de preuves évidentes pour augmenter l'ascension droite d'Arcturus d'environ $\frac{1}{8}$ de minute, c'est pourquoi je l'ai fixée au 1.er Janvier 1740 à 210° 57' 10".

*Observations * faites pour déterminer la différence en ascension droite entre l'Etoile Procyon & la Luisante de l'Aigle.*

Le 18 Septembre 1737 au matin, hauteurs correspondantes.

à l'Orient	de Procyon	à l'Occid.	Pass. au Méridien à 7h 33' 44"½	Passage de l'Aigle à 7h 44' 15"¼ du soir.
5h 13' 53"½	37° 50' 00"	9h 53' 36"½	7h 33' 45"	
5 14 15¾	37 50+100P	9 53 13¾	44¾	
5 18 08½	38 20 00	9 49 21	44¾	
5 18 31	38 20+100	9 48 58	44½	
5 22 27	38 50 00	9 45 01½	44¼	
5 22 50½	38 50+100	9 44 37½	44	

Ainsi puisque 23h 56' 12" 30''' de la Pendule répondoient à une révolution du Ciel ou 360 degr. on trouve qu'à proportion 12h 10' 30" 45'''' valent 183 degr. 6' 36" 30'''. Donc la vraie différence en ascension droite apparente entre ces deux Etoiles, 183 degr. 06' 19".

Le 21 Septembre 1737 au matin,

à l'Occident	Procyon	à l'Orient	Passage au Méridien
5h 24' 53"½	40° 20' 00"	9h 20' 02"¾	7h 22' 23"⅛
5 25 08	40 20+100	9 19 37¼	22⅝
5 37 51½	41 40 00	9 06 54	22⅝
5 38 19	41 40+100	9 06 26	22½

* *Ces observations auroient dû être rapportées dans les Mémoires de l'année 1738, page 386; mais on étoit persuadé pour lors qu'il suffisoit d'en donner un extrait.*

Le même jour au ſoir,

à l'Orient	l'Aigle	à l'Occident	Paſſage au Méridien
$6^h\ 0'\ 57''\frac{1}{2}$	$45^\circ\ 00'\ 00''$	$9^h\ 04'\ 50''\frac{1}{4}$	$7^h\ 32'\ 53''\frac{7}{8}$
6 4 $41\frac{1}{2}$	45 20 00	9 01 06	$53\frac{3}{4}$
6 8 34	45 40 00	8 57 $14\frac{1}{2}$	$54\frac{1}{4}$
6 9 $06\frac{3}{4}$	45 40+100	8 56 $43\frac{1}{4}$	55
6 12 37	46 00 00	8 53 10	$53\frac{1}{2}$
6 13 $11\frac{1}{4}$	46 00+100	8 52 $37\frac{3}{4}$	$54\frac{1}{2}$

C'eſt pourquoi ſuppoſant que la Pendule retardoit chaque jour de $3'\ 47''\frac{3}{4}$ ſur la révolution des Etoiles fixes, conformément aux obſervations du ſoir & du matin, on doit conclurre la différence en aſcenſion droite apparente entre Procyon & la Luiſante de l'Aigle, de $183^\circ\ 6'\ 47''\frac{1}{2}$. Prenant un milieu, & ayant égard à leurs aberrations & à la préceſſion des Equinoxes, on a leur vraie différence en aſcenſion droite au 1.er Juillet 1738, de $183^\circ\ 6'\ 28''\frac{1}{2}$.

Obſervations faites pour déterminer la différence en aſcenſion droite entre Arcturus & la Luiſante de l'Aigle.

Le 7 Juillet 1738 au ſoir, hauteurs correſpondantes,

à l'Orient	Arcturus	à l'Occident	Paſſage au Méridien
$5^h\ 37'\ 15''\frac{3}{4}$	$55^\circ\ 30'\ 00''$	$8^h\ 54'\ 52''\frac{3}{4}$	$7^h\ 16'\ 04''\frac{1}{4}$
5 37 28	55 30+50	8 54 $40\frac{3}{4}$	$04\frac{3}{8}$
5 41 43	56 00 00	8 50 $26\frac{1}{2}$	$04\frac{3}{4}$
5 41 55	56 00+50	8 50 $14\frac{1}{4}$	$04\frac{5}{8}$

Le même jour au ſoir, & le 8 Juillet au matin,

à l'Orient	l'Aigle	à l'Occident	Paſſage au Méridien
$9^h\ 37'\ 19''\frac{1}{2}$	$32^\circ\ 50'\ 00''$	$4^h\ 01'\ 46''$	$12^h\ 49'\ 30''\frac{1}{2}$
9 37 25	32 50+50	4 01 $36\frac{1}{2}$	$30\frac{3}{4}$
9 40 $44\frac{1}{2}$	33 20 00	3 58 $18\frac{1}{2}$	$31\frac{1}{2}$
9 40 $54\frac{1}{2}$	33 20+50	3 58 09	$31\frac{1}{2}$

Notés que $23^h\ 56'\ 19''$ de la Pendule répondoient alors à $360^\circ\ 0'\ 0''$; c'eſt pourquoi ſelon ces obſervations la différence en aſcenſion droite apparente entre Arcturus & la Luiſante de l'Aigle auroit été de $83^\circ\ 34'\ 28''\frac{1}{4}$, mais corrigée par l'aberration, la vraie différence en aſcenſion droite, $83^\circ\ 34'\ 15''$.

Comme on a déja publié dans les Mémoires de l'année 1738 les obſervations des hauteurs correſpondantes de l'Etoile Arcturus, obſervées le 20 & le 21 Juin, on croit

qu'il eſt inutile de les répéter ici ; mais on avoit trouvé pour lors par des hauteurs correſpondantes de l'Aigle obſervées avant & après minuit, le moment du paſſage de l'Aigle au Méridien le 21 Juin au matin à $1^h\ 51'\ 18''$ de la Pendule, ce qui donnoit pour différence en aſcenſion droite apparente entre les deux Etoiles, $83^\circ 34' 34''\frac{1}{2}$, ou plûtôt $27''$ ayant égard à l'aberration. On peut donc conclurre par ces premières obſervations la différence en aſcenſion droite entre les Etoiles Arcturus & la Luiſante de l'Aigle, de $83^\circ 34' 20''$ au premier Juillet 1738.

Cette méthode de déterminer les différences en aſcenſion droite des Aſtres nous a toûjours paru la plus certaine, ſurtout lorſque nous avons obſervé en plein jour les hauteurs, tant orientales qu'occidentales, ce qui n'avoit pas encore été tenté juſqu'ici. Il eſt vrai qu'on auroit pu parvenir à connoître ces différences en aſcenſion droite avec bien moins de peine, & peut-être avec autant de certitude, ſi l'on eût employé à cette recherche un excellent inſtrument des paſſages ; mais outre que celui que nous faiſions conſtruire, n'étoit pas encore achevé, il y a d'ailleurs une infinité de précautions à prendre lorſqu'on ſe ſert de cet inſtrument, qui néanmoins n'eſt pas ſujet de même que nos anciens Quart-de-cercles muraux, aux variations cauſées par le froid & par le chaud, à moins que les rayons du Soleil ne l'échauffent inégalement en plein jour, ſi par hazard ils viennent à tomber deſſus, ou plûtôt lorſque cet inſtrument n'eſt pas renfermé dans une chambre obſcure.

On remarquera que le mouvement d'Arcturus en aſcenſion droite pour trois années, eſt de $2'\ 2''\frac{1}{2}$, & que le Catalogue de *Flamſteed* donne la différence en aſcenſion droite entre Procyon & la Luiſante de l'Aigle, de $1'\frac{3}{4}$ trop petite.



DE LA

DE LA FORMATION DE LA VOIX DE L'HOMME.

Par M. FERREIN.

L'EXAMEN de la ſtructure & du jeu de tous les organes du Corps humain eſt du reſſort de l'Anatomie; l'Anatomie eſt une des principales parties de la Médecine, on ne doit donc pas être étonné qu'un Médecin ait fait des recherches ſur la formation de la Voix humaine : d'ailleurs ces recherches ne ſe bornent pas à de ſimples ſpéculations; les vérités qu'elles préſentent à la Phyſique ont leur utilité particulière dans la Médecine. 15 Novemb. 1741.

L'organe de la voix a ſes maladies; la voix elle-même eſt ſujette à des accidens dont la connoiſſance ſert à fixer en bien des occaſions les attentions & les vûes d'un Médecin, & c'eſt, s'il m'eſt permis de le dire, dans les découvertes dont je vais rendre compte, qu'on peut puiſer les principes de cette connoiſſance.

I. Idée qu'on a de l'inſtrument de la voix humaine.

L'inſtrument de la voix de l'homme a été comparé aux flûtes, aux jeux à bizeau de l'orgue, &c. Le larinx ſitué au haut du col en eſt le principal organe, l'air en eſt la matière, le poumon eſt regardé comme le ſoufflet, la trachée-artère comme le porte-vent; on conſidère enfin l'effort de la poitrine ſur le poumon comme le poids dont on charge le ſoufflet de l'orgue.

La théorie de la voix eſt peut-être le ſujet de phyſique ſur lequel les Anciens & les Modernes ont été le moins partagés; c'eſt un même langage depuis plus de deux mille ans, & il ſemble que M. Dodart, membre illuſtre de cette Académie, a diſſipé tous les doutes qui auroient pu naître ſur ce ſujet.

II. L'organe de

Je ne viens point offrir de nouveaux commentaires ſur l'opinion des Anciens, je veux montrer au contraire que

La voix est un instrument à corde & à vent.

leur théorie est peu d'accord avec la Nature, & présenter un instrument nouveau également inconnu aux Anatomistes & aux Musiciens. Il y a des instrumens à corde, tels que le violon, le clavecin; il y en a d'autres à vent, comme la flûte, l'orgue, mais on n'en connoît point qui soient à corde & à vent tout à la fois : cet instrument, l'objet des vœux de deux grands hommes*, je l'ai trouvé dans le corps humain. Cette découverte est fondée sur les expériences que j'ai faites; mais avant que de les rapporter, je crois devoir donner une idée des instrumens auxquels on a comparé celui de la voix, & de la doctrine qu'on a suivie jusqu'ici.

* *Les PP. Mersenne & Kircher.*

III.
Deux différens genres d'instrumens de musique.

On convient parmi les Physiciens que les instrumens de musique se réduisent presque tous à deux genres *(a)* : les uns tirent leurs propriétés de la nature, de la roideur, des dimensions, &c. de la matière dont ils sont faits, telles sont les cordes sonores, les cloches, &c. les autres au contraire, comme les flûtes, les flageolets, les jeux à bizeau de l'orgue, tirent ces propriétés de la figure & de l'étendue de leurs cavités.

Les premiers ne sonnent jamais sans être agités de tremblemens sensibles; leur son s'éteint au moment qu'on arrête ces tremblemens, il change suivant la qualité des matières, on les distingue même au son qu'elles rendent : on ne sçauroit changer la longueur, la largeur & l'épaisseur de ces matières sans faire varier le son & le ton. Il n'en est pas de même des flûtes & autres instrumens du second genre; on peut les presser fortement *(b)*, on peut les couvrir de plomb, d'argent, on peut leur donner indifféremment l'épaisseur d'une ligne ou d'un pied, on peut enfin employer tous les moyens propres à changer ou à éteindre les vibrations, sans altérer en rien le son & le ton; la diversité même des matières est incapable de le faire, il est du moins très-difficile à l'oreille d'y reconnoître quelque différence *(c)*, je m'en suis assûré par moi-même. Des flûtes d'orgue faites de cuivre, d'étain,

(a) V. Perrault, Essais de Physiq. Traité du Bruit, part. 2. chap. 7. Euler, Tentam. novæ theor. Musicæ.

(b) Voy. sur tous ces faits M. Perrault au même endroit.

(c) Voy. Mersenne, Harmonie universelle, liv. 5. & 6. en divers endroits; Perrault, ibid. Euler, ibid.

de plomb, de carton, m'ont fait entendre le même ſon & le même ton avec le même degré de force; il faut écouter de fort près & prêter une oreille très-attentive, il faut les faire ſonner d'abord les unes après les autres, & les comparer exactement pour en juger d'une autre manière ; on s'y trompe même ſouvent avec ces précautions, & l'on s'y trompe toûjours ſi on les néglige; on croit alors entendre un ſeul & même tuyau, ſans pouvoir ſoupçonner aucun changement à cet égard *(d)*.

Tout ce que nous venons de dire, ſert à établir deux vérités importantes. La première eſt que dans les cordes ſonores, les timbres & autres inſtrumens du premier genre, les vibrations du ſolide ſont eſſentielles à la production du ſon *(e)*, au lieu qu'elles ne ſervent en rien au ſon des flûtes,

(d) La longueur de ces tuyaux priſe depuis la bouche, eſt d'un pied, le diamètre eſt de 13 à 14 lignes: ſi l'on ſe met à la juſte portée de cet inſtrument ou dans une autre chambre, les différences les plus délicates échappent, je n'en ai pu ſentir aucune. Il y a même quelque choſe de fort ſingulier dans celles qu'on obſerve en les étudiant de plus près, c'eſt que le ſon du tuyau de plomb eſt un peu plus net & plus moëlleux que les autres; celui de carton l'emporte encore à cet égard ſur celui de cuivre & d'étain; ce dernier eſt le moins bon de tous, cela peut dépendre des différences inévitables dans la conſtruction. On ſçait que dans les tuyaux de même matière & de même grandeur, ſouvent le ſon eſt ſimple dans l'un, & accompagné de ſon octave dans l'autre, ici plus ſec, plus aigre, plus perçant; là plus doux, plus net, plus moëlleux; un bizeau plus ou moins ſaillant, une ſurface plus ou moins unie, un peu de pouſſière, le changement de tems, tout enfin peut produire de pareils effets; le tuyau de carton devient ſenſiblement plus ſourd en tems humide. Au reſte j'ai entendu jouer le S.r Bellejambe, d'Etampes, ſur une flûte de terre qu'il a faite lui-même, & qui ne differe en rien des flûtes ordinaires par la qualité, la force & l'agrément du ſon.

Je pourrois rappeller ici les expériences rapportées 1.° par M. Perrault au ſujet des flûtes d'argent, d'yvoire, de cuivre, de bois, de plomb, de carton *(Traité du Bruit, p. 2. ch. 7.)* 2.° Par le P. Merſenne au ſujet des trompettes d'argent, de fer, d'étain, de bois, de laiton *(Harmonie univerſ. liv. 5. prop. 11. p. 237.)* & au ſujet des tuyaux d'orgue de plomb, d'étain, de bois, de fer, de carton, de cire, de plume *(Ibid. liv. 6. prop. 5. p. 221. & prop. 18. p. 346.)* Je pourrois enfin ajoûter ce que dit M. Euler dans ſon *Tentamen novæ theoriæ Muſicæ*, & faire voir l'accord de leurs expériences avec les miennes.

(e) C'eſt pour cela qu'ils doivent raſſembler l'élaſticité & la flexibilité jointes à une certaine roideur, qui les rendent capables de prêter & de ſe remettre promptement: les corps trop

des flageolets, des jeux à bizeau de l'orgue, &c. Je sçais que M. Perrault & quelques Physiciens modernes ont voulu modifier cette proposition; ils n'ont garde d'attribuer à ce dernier genre d'instrumens les ébranlemens qu'on découvre si sensiblement dans les premiers, & dont ils reconnoissent d'ailleurs la nécessité, mais ils leur prêtent des vibrations insensibles, des vibrations qui n'ébranlent que les particules de la surface, des vibrations enfin supposées, inutiles & incompatibles avec les phénomènes de ces instrumens, comme de sçavans Physiciens *(f)* l'ont démontré avant moi.

La seconde vérité est que les cloches, les cordes sonores & tous les instrumens du premier genre nous font entendre le son de l'or, de l'argent, du cuivre, &c. dont ils sont faits, mais qu'il n'en est pas ainsi des flûtes, des sifflets, &c. les matières qu'on emploie pour les faire, le bois, le plomb, l'étain, l'yvoire, ne servent pas plus au son de ces instrumens que les forêts & les vallées au bruit de l'écho. Ces matières n'ont d'autre usage que celui de former des cavités, ou de présenter des surfaces favorables à certains mouvemens de l'air *(g)*; l'argent sonne dans une cloche, mais non pas dans une flûte (car on en fait quelquefois de ce métal): ce sont des faits avoués de tous les Physiciens *(h)*.

IV. Exposition du système qui a régné jusqu'ici.

On n'a jamais cru que l'organe de la voix humaine fût capable de sonner comme les timbres, les cordes sonores, &c. on l'a toûjours comparé aux flûtes, aux flageolets, aux jeux à bizeau de l'orgue. Ce que disent là-dessus les Anciens n'est pas moins formel que ce qu'en ont dit de nos jours M.rs Perrault & Dodart. C'est un point qui paroît décidé par le consentement unanime de tous les siècles, &

longs & trop grêles ont rarement cette roideur; on peut leur donner ce qui leur manque, & les mettre en état de sonner par le moyen de la tension, & c'est ce qu'on fait dans les instrumens à corde.

(f) *Voyés Euler, ibid.*

(g) Je n'examine pas si c'est un mouvement de toute la colomne, ou seulement des parties *toniques* de l'air, suivant l'ingénieux système de M. de Mairan, qu'il seroit aisé d'accorder avec nos principes. *Voyés les Mem. de l'Acad. 1737. p. 1. & suiv.*

(h) *V. Mersenne, Kircher, & principalement Perrault dans l'endroit que j'ai déja cité.*

l'on ne sçauroit, ce semble, penser autrement, lorsqu'on vient à examiner l'organe qui fait, dit-on, la partie principale de l'instrument.

On trouve dans le larinx même une voûte en *tiers-point,* dont la clef laisse une fente horisontale, longue de 8 à 10 lignes, & profonde d'une ligne au plus; cette fente est connue sous le nom de *glotte :* l'air que nous respirons n'a pas d'autre passage; les portions de la voûte qui terminent cette ouverture à droite & à gauche, sont appellées *lèvres de la glotte;* on l'a comparée à la fente de l'embouchûre des flûtes ou à celle des jeux à bizeau de l'orgue, & considérée comme l'organe essentiel de la voix, mais comme un organe passif, uniquement propre à gêner le passage de l'air, semblable à cet égard aux fentes de rocher que l'air traverse en sifflant. On a donc jugé que la voix n'étoit que le son de l'air lancé impétueusement dans l'air qui repose *(i),* ou brisé par les obstacles qui s'opposent à son cours. C'est précisément le système que M. Dodart adopte dans son dernier mémoire sur la Voix *(k),* & qu'il croit pouvoir démontrer par l'exemple du sifflement humain; il est vrai qu'il joint quelquefois à cette cause le frémissement que M. Perrault, son illustre maître, attribuoit aux particules insensibles de la surface des flûtes & des lèvres de la glotte, mais ce prétendu frémissement ne vient qu'en second, il est étranger à l'idée générale de son système & à l'explication qu'il donne des phénomènes, & son auteur paroît le désavouer en plus d'un endroit *(l).*

(i) Galen. passim; Fabricius, de laringe, vocis organo; *Casserius,* de organo vocis.

(k) Mémoires de l'Académie, ann. 1707. p. 73. & suiv.

(l) M. Dodart n'a jamais paru tenir beaucoup à ces vibrations des parties insensibles que la plûpart des Physiciens de son tems admettoient dans les flûtes ou autres instrumens semblables, & par conséquent dans la circonférence de la glotte; il les suppose néanmoins dans plusieurs endroits de ses mémoires, mais dans d'autres il semble qu'il seroit assés porté à s'en éloigner, & principalement dans son mémoire de 1707. *V. les Mém. de l'Acad. ann. 1707, p. 74. V. aussi les Mém. de l'année 1700, depuis la page 241, jusqu'à la page 251, avec la note N. pag. 272 & 287.*

M. Dodart croit auſſi après Ariſtote, Galien, Boëce *(m)*, &c. que les tons aigus de la voix dépendent du rétréciſſement de la glotte & des degrés de la vîteſſe de l'air cauſée par ce rétréciſſement : cette opinion a pour elle le ſuffrage de tous les Auteurs qui ont écrit depuis deux mille ans, & un grand nombre de preuves qui forment le fond principal des mémoires de M. Dodart. Les plus grands Phyſiciens de nos jours regardent les preuves rapportées par ce ſçavant Médecin, comme autant de démonſtrations.

On a attribué la force du ſon de la voix à la dilatation de la glotte & à la quantité d'air lancé par cette ouverture; l'autorité des Anciens & les raiſons de M. Dodart ſe réuniſſent encore en faveur de ce ſentiment.

V. Réfutation de ce ſyſtème.

Cette théorie, quoique ſoûtenue de l'autorité des Anciens & des Modernes, ne m'a point frappé ; j'y ai trouvé des difficultés inſurmontables, & malgré ma vénération pour l'Antiquité, malgré le reſpect que doit inſpirer le nom des célèbres Auteurs qui l'ont adoptée, j'ai oſé en douter ; j'ai fait plus, je me ſuis mis en état de faire voir qu'elle pèche dans le principe & dans les conſéquences. En effet, on compare la glotte à la fente des flûtes, des jeux à bizeau de l'orgue, &c. elles ont, dit-on, l'une & l'autre les mêmes uſages : j'y conſens, & j'en conclus évidemment que la glotte n'eſt pas l'organe de la voix, car il eſt certain que la fente des flûtes & des tuyaux d'orgue n'eſt ni l'inſtrument, ni une partie eſſentielle de l'inſtrument proprement dit ; la flûte *traverſière* n'en a point, l'ouverture des lèvres du joueur y ſupplée : cette fente ſert uniquement à diriger l'air ſur le bizeau, ſans contribuer en rien par elle-même à la production du ſon.

Le rétréciſſement de la glotte & la vîteſſe de l'air ne ſont pas plus propres, même dans ce ſyſtème, à expliquer la diverſité des tons de la voix. M. Dodart & ceux qui l'ont précédé, ignoroient que les fentes des flûtes, des

(m) On peut ajoûter Fabricius, Caſſerius, le P. Merſenne, Kircher, Perrault, & une infinité d'autres.

flageolets, des tuyaux d'orgue, &c. ne font ni monter ni descendre le ton, quelque changement qu'on suppose dans leurs dimensions; le diamètre même des tuyaux y contribue si peu *(n)*, que l'un des grands connoisseurs en ce genre compte pour rien la différence qui en résulte *(o)*.

La part qu'on donne à la vîtesse de l'air dans la production des tons n'est pas mieux fondée. Aristote croyoit que les sons aigus de tous les corps consistent dans cette vîtesse *(p)*, il fit l'application de cette doctrine aux tons de la voix *(q)* : personne n'ignore aujourd'hui la fausseté du principe, malgré les efforts que M. Dodart a faits pour le renouveller *(r)*. Il y a donc lieu de s'étonner qu'on n'ait pas apperçu l'erreur d'une conséquence qui tient de si près à ce principe.

Les exemples tirés des instrumens à vent n'ont rien d'imposant que la manière dont M. Dodart les présente. Il est vrai que souvent les instrumens compris sous le genre de flûtes, montent à l'octave par un vent forcé *(s)*, mais ils y montent de même par un souffle presqu'insensible, je l'ai éprouvé sur les flûtes d'orgue; d'ailleurs ces octaves n'ont aucun rapport avec la suite des tons de la voix humaine.

Il est encore vrai qu'indépendamment des octaves, ces tuyaux montent aussi comme par nuances à mesure qu'on pousse le vent, mais cette différence est si peu considérable qu'elle échappe aux oreilles peu attentives. Je consentirai néanmoins, si l'on veut, que toutes ces raisons soient comptées pour rien, & que les différens degrés de vîtesse de l'air puissent produire tous les degrés imaginables d'aigu & de grave; mais on sçait que la force du son des instrumens à vent augmente par celle de l'air & par sa vîtesse,

(n) Voyés les expériences du P. Mersenne dans son Harm. univers. liv. 6.

(o) Euler, Tentam. novæ theor. Musicæ.

(p) Aristotel. de generat. animal. *lib. 5.*

(q) Ibidem.

(r) Mém. de l'Acad. an. 1707.

(s) Les tuyaux d'orgue fort courts à proportion de leur diamètre, & ceux dont la bouche est fort haute, ne sont pas sujets à *octavier,* quelque vent qu'on puisse leur donner.

il est donc certain que les octaves, que les sons aigus qui dépendent de cette vîtesse seront constamment plus forts, plus pleins & plus éclatans que les sons graves, sans que cela puisse être autrement *(t)*, & je ne connois point d'exemple qui ne justifie l'universalité de la règle : les tons de la voix seroient donc dans le même cas, s'ils dépendoient de cette cause; on ne pourroit faire monter le son sans le forcer, ni le faire descendre sans l'affoiblir. Cette réflexion suffit elle seule pour anéantir toutes les inductions qu'on a voulu tirer de quelques faits présentés sous des couleurs différentes.

VI. L'instrument de la voix comparé à une viole.

Ces observations m'ayant découvert les défauts du système qui a régné jusqu'ici, j'ai cherché une théorie qui pût mieux expliquer le méchanisme admirable qui produit tous les sons différens qui charment nos oreilles. L'examen du larinx m'en a d'abord fourni l'idée. J'ai cru trouver dans les lèvres de la glotte des cordes capables de trembler & de sonner comme celles d'une viole; j'ai regardé l'air comme l'archet qui les met en jeu, l'effort de la poitrine & du poumon comme la main qui fait promener l'archet, & je me suis servi de ce principe pour expliquer la force du son de la voix, la diversité de ses tons, & beaucoup d'autres phénomènes dont la cause avoit paru jusqu'ici se dérober à nos connoissances; je me suis même cru en droit d'ôter à la glotte le titre d'*organe de la voix*, pour en revêtir les cordes dont j'ai parlé. Mais comme je sçais que l'Académie ne se contente pas de vraisemblances, j'ai voulu, avant que de proposer mon idée, l'établir sur des expériences certaines. L'entreprise étoit difficile : tout le monde croyoit, & M. Dodart l'avoit assûré*, qu'on ne pouvoit rendre l'organe de la voix humaine visible en action, ni le faire sonner quand il n'est plus animé par le principe de la vie, cependant je résolus de le tenter. Je pris un cadavre, je soufflai à plusieurs reprises de bas en haut dans la trachée-artère, le larinx fut muet en cette occasion.

(t) A moins qu'à force de pousser le vent, ces octaves ou ces sons aigus ne viennent à excéder la juste portée de l'instrument.

* *Voy. les Mem. de l'Acad. année 1707. p. 66.*

Je

VII. Voix de l'homme & des animaux après la mort.

Je fis réflexion dans la suite que la voix ne demande pas seulement un vent plus fort, mais encore un nouveau degré de rétrécissement dans le larinx : je pris celui d'un chien, je rapprochai les lèvres de la glotte *(u)*, & je soufflai fortement dans la trachée-artère ; à ce coup l'organe parut s'animer, & fit entendre, je ne dis pas seulement un son, mais une voix éclatante, plus agréable pour moi que les concerts les plus touchans.

J'avois un cadavre humain destiné à des usages publics, je ne pus m'empêcher de le sacrifier à mon impatiente curiosité, elle fut pleinement satisfaite ; les moyens dont j'ai parlé, ayant été mis en œuvre, le larinx du cadavre répondit par un éclat qui étonna les assistans, & c'est, je pense, la première fois qu'on ait vû pareil phénomène : ces expériences ont été souvent répétées avec le même succès. La voix du bœuf, celle du cochon, &c. se sont encore fait distinguer par la force & par la qualité du son qui les caractérisent.

Après ces expériences, je tournai mes réflexions sur les instrumens à vent connus en musique, & j'en tirai des conséquences peu favorables au système reçu de tout tems; je me représentai les dimensions de ces instrumens réduites à celles de la glotte & de ses lèvres, à l'étendue de quelques lignes, & je compris évidemment qu'ils ne pourroient rendre qu'un son extrêmement foible & aigu en comparaison de ceux que ces larinx venoient de me faire entendre, ils alloient à l'unisson d'un tuyau long de plusieurs pieds. J'avoue que les cordes sonores placées dans ce point de vûe ne présentent pas des idées plus justes, mais un instrument à corde & à vent tout à la fois ne pourroit-il pas réunir des perfections que ces instrumens n'ont point séparément ? & ce prodige est-il au dessus des forces de la nature ? Voilà l'idée qui me frappa ; mais avant que de la suivre, je voulus éprouver d'abord s'il étoit vrai que l'élargissement de la

(u) Voyés l'instruction qui est à la suite de ce mémoire, sur la manière de faire ces expériences.

VIII. Expériences qui détruisent le systême reçu touchant les causes qui produisent la force de la voix.

glotte réglât la force du son, comme on l'a cru depuis Aristote. Je repris donc mes expériences, j'examinai l'effet des différens degrés d'ouverture de la glotte, & je découvris au contraire que l'éclat de la voix augmentoit beaucoup par le rétrécissement, & qu'il diminuoit par l'élargissement.

Après m'être satisfait là-dessus, je donnai un vent tantôt plus fort & plus rapide, tantôt plus foible & plus lent, & je vis ce que la raison & l'exemple des instrumens m'avoient déja fait comprendre, c'est-à-dire, que la force du son dépendoit aussi de celle du vent. L'une & l'autre suivoient sensiblement la même proportion.

IX. Ce qui cause la force du son de la voix.

Le rétrécissement de la glotte & la vîtesse de l'air sont donc les deux différens moyens, & je puis dire les seuls que la nature emploie pour augmenter l'éclat de la voix, & pour aller du premier au dernier degré de son *intensité*. Toutes les expériences que j'ai faites, s'accordent parfaitement à cet égard, & la moindre est capable de convaincre les plus incrédules.

X. Erreur du systême reçu touchant les causes qui produisent les sons aigus de la voix.

Cette découverte suffit pour anéantir tout ce que les Anciens & les Modernes ont avancé sur la cause des sons aigus de la voix; on ne peut plus les attribuer au rétrécissement de la glotte & à la vîtesse de l'air, l'éclat de la voix en dépend, & ces deux effets ne sçauroient être le produit de la même cause; les sons aigus (car il n'est pas inutile de le répéter) seroient nécessairement plus pleins & plus forts que les sons graves.

Quoiqu'il soit impossible d'éluder la force de cette démonstration, je ne laisserai pas de joindre ici les expériences que je fis au sujet du systême que je combats.

Pour m'assûrer s'il étoit vrai que l'élargissement ou le rétrécissement de la glotte, que le vent plus ou moins poussé donnât les variations de ton, je pris des larinx d'homme & de chien, je soufflai par degrés dans la trachée-artère, je serrai de même la glotte, j'observai toutes les gradations imaginables; la force du son varia à l'infini, sans que le ton souffrît aucun changement considérable, ou qu'il suivît à

cet égard aucune règle : souvent la voix se soûtient au même degré d'aigu ou de grave, souvent elle monte d'un demiton, quelquefois d'un ton *(x)*; une dilatation excessive, un souffle extrêmement foible, l'ont fait monter aussi plus d'une fois. Tout ce qu'il y a de constant là-dessus, c'est que le resserrement de la glotte & la vîtesse de l'air n'ont jamais pu changer tant soit peu le ton, sans augmenter considérablement la force du son.

XI. Observation remarquable.

Je voulus chercher la cause des différences dont j'ai parlé, voici ce que j'observai par rapport aux effets de ce rétrécissement & de cette vîtesse. L'air gêné dans son passage, pressant les lèvres de la glotte du dedans au dehors, les forçoit de s'étendre, de se courber & de s'écarter l'une de l'autre, & je vis que le son montoit plus ou moins sensiblement, suivant que la distension étoit elle-même plus ou moins considérable. C'est ainsi qu'une corde plie sous l'archet, & qu'elle peut monter plus ou moins suivant le degré de force qui la presse. Cette expérience a été faite, à ma prière, par un des plus grands maîtres que nous ayons en musique *(y)*.

XII. L'Anatomie fait voir que l'organe de la voix est un instrument à corde.

On voit combien ces observations sont favorables au sentiment que j'avois embrassé, & que tout nous invite à tourner nos vûes du côté des instrumens à corde. Il est étonnant que personne n'ait eu cette idée : la première inspection des lèvres de la glotte de l'homme, & plus encore de celle du chien, auroit dû suffire pour la faire naître. Le bord de chaque lèvre est une espèce de ruban large d'une ligne, couvert d'une membrane très-fine *(z)*. Ce ruban

(x) On se ressouviendra que ces expériences ont été faites sur le larinx de l'homme & du chien ; la différence peut être plus ou moins grande dans d'autres. *Voyés l'instruction qui est à la suite de ce mémoire.*

(y) M. Mondonville, maître de musique & violon de la Chapelle & de la Chambre du Roy. Il a trouvé que cette différence pouvoit aller à un demi-ton lorsqu'on tient les cordes fort lâches, quoique la gradation qu'on observe en renflant & en adoucissant le son, rende ordinairement cette différence insensible à l'oreille.

(z) Dans le cochon cette membrane est beaucoup plus épaisse, elle forme seule le ruban, car le plan tendineux manque.

tendu horiſontalement eſt arrêté par les deux bouts; il eſt formé de fibres tendineuſes très-élaſtiques, la glotte eſt l'intervalle qui ſépare les deux rubans; l'action de l'air qui la traverſe ne peut ſe déployer que ſur eux, d'où j'ai conclu que cette action devoit exciter dans les rubans, je ne dis pas préciſément un frémiſſement ou une vibration des parties inſenſibles *(a)*, mais des vibrations *totales*, & les faire ſonner comme les cordes des inſtrumens de muſique; ce n'étoit qu'un raiſonnement, je voulois des démonſtrations, j'eus recours aux nouvelles expériences: ce furent d'abord pluſieurs tentatives inutiles, mais enfin je m'aviſai de retrancher du larinx tout ce qui pouvoit m'empêcher de voir diſtinctement les lèvres de la glotte, je le fis enſuite ſonner, & dans le tems qu'il faiſoit entendre un bruit conſidérable, je l'examinai au grand jour, les yeux armés d'une loupe; le ſuccès paſſa mon attente, j'y découvris, & ſi je l'oſe dire, avec une eſpèce de raviſſement, les vibrations totales des rubans tendineux, ſemblables à tous égards à celles des cordes d'un clavecin ou d'une viole; j'en croyois à peine mes yeux, mais malgré leur extrême promptitude, elles ſe firent appercevoir d'une manière ſi claire & ſi diſtincte que la loupe ne fut plus néceſſaire, & que tout le monde peut aiſément voir la même choſe; l'image tracée par ces vibrations ſemble effacer la cavité de la glotte. J'ai vérifié cent fois l'obſervation ſur le larinx de l'homme, du chien, du cochon, &c. je ne crains pas de le dire, ces ébranlemens ſont auſſi apparens & preſqu'auſſi conſidérables que ceux des cordes d'un clavecin.

XIII. Preuves tirées des vibrations des rubans tendineux.

Puiſque les rubans tendineux ont des mouvemens ſemblables à ceux des cordes, & des mouvemens auſſi prompts

(a a) Pluſieurs Phyſiciens ont ſuppoſé un frémiſſement ou un mouvement des parties inſenſibles dans les flûtes & autres inſtrumens dont la matière ne ſonne pas, parmi leſquels on a compté l'organe de la voix, mais ils leur ont refuſé ces vibrations *totales* qu'on remarque ſenſiblement dans les cordes & dans toutes les matières qui ſonnent: ces dernières ſont les ſeules qui nous intéreſſent; les autres ſont un être ſuppoſé, & d'ailleurs fort étranger à l'objet que nous nous propoſons ici.

& aussi considérables, ne doit-on pas croire qu'ils sonnent aussi de même, & que le son de l'un est indépendant de celui de l'autre? cela suit nécessairement de l'observation que nous venons de faire. Mais comme les anciens préjugés laissent presque toûjours quelque tache dans l'esprit, je veux bien qu'on ne s'en fie qu'à l'oreille. Voici les moyens que j'ai imaginés pour cela.

XIV. Preuves tirées de plusieurs expériences nouvelles.

Je presse du bout du doigt *(b)* ou je serre avec des pincettes les rubans tendineux; leurs vibrations & le son qui en est l'effet, cessent dans le moment.

Je me contente ensuite de fixer une partie, la moitié, par exemple, ou le tiers de la longueur des rubans; l'autre portion monte aussi-tôt à l'octave, à la quinte, &c. suivant les règles connues des instrumens à corde.

Je saisis le point du milieu, je le fixe, je partage en un mot les rubans en deux portions à peu-près égales; ces deux portions tremblent alors séparément, & font entendre en même tems leur son à l'octave aigue du son de la totalité: Si les portions sont inégales, l'une monte au dessus, & l'autre s'arrête au dessous de l'octave.

Je fixe l'un des rubans dans toute sa longueur, tantôt le droit, tantôt le gauche; celui qui est en liberté tremble visiblement, & se fait entendre séparément, quelquefois même sur un ton différent de celui de l'autre.

J'arrête tout-à-fait l'un des rubans que j'appelle *A*, & je me borne à examiner l'effet des expériences précédentes sur le ruban *B* considéré en particulier; elles ont encore le même succès, si je fixe la moitié ou le tiers de ce ruban *B*, l'autre portion donne l'octave aigue, la quinte, &c. si je fixe seulement le milieu, les deux moitiés tremblent, sonnent à l'octave du son de la totalité.

Je cherche ensuite à marier ensemble & à comparer les différens sons de ces deux rubans; dans ce dessein, après les avoir fait sonner séparément, & avoir étudié leur son en particulier, je les mets tous deux en liberté; le son devient

(b b) Voyés l'instruction qui est à la suite de ce mémoire.

beaucoup plus fort, & l'on croit y démêler ceux qu'on avoit étudiés auparavant.

Je fais agir en même tems la totalité du ruban *A*, & environ la moitié du ruban *B*, que j'ai déja entendus séparément, & qui sont à l'octave ou presqu'à l'octave l'une de l'autre; c'est alors un accord dans lequel l'oreille la moins expérimentée en harmonie distingue nettement les deux sons simples qui l'avoient frappée auparavant.

Enfin je sépare, je détache toutes les parties qu'on pourroit soupçonner avoir quelque part au son de la voix ; je laisse uniquement les rubans attachés par les extrémités aux cartilages du larinx & par un bord seulement à la membrane qui tapisse la voûte de cet organe; les rubans rendent encore le même son avec le même degré de force. On peut faire sur eux toutes les expériences dont j'ai parlé, le succès en est toûjours le même.

Je fais plus, je sépare entièrement l'un des rubans dans toute sa longueur, de manière qu'il ne tient à rien que par les bouts, comme les cordes des instrumens de *musique*; la totalité, la moitié du ruban sonnent comme auparavant & donnent les mêmes phénomènes.

Quand on fait ces expériences, on ne peut manquer d'appercevoir, d'admirer même le rapport qui règne entre les vibrations & le son des rubans tendineux. Ce son frappe ou cesse de frapper l'oreille au moment qu'on voit commencer ou finir les vibrations : s'il vient à monter d'une quinte, d'une octave, on observe que les vibrations sont beaucoup plus promptes; s'il devient plus fort ou plus foible, on voit augmenter ou diminuer la grandeur des vibrations. En un mot, l'œil découvre avec facilité presque tous les changemens qui arrivent par rapport au son & au ton.

XV. L'instrument de la voix comparé au clavecin.

Ces rubans, que je nommerai dans la suite *cordes vocales*, peuvent donc être comparés aux doubles cordes isochrones du clavecin : la glotte n'en est que l'intervalle. Le vent qui choque les cordes vocales, fait la fonction des plumes qui pincent celles du clavecin ; la colomne d'air qui pousse celui

qui précède dans la glotte, tient lieu du sautereau qui fait monter la languette & les plumes ; enfin l'action de la poitrine & du poumon fait l'office des doigts & des touches qui élèvent le sautereau.

J'avois promis un instrument à vent & à corde tout à la fois, cet engagement est rempli : on vient de voir un *dicorde pneumatique* plus varié dans ses sons & plus harmonieux que tout ce que l'industrie humaine a pu imaginer.

Les expériences précédentes suffisent pour constater l'existence de cet instrument, & pour démontrer que la glotte ou fente du larinx ne mérita jamais le titre d'*organe de la voix ;* que ce titre appartient uniquement aux rubans tendineux, & qu'enfin ces rubans ne sont que deux cordes sonores d'un nouveau genre.

XVI. Les tons de la voix ne sont autre chose que le son grave ou aigu des cordes vocales.

Les changemens de la voix par rapport à l'aigu & au grave sont un prodige sur lequel M. Dodart a épuisé son admiration.

On voit, après ce que nous venons de dire, que les différens tons ne sont autre chose que le son grave ou aigu des cordes vocales, car il est certain que la bouche & le nez n'ont aucune part à ce changement. Le nombre des vibrations règle le ton des cordes sonores, une quantité double en tems égal donne l'octave & les autres accords à proportion. Mais quel art est capable de monter celles du larinx sur tous les tons & sur toutes les parcelles imaginables de ces tons ? On ne sçauroit soupçonner que trois moyens, le premier seroit de partager ces cordes, ou de n'en laisser agir qu'une partie, la moitié pour l'octave aigue, le quart pour la double octave, &c. ce qui est évidemment impraticable. Le second moyen seroit la *contraction* volontaire des cordes vocales, mais cette contraction est une propriété réservée aux fibres charnues, & ces rubans n'ont rien qui en approche. Le troisième & dernier moyen, le plus simple & le plus aisé de tous, est l'alongement ou plûtôt la *distension* produite par l'alongement des cordes vocales, en supposant des puissances qui les tirent

XVII. La diversité des tons de la voix est causée

par la distension & l'alongement des rubans tendineux.

en ſens contraires, c'eſt le ſeul méchaniſme qu'on puiſſe imaginer avec quelque vraiſemblance. Nous allons voir par une expérience frappante combien cette cauſe eſt propre à produire la variété des tons de la voix.

Expériences ſur cela.

Je ſépare le larinx d'un homme ou d'un chien indifféremment, je ſaiſis avec les doigts ou avec des pincettes l'extrémité poſtérieure des rubans tendineux, & je les tire d'avant en arrière, ils ſont forcés de s'alonger & de ſe tendre, je fais alors ſonner ce larinx, & je conſidère le mouvement des rubans; je vois diſtinctement que la promptitude de leurs vibrations augmente avec la tenſion juſqu'à ce que leur vîteſſe exceſſive les dérobe enfin à la vûe, j'entends au même inſtant leur ſon qui monte à la quarte, la quinte, l'octave, ſuivant le degré de tenſion des cordes vocales & le nombre de leurs tremblemens.

Si je tire inégalement ces cordes, elles quittent l'uniſſon, elles jouent différentes parties, tantôt ſur de bons accords, tantôt ſur de mauvais.

Ces effets ſont conſtans; le ton monte par la *diſtenſion*, ſoit qu'on élargiſſe ou qu'on rétréciſſe la glotte pendant l'expérience, ſoit qu'on augmente ou qu'on diminue la force du vent.

Un ruban détaché dans toute ſa longueur, tenant uniquement par les deux bouts, monte de même à meſure qu'on le diſtend.

La tenſion acquiſe par l'alongement de deux ou trois lignes m'a paru ſuffire pour remplir toute l'étendue de la voix humaine.

Démonſtration tirée de l'Anatomie.

L'artifice que nous venons de mettre en œuvre, ne fait qu'imiter celui de la nature. J'ai découvert que les cartilages du larinx tirent les bouts des cordes vocales en ſens oppoſés, qu'ils les tendent par ce moyen, & les font monter à tous les degrés de l'étendue de la voix : ce n'eſt pas une conjecture, mais un fait conſtaté par ceux qui ſuivent.

Premier

Premier fait anatomique.

Les cordes vocales vont horisontalement d'avant en arrière, elles tiennent par le bout antérieur au cartilage scutiforme qui fait le nœud de la gorge, & par le bout postérieur aux cartilages *aryténoïdes.*

Second fait anatomique.

Le cartilage scutiforme a un mouvement propre & volontaire d'arrière en avant *(c)*, comme tout le monde peut s'en convaincre par la dissection du larinx. Les cartilages aryténoïdes en ont un autre d'avant en arrière, moins étendu que le précédent, mais connu de tous les Anatomistes.

Troisième fait anatomique.

A la faveur d'un tel mouvement, ces cartilages tirent les cordes vocales en sens opposés, le scutiforme d'arrière en avant, & les aryténoïdes d'avant en arrière. Les cordes s'alongent donc & se tendent à proportion : la quantité de cet alongement peut aller à deux ou trois lignes dans les grands mouvemens.

Il n'y a point à raisonner ni à deviner sur tout cela, ce sont des faits qu'on peut voir aisément sur les pièces d'un cadavre.

La conséquence est évidente : on vient de s'assûrer par expérience, 1.° que ces cartilages tirent en sens opposés les extrémités des cordes vocales; 2.° qu'ils les alongent suivant tous les degrés compris dans l'étendue de deux ou trois lignes; 3.° qu'ils les tendent à proportion ; 4.° qu'une distension pareille suffit pour faire monter le ton de la voix jusqu'aux derniers intervalles de son étendue. Il est donc évident que les tons aigus sont l'effet de la distension des cordes vocales

(c) Le cartilage scutiforme est appuyé à droite & à gauche sur le cartilage *annulaire;* il se meut sur ces appuis comme autour d'un centre, en décrivant un arc de cercle; il se porte tantôt d'arrière en avant & de haut en bas, & tantôt en sens contraires.

causée par le mouvement de ces cartilages. Les tons graves dépendent des causes contraires.

Autre expérience sur le même sujet.

Dans le dessein de rendre cette vérité plus sensible, s'il est possible, je fais sonner le larinx du bœuf, du chien, du cochon, &c. & pour imiter cette suite de tons différens qui caractérisent les plaintes, les cris qu'ils font souvent entendre, je fais mouvoir les cartilages du larinx pour tendre ou relâcher plus ou moins les cordes vocales; par-là j'exprime le mugissement du bœuf, les plaintes du chien, les cris perçans du cochon, & souvent d'une manière qui imite parfaitement la nature même.

Expérience sur l'homme vivant.

Quoiqu'on ne puisse rien ajoûter à la certitude & à l'évidence de ces faits, je vais encore donner les moyens de s'en assûrer dans l'homme vivant, & d'y découvrir la méchanique que je viens d'expliquer. Si on porte les doigts sur le nœud de la gorge, on sent que le cartilage scutiforme se meut d'arrière en avant dans les tons aigus, & d'avant en arrière dans les tons graves; mais voici un moyen plus sûr encore & plus exact, & qui ne laisse rien à desirer là-dessus. J'enfonce le bout du doigt dans un creux qu'on rencontre au dessous du nœud de la gorge ou du cartilage scutiforme; ce cartilage ne sçauroit se mouvoir d'arrière en avant, & alonger les cordes vocales sans rétrécir ce creux & sans presser un peu le doigt: voilà précisément ce qui arrive en faisant cette expérience; on ne peut faire monter la voix d'une octave, d'une tierce, d'un seul intervalle, sans faire sentir au doigt les effets de ce mouvement, c'est-à-dire, les nouveaux degrés de pression. On éprouve au contraire, en baissant le ton, que ce cartilage se meut en sens contraire, & qu'il rend au doigt sa première liberté; on sent enfin l'alternative de ces mouvemens dans les cadences. Cela posé, mettons à côté le larinx d'un cadavre, faisons-lui rendre le son dont nous l'avons trouvé capable, & donnons à son cartilage scutiforme le même mouvement que nous venons de lui trouver en nous examinant nous-mêmes: qu'est-ce qui arrive en conséquence? mêmes effets de part & d'autre; le mouvement

qui rétrécit le creux, ou qui presse le bout du doigt, hausse le ton d'une tierce, d'une octave, dans le mort comme dans le vivant; le mouvement opposé le fait descendre.

Tel est le méchanisme de la Nature dans la production des tons; il ne suffit pas seulement pour remplir l'étendue de la voix pleine, mais encore celle du fausset & d'un petit filet de voix que nous entons sur le fausset.

Passons en montant d'une de ces voix à l'autre; suivons par degrés *conjoints* tous leurs intervalles selon l'ordre *diatonique*, chaque ton, chaque demi-ton fera sentir au doigt le mouvement du cartilage & le rétrécissement du creux dont j'ai parlé. Une chose bien remarquable, c'est que ni le passage d'une voix à l'autre, ni les ports de voix, ni le rire, ni les larmes, ni les sanglots, rien en un mot ne sçauroit déranger ce mouvement, ou lui faire quitter l'échelle des tons. Si on tient ferme sur une même note dans quelque circonstance que ce soit, en passant, par exemple, de la voix pleine au fausset, le cartilage s'arrête pendant toute la tenue, prêt à partir au premier changement de ton; on peut avancer là-dessus un paradoxe des plus singuliers, c'est qu'un homme qui auroit perdu l'ouïe, pourroit connoître, à quelque chose près, de combien la voix monte ou descend, il n'auroit qu'à porter le doigt dans le creux pour juger de la quantité du mouvement de ce cartilage & de la distension des cordes vocales.

XVIII. Merveille de la Nature dans la production des tons.

Ce que nous venons de dire suffit pour mettre en évidence la cause de cette variété prodigieuse de tons & d'accords qui font l'objet principal de la Musique; la délicatesse, la justesse & la promptitude des mouvemens qui la produisent, sont admirables, tout dépend d'un alongement & d'un raccourcissement dont les différences sont renfermées dans les bornes de deux ou trois lignes. Cette petite étendue fait, pour ainsi dire, le manche de l'instrument.

Un Mathématicien célèbre divise l'octave en 301 parties, qu'une voix juste, conduite par une oreille fine, peut aisément entonner. Il n'y a rien que de très-ordinaire à une voix

qui va à trois octaves, en comptant les tons forcés au dessous de la voix pleine & au dessus du fausset; ce sont donc 903 parties de ton qui doivent être marquées dans ce petit espace par des divisions & des subdivisions qui leur soient propres. L'imagination les confond, mais la nature les distingue; elle choisit le point nécessaire pour chaque parcelle de ton, & elle passe de l'une à l'autre avec une justesse qu'il est difficile de concevoir, & avec une rapidité que l'oreille a bien de la peine à suivre.

A la faveur d'un mouvement si simple en lui-même, deux petits rubans remplacent tout ce qu'il y a, que dis-je! tout ce qu'on pourroit imaginer de cordes ou de tuyaux dans l'étendue de trois octaves du clavecin ou de l'orgue: nous voyons à la vérité qu'un seul tuyau suffit dans quelques instrumens pour un certain nombre d'intervalles, mais la division des tons y est très-bornée; d'ailleurs combien de secours empruntés! quelle diversité dans les coups de langue du joueur, quelle variété dans le mouvement des lèvres, quelle combinaison dans l'action des doigts, quelle contention enfin dans le jeu de tant de muscles! que faudra-t-il donc, ou plûtôt que ne faudra-t-il pas pour tous les tons & pour toutes les parties imaginables des tons de la voix? Cependant deux cordes, trois cartilages & quelques petits muscles font cette grande manœuvre: cela suffit à la nature pour exprimer toutes les différences qu'on peut concevoir dans la parole, dans la déclamation, & dans ce que les différentes parties de la musique vocale ont de plus recherché.

XIX.
L'instrument de la voix comparé à un instrument peu connu.

Après tout ce qu'on vient de dire, il est aisé de voir que les instrumens à vent les plus propres à l'harmonie, ne sçauroient être comparés à celui de la voix; les flûtes, les trompettes, les jeux à bizeau de l'orgue n'y ressemblent en rien: en un mot, un instrument à corde & à vent est encore inconnu en musique; mais ce qu'on ne sçauroit découvrir parmi les chef-d'œuvres de l'art, je le trouve au milieu des jeux de l'enfance, c'est un ouvrage fait en trois minutes.

On taille deux pièces de bois, longues de trois ou quatre

pouces, larges d'autant de lignes ; on les couche en long l'une sur l'autre, de manière qu'elles laissent une fente qui ressemble un peu à la glotte ; cette fente, dans toute sa longueur, est séparée en deux par le moyen d'un petit ruban, arrêté par un bout & pendant par l'autre, on met l'instrument entre les lèvres sans l'enfoncer plus avant dans la bouche, le souffle le plus léger excite dans le ruban des vibrations très-sensibles à la vûe, comme je l'ai souvent observé. Ces vibrations produisent un son assés perçant, qui imite quelquefois la voix d'un petit enfant : on prend avec les doigts le bout pendant du ruban, on tire pour le tendre & le faire monter à l'aigu ; on le lâche au contraire pour le faire descendre. Il n'y a point de ton ou de partie de ton dont il ne soit capable, c'est donc un instrument à corde & à vent comme celui de la voix : le méchanisme de la production des tons est le même de part & d'autre.

Quelque vil que paroisse cet instrument, j'ai cru que l'avantage qu'il a de ressembler à celui de la voix, & de contribuer à éclaircir ses usages, méritoit cette description.

La nature agit par les voies les plus simples ; elles n'ont pas à nos yeux ce brillant fastueux que nous admirons dans les ouvrages de l'art, nous n'en jugeons que par nos sens, qui ne peuvent nous en représenter toutes les beautés.

La méchanique du vent appliquée aux cordes sonores est une source de prodiges, c'est elle qui fait que des cordes qui n'ont pas un pouce de longueur, sont capables de rendre un son mâle & vigoureux à l'unisson du *C-sol-ut* du clavecin. J'en donnerai la démonstration dans un autre mémoire ; j'expliquerai les causes qui font octavier la voix de certains animaux, & quelquefois celle de l'homme. Je développerai l'origine de ses variétés dans les différens âges, dans les différens sexes, & même dans ceux qui n'ont point de sexe.

Avant que de finir, je me crois obligé de faire une restriction à laquelle on ne s'attend pas, c'est que les cordes vocales ne sont pas l'organe de toutes les espèces de voix ; telles sont une certaine voix du gosier, & un fausset de XX. Second organe de la voix.

même nature. Les gens que nous entendons chanter dans les rues de Paris, & au lutrin dans nos provinces, ne font souvent aucun usage ni de la glotte, ni des cordes vocales que nous avons décrites ; ils se servent d'un nouvel organe que j'ai découvert, & dont j'ai eu grand soin de constater l'existence. Je connois des animaux qui font agir en même tems ces deux organes, & on distingue dans cet accord deux différentes voix qui sont à plus d'une octave l'une de l'autre. Ce sont des faits qui seront éclaircis dans un autre mémoire, d'une manière à lever tous les doutes.

INSTRUCTION

Sur la manière de faire les Expériences rapportées dans le Mémoire précédent.

POUR faire sonner le larinx, il faut serrer avec le pouce & l'indice les cartilages aryténoïdes l'un contre l'autre, & souffler de bas en haut dans la trachée-artère à la faveur d'un tuyau de 4 ou 5 lignes au *moins* de diamètre.

La poitrine a peine à fournir au larinx du bœuf, du cochon, &c. & je me sers alors d'un soufflet semblable à celui des Emailleurs.

Lorsque je veux donner un plus grand degré de tension aux cordes vocales, & faire monter le son de la voix, je presse le cartilage scutiforme sur la partie antérieure du cartilage *annulaire*, & j'imite par-là son jeu naturel. *Voy. la page 425, avec la note (c), & la p. 426 du mémoire.*

On a quelquefois de la peine à bien rencontrer pour tirer la voix du larinx de cochon ; en revanche bien souvent elle imite si parfaitement la nature, qu'il seroit impossible de la distinguer de celle d'un cochon vivant qu'on bat & qu'on fait crier à outrance, & je n'y ai jamais mieux réussi qu'avec un larinx qui trempoit dans l'eau depuis plus de dix jours.

Lorsqu'on veut voir les vibrations des cordes vocales, il faut retrancher du larinx toutes les parties qui sont au dessus d'elles.

Pour faire plus commodément la plûpart des expériences rapportées dans le mémoire, on aura une machine fort simple, composée d'une petite planche de bois & de trois bâtons hauts de 8 pouces, fichés perpendiculairement dans la planche ; chaque bâton porte une cheville mobile sur son axe comme celles d'un violon. Je suspens le larinx par le moyen de trois fils assés forts qui se roulent chacun autour d'une cheville, & qui tiennent par l'autre bout, l'un à la partie antérieure du larinx, vis-à-vis l'extrémité des cordes vocales, le second au cartilage

aryténoïde droit, & le troisième au cartilage aryténoïde gauche; ces fils servent à tirer en sens contraires les cordes vocales, à les tendre toutes deux également ou inégalement, & à les soûtenir dans tel degré de tension qu'on veut leur donner. J'enfile aussi les deux cartilages aryténoïdes avec une aiguille sur laquelle on les fait ensuite couler pour les rapprocher ou les éloigner, & mettre la glotte au point de rétrécissement ou de dilatation qu'on peut souhaiter.

Lorsque je veux arrêter les vibrations, & faire cesser le son d'une corde ou d'une partie de la corde, comme dans les expériences des pages 421 & 422 du mémoire, je saisis cette partie avec de petites pincettes de fer blanc, ou de bois, qui meurtrissent moins que les autres, & je me sers alors des larinx d'homme, de chien, de cochon, &c. Ceux des jeunes animaux qui croissent encore, m'ont paru beaucoup moins bons que les autres. Comme la glotte du cochon est fort longue & la dépense d'air très-considérable, souvent je la raccourcis en faisant un point d'aiguille près des cartilages aryténoïdes.

Quand les cordes vocales sont inégalement tendues, celle qui sonne l'aigu reste quelquefois immobile.

Une portion de ces cordes, une moitié qu'on voudra faire monter à l'octave, sonne aussi d'autant plus difficilement qu'elle a moins de longueur, cependant cela me réussit à l'Académie sur le larinx du chien dès la première tentative, quoique ces moitiés ne fussent que d'environ 3 lignes, & que je n'eusse pas le secours de la machine; mais le larinx du cochon qui a les cordes vocales beaucoup plus longues & même plus mobiles, vaut mieux en cette occasion, sur-tout quand il s'agit d'accorder le son de la moitié, par exemple, ou des deux moitiés de l'une avec le son de la totalité de l'autre (*Voy. les expériences de la page 422 du mémoire*). Le plus souvent on y réussit du premier coup, & même à tous les coups, comme il arriva en faisant ces expériences devant M. le Comte de Caylus, M. le Marquis de Gouvernet, & quelques-uns des membres des Académies des Sciences & des Belles-Lettres; & dans une autre occasion, en présence de M. de Nicolaï, premier Président de la Chambre des Comptes, de M. de Fouchy, de cette Académie, & bon juge en pareille matière, & de plusieurs curieux. Les deux sons, l'un à l'octave grave, l'autre à l'octave aigue, étoient même dans ces deux occasions forts & perçans.

Dans toutes ces expériences, quand on doute si l'une des cordes, ou si une partie des cordes sonne, il est aisé de sçavoir à quoi s'en tenir, il suffit d'y jetter les yeux, on voit si elle s'agite, ou si elle est sans mouvement. *Voyés la page 422.*

Dans le cours de ces expériences j'ai remarqué plus d'une fois des effets bizarres en apparence, mais dans le fond toûjours soûmis aux mêmes règles: 1.° Nous avons fait observer que la force de la voix augmente par celle de l'air & par le rétrécissement de la glotte, ou, ce qui revient au même, par l'approche mutuel des cartilages aryté-

noïdes *(Voy. la page 418 du mémoire)*, c'eſt que l'air a plus de priſe ſur les cordes vocales, & qu'il leur imprime des mouvemens plus conſidérables ; par la même raiſon cet air ſemblable à un archet, faiſant courber ces mêmes cordes, & les écartant l'une de l'autre, doit augmenter un peu leur tenſion, & faire monter le ton en forçant le ſon, ſoit que d'ailleurs il le faſſe monter d'une quantité ſenſible ou inſenſible *(page 419.)* J'avois fait plus d'une fois cette expérience ſur des larinx d'homme & de chien, ſans fixer les cartilages auxquels les cordes vocales ſont attachées : je n'avois remarqué nul changement ſenſible dans le ton ; mais je l'ai répétée depuis ce tems-là ſur des larinx dont les cartilages étoient arrêtés ſur la machine par le moyen des fils, cela m'a donné le plus ſouvent la différence d'un demi-ton, quelquefois d'un ton, &c. On voit aiſément pourquoi le ſuccès n'a pas été le même dans ces deux cas, c'eſt que les cordes pouvoient céder à l'effort de l'air dans le premier & non pas dans le ſecond, parce que leurs extrémités étoient fixées dans celui-ci. 2.° J'ai fait remarquer dans le mémoire un effet bien différent de celui dont nous venons de parler : quelquefois le ton monte par la dilatation de la glotte & par la lenteur du mouvement de l'air *(page 419)* ; c'eſt ce qui arriva pluſieurs fois en faiſant les expériences devant M.rs de Mairan, Nicole & Camus, de cette Académie ; le rétréciſſement de la glotte & la viteſſe de l'air firent toûjours deſcendre le ton, & au contraire la dilatation de l'une & le peu de mouvement de l'autre le firent monter très-ſenſiblement. La raiſon eſt que les cordes vocales n'étant pas d'elles-mêmes auſſi libres & auſſi mobiles que celles des inſtrumens ordinaires, ne cèdent ſouvent qu'en partie, lorſque le vent n'a pas aſſés de priſe ſur elles : quelquefois le bord inférieur eſt en repos, quelquefois les extrémités n'agiſſent pas, parce que ces endroits ſont plus gênés que le reſte. Dans le premier cas, c'eſt une corde plus grêle qui ſonne ; dans le ſecond, c'eſt une corde plus courte. Il en eſt de même lorſque les cordes vocales forment enſemble des angles trop aigus, & que les vibrations n'ont pas un eſpace ſuffiſant, de manière qu'elles ſe nuiſent ou s'arrêtent mutuellement, ſur-tout lorſqu'elles ſont fort conſidérables.

Il eſt inutile de dire que ces expériences ſuppoſent un peu d'habitude avec la muſique-pratique & quelque connoiſſance de la théorie des inſtrumens à corde & à vent ; j'en ai rappellé les principaux chefs dans le mémoire *(pag. 410, 411, 412, 414 & 415)*.

Au reſte le creux dans lequel j'ai dit qu'on pouvoit porter le doigt pour juger de la tenſion des cordes vocales, n'eſt que l'eſpace qui ſe trouve entre les cartilages ſcutiforme & *annulaire (pag. 426, 427)*.



ECLIPSE

ECLIPSE DE LUNE

Observée le 13 Janvier 1740, à l'Hermitage qui est sur la Montagne de Sainte-Victoire, à trois lieues à l'orient d'Aix en Provence.

Par M. l'Abbé DE LA CAILLE.

J'AI observé cette Eclipse avec une lunette de 7 pieds de longueur. La Lune étoit d'abord dans une brume fort épaisse, qui a duré jusque vers les dix heures & demie, tems auquel le Ciel s'est éclairci parfaitement. Les tems vrais de cette observation ont été marqués à une excellente Pendule de M. Julien le Roy, elle étoit réglée depuis un mois par des hauteurs correspondantes du Soleil. 22 Mai 1743.

A 8h	46'	50"	du soir, commencement incertain à cause de la brume.
8	53	53	Képler ne paroît plus.
8	59	0	l'ombre à *Mare Humorum.*
9	2	34	on ne voit plus Skikardus.
9	3	50	on ne voit plus Copernic.
9	9	37	on ne distingue plus Tycho.
			La brume est si épaisse, qu'on ne voit plus aucune tache évidemment.
9	43	0	on ne voit plus *Mare Crisium.*
9	50	25	immersion totale de la Lune, assés exacte.
9	50	50	on ne distingue plus le bord de la Lune.
11	38	16	commencement de l'émersion.
11	38	30	l'émersion est certainement commencée, & l'ombre est fort bien terminée.
11	42	27	Grimaldi commence à sortir.
11	42	52	il est sorti.
11	45	16	Galilée sort.
11	47	3	Képler commence à paroître.
11	48	15	il est sorti.

11^h	$51'$	$14''$	*Mare Humorum* ſur le bord de l'ombre.
11	57	34	*Mare Humorum* totalement hors de l'ombre.
12	1	18	Copernic paroît.
12	4	29	il eſt ſorti.
12	8	13	Tycho au bord de l'ombre.
12	9	13	il eſt entièrement hors de l'ombre.
12	16	58	Manilius eſt ſorti.
12	20	5	Menelaüs eſt ſorti.
12	24	54	*Mare Serenitatis* hors de l'ombre.
12	33	32	*Mare Nectaris* hors de l'ombre.
12	38	37	*Mare Criſium* eſt ſortie.
12	43	33	l'Eclipſe paroît finie.
12	43	56	l'Eclipſe eſt certainement finie.

A 12^h 7′ je remarquai que quoique l'ombre de la Terre fût fort bien terminée, elle paroiſſoit cependant courbée vers le milieu en forme d'un angle ſphérique de 140 à 150 degrés. A 12^h 30′ cette apparence ne ſubſiſtoit plus, l'ombre paroiſſoit très-bien projettée.

Cette Eclipſe n'a pu être obſervée à Paris à cauſe du mauvais tems. Pour l'y réduire, il faudra retrancher 12′ 58″ de toutes les phaſes précédentes. C'eſt la différence exacte des Méridiens de Paris & de cet Hermitage, qui réſulte des obſervations immédiates & des opérations géométriques. On en peut voir le détail dans le Livre que M. de Thury vient de publier ſur la vérification de la Méridienne de l'Obſervatoire, dans toute l'étendue du Royaume.



RECHERCHE DU NOMBRE DES RACINES RÉELLES OU IMAGINAIRES, RÉELLES POSITIVES OU RÉELLES NÉGATIVES, *Qui peuvent se trouver dans les Équations de tous les degrés.*

Par M. l'Abbé DE GUA.

PLUSIEURS habiles Géomètres ont déja écrit sur la matière que j'entreprends de traiter ; mais quoique ces Auteurs aient fait successivement sur ce sujet des découvertes importantes, les règles qu'ils nous ont laissées n'ont cependant pas l'avantage d'être tout à la fois exactes, générales, & aussi simples qu'elles pourroient l'être. C'est cet ouvrage imparfait que je me propose de porter, s'il m'est possible, à la perfection dont je le crois susceptible.

Je diviserai ce mémoire en deux parties.

La première contiendra un abrégé historique des règles qui ont été imaginées jusqu'à aujourd'hui pour déterminer le nombre des Racines ; je ferai mention à cette occasion de la plûpart des autres découvertes de l'Analyse, & je tâcherai en même tems de remplir l'engagement que j'ai pris dans mon dernier mémoire, de détruire l'opinion que Wallis paroît avoir voulu établir, que c'étoit à Harriot, auteur Anglois, plûtôt qu'à Viete & à Descartes nos compatriotes, qu'on en étoit principalement redevable.

Dans la seconde, j'expliquerai les règles que j'ai trouvées pour déterminer le nombre des Racines, réelles ou imaginaires, réelles positives ou réelles négatives, dans une Équation d'un degré quelconque ; je comparerai ces règles à celle que M. Stirling a donnée pour connoître le nombre

des Racines imaginaires, & avec laquelle elles ont assés de rapport ; enfin j'en ferai l'application aux Equations du 3.me & du 4.me degré, & dans le dernier de ces deux degrés leurs résultats se trouveront un peu différens des règles qu'on a eues jusqu'à présent.

PREMIERE PARTIE.

Luc Paciolo, Cordelier Italien, connu aussi sous le nom de *Frater Lucas à Burgo sancti Sepulchri*, a été le premier qui ait rendu publiques les règles d'Algèbre *(a)*, que les Arabes & les Maures avoient apportées dans l'Espagne, & qui de là s'étoient répandues dans tout le reste de l'Europe *(b)*.

(a) Je n'examine point si Platon est en effet le premier inventeur de l'Analyse, selon que Théon paroît l'avoir cru. Je ne rechercherai point quel progrès pouvoient y avoir fait ou Diophante ou d'autres Auteurs anciens, qui, selon que Pappus nous l'apprend, s'y étoient principalement appliqués; Euclide, par exemple, Apollonius, Aristée, Eratosthène & Pappus luimême, non plus que Mahomet ben Musa ou Geber & les autres Arabes cités par Wallis. Je me borne à ce que nous ont laissé là-dessus différens Auteurs qui ont écrit depuis le renouvellement des Mathématiques en Europe. Or, me resserrant dans cet espace de tems, ce que j'avance ici sur l'Algèbre est absolument certain; car on ne connoît personne qui ait donné des règles de cette science avant Paciolo. Ne pourroit-on pas même en dire autant de l'Arithmétique, puisque le traité que Jean Sacrobosco, ou Halifax composa en 1232, selon Vossius, a toûjours resté manuscrit !

(b) J'embrasse ici avec Wallis le sentiment le plus commun. Je sçais néanmoins que quelques Auteurs Italiens, trop jaloux peut-être de la gloire de leur nation, ont prétendu que Léonard de Pise avoit été s'instruire dans l'Arabie même, & qu'il en avoit apporté immédiatement en Italie l'Arithmétique & l'Algèbre. Cette opinion est sur-tout fondée sur l'autorité de Tartaglia, qui s'exprime en ces termes : *M'e stato anchor referto da piu persone, ch' un Leonardo Pisano trasportò la prattica di queste tre scienze, ovver discipline, Arithmetica, Geometria, ed Algebra di Arabia in Italia ; perche essendo stato un tempo in quelle bande, ed havendo ottimamente imparato la prattica di dette tre scienze, ed essendo poi alla patria ritornato, compose una degna opera in la prattica di tai discipline, la qual opra giamai è stata data alla luce...* &c. Tartagl. Gen. Trat. di num. Par. 1. p. 1. fol. v.° Vineg. 1556.

Pour Cardan qui étoit Italien, ainsi que Tartaglia, il garde le silence sur cet article en particulier, & voici ce qu'il se contente de dire : *Hæc ars olim à Mahomete Mosis Arabis filio initium sumpsit : etenim hujus rei locuples testis Leonardus ; reliquit autem capitula quatuor cum suis demonstrationibus quas nos locis suis adscribemus. Post multa verò temporum intervalla tria capitula derivativa addita illis sunt incerto Autore, quæ tamen cum principalibus à Luca Paciolo posita sunt. Demum...* &c. Card. initio Art. magn. Basil. 1570.

L'ouvrage de ce religieux, composé en mauvais Italien, & qui a pour titre *la divina proporzione della Disciplina Mathematica*, a été imprimé à Venise en caractère Gothique l'an 1494, 32 ou 33 ans seulement après la découverte de l'art de l'Imprimerie, & un an avant qu'on commençât à se servir du caractère Italique. On en fit dans l'année 1509 en ce nouveau caractère une seconde édition, qui a été la dernière; de sorte que par son ancienneté ce Livre est devenu aujourd'hui extrêmement rare, sur-tout en de-çà des Monts.

On y apperçoit, pour ainsi dire, les premières traces de la détermination du nombre des Racines des Equations. L'Auteur, dont les recherches analytiques se bornent à la solution des Equations du second degré, & qui ne connoît d'utiles à cette solution que les seules Racines réelles positives, regarde comme insoluble le cas où les trois termes de l'Equation auroient le même signe, & se trouveroient placés du même côté du signe d'égalité; d'où il s'ensuivroit que l'Equation ne pourroit avoir que des Racines négatives. Il ne se propose donc en tout que trois cas à résoudre, & il donne la solution convenable à chacun d'eux dans autant de strophes de mauvais vers techniques Latins, qui comprennent quatre vers chacune. Les deux premiers de ces cas pourroient s'exprimer par les formules suivantes, $xx + ax = b$, $xx = ax + b$, & Paciolo assigne à chacun une Racine seulement ; ce qu'il doit faire en effet dans ses principes, puisque ces deux cas ont, comme on sçait, l'un & l'autre une Racine réelle positive & une Racine réelle négative. Quant au troisième cas, qui pourroit être représenté par cette formule $xx + b = ax$, il lui donne deux solutions, selon qu'on le peut voir par les vers dont j'ai parlé, & dont voici les derniers :

At si cum numero[1] *census*[2] *radices*[3] *æquabit,*

1. Le terme constant.
2. Le terme où se trouve le quarré de la Racine cherchée.
3. Le terme qui renferme la Racine linéaire.

Drachmas[4] *a quadrato deme rei*[5] *medietatis,*
Hujus quod superit[6] *radicem adde trahe-ve*
A rebus[7] *mediis*[8]*; sic censûs*[9] *costa notescet.*

4. Le terme constant.
5. Le coëfficient de la Racine linéaire.
6. Au lieu de *supererit*.
7. Le coëfficient de la Racine linéaire.
8. Au lieu de *à rerum dimidio*.
9. La Racine du quarré proposé, ou la Racine cherchée.

Ce n'est pas néanmoins qu'il pense que dans ce cas la solution soit toûjours possible; il détermine au contraire les conditions qui le rendent *résoluble,* dans une remarque qu'on trouve après la distinc. 8, du 5.me trait. p. 147, fol. v.o de la première édition, & à laquelle il a donné pour titre, *Notandum utilissimum;* car les titres de cet ouvrage sont en Latin, quoique l'ouvrage même soit en vieux langage de Romagne, assés semblable au Napolitain *(c).*

A juger du mérite de Paciolo par les seules règles dont nous venons de parler, on pourroit dire qu'à cela près qu'il ne connoissoit pas quel parti on pouvoit tirer des Racines négatives, il auroit donné un traité assés exact des Equations du premier & du second degré.

Mais s'il n'a point ignoré que les Equations pouvoient avoir plus d'une Racine, il s'en faut bien qu'il ait connu toute l'étendue des usages de cette découverte: au contraire, dans le cas des deux Racines réelles positives, il paroît douter que les deux Racines puissent l'une & l'autre satisfaire généralement à la question proposée *(d)*, & il est encore moins

(c) El perche ancora, dit-il dans cette remarque, *è da sapere, quando el censo el numero se aguagliano a le cose, recata che sia la equazione a un censo, sel numero qual si trova in la detta equazione, sel non è minore o veramente eguale al quadrato de la mita de le cose, il caso essere insolubile, e per conseguente detto agguagliamento non posse avvenire per alcun modo, come avverria chi dicesse, trova mi uno numero che sopra il suo quadrato postovi 7, ovvero 8, ovvero qualunch'altra quantità moggiore di 6 ¼, faccia quanto el detto numero moltiplicato per 5, dico questo essere impossibile, perrocche tu porriai... .....* &c.

(d) Sicchè, dit-il, *l'uno e l'altro modo satisfa el tema. Ma a le volte*

excusable de penser, comme il le témoigne ailleurs, que l'Analyse doive se borner aux règles seules qu'il donne pour les Equations du second degré, ou pour celles des degrés supérieurs, qui par quelques transformations simples seroient réductibles au second *(e)*.

Au reste, quoique nous ayons dû reprendre ces deux fautes dans le Livre dont nous parlons, si l'on juge néanmoins de cet ouvrage à d'autres égards, & sur-tout relativement au tems dans lequel il a été écrit, nous conviendrons sans peine avec Raphaël Bombelli *(f)*, qu'il mérite de grands éloges. Outre les élémens précieux d'Algèbre & d'Analyse qu'on a vû qu'il contenoit, il comprend encore un traité d'Arithmétique fort étendu, & qu'on peut même regarder

se have la verità à l'uno modo, a le volte, a l'altro; el perche se cavando la radice del ditto remanente de la mità de le cose non satisfacesse al tema, e tu la ditta radice aggiongni a la mità de le cose, e averai el quesito; e mai fallarà che a l'uno di li doi modi non sia satisfatto el quesito, cioe giongnendola, ovvero cavandola del dimeccamento de le cose... &c. Et plus bas il ajoûte : *E mai avvirrà che a l'uno o l'altro modo non venga el quesito; purche (come di sopra l'ho detto) lo numero che si accompagna con lo censo sia minore ovvero eguale al quadrato de la mità de le cose*... &c... Ibid.

(e) Le quali cose, ce sont ses termes, *se perfettamente conoscerai (com' ho detto) senza dubbio a ciascuna quistione proposta potrai retta risposta dare; e mai te potrà occorrere caso del quale fin ora lo intelletto humano n'abbia potuto avere notizia, del quale mediante alcuno de le sei date regole, ovvero capitoli, ovvero de lor proporzione, ovvero proporzionalità non possi expedire; li quali capitoli (massime li tre composti) tutti sono fondati in sù la sancta verità de la 5ª e 6ª conclusione del secondo, ed a quelli doi tutte le quistioni che mai possino a l'operante pervenire a modo detto si possono redorre*... &c. . . . Ibid.

(f) Cet Auteur, dans la préface de son Algèbre, dont nous parlerons plus bas, parle de Frère Luc de cette sorte : *Il quale in vero (sebben fù scrittore trascurato, e perciò commise qualch'errore), non dimeno egli il primo fù che Luce diede a questa scienza, anchorche alcuni sieno che se ne facciano cavaglieri, ed a se attribuiscano tutto l'onore, malvagiamente accusando i pochi errori del frate, e tacendo l'opere sue bone*... &c. Le Géomètre que Bombelli a ici le plus en vûe, est sans doute Tartaglia, qui, à la suite du passage que nous avons déja rapporté de lui à la note *(b)*, ajoûte : *La qual opra (di Leonardo Pisano) giamai è stata data in luce, e dicono che la causa di questo è processa perche frate Luca Paciolo (come che ancora lui medesimo in piu luoghi testifica) ne ricolze tutti i fiori, e li interpose nell'opra sua : ma per quanto ho visto, e discorso, lui veli interpose senza ordine alcuno*..... &c.

comme complet, quoique ce ſoit le premier qui ait été imprimé, & que l'Auteur, lorſqu'il l'a compoſé, n'ait guère pu être aidé que des manuſcrits de Sacroboſco & de Léonard de Piſe *(g)*.

La première découverte marquée qui ſe ſoit faite dans l'Analyſe depuis Luc Paciolo a été celle de la formule générale pour la réſolution des Equations du troiſième degré. Si nous en croyons Jérôme Cardan, Médecin de Milan *(h)*; c'eſt principalement à Scipion Ferrei, Profeſſeur de Mathématique à Bologne, que nous en ſommes redevables. Cet Auteur rapporte encore qu'environ 30 ans après que cette

(g) Voyés ce qui a été dit aux notes *(a)* & *(b)*.

(h) Cardan au 4.me ch. de l'édit. de Lyon 1663, p. 262, s'exprime en ces termes : *Verùm temporibus noſtris Scipio Ferreus Bononienſis capitulum cubi & rerum numero æqualium invenit.... Hujus æmulatione Nicolaus Tartaglia Brixellenſis, amicus noſter, cùm in certamen cum illius diſcipulo Antonio Mar. Florido veniſſet, idem capitulum ne vinceretur invenit...... qui mihi illum multis precibus exoratus tradidit.* Et plus haut, chap. 2 : *Scipio Ferreus Bononienſis, jam annis abhinc triginta ferme, capitulum hoc invenit, tradidit verò Ant. Mar. Florido Veneto, qui, cùm in certamen cum Nic. Tartaglia Brixellenſi aliquando veniſſet, occaſionem dedit ut Nicolaus invenerit, & ipſe, cùm nobis rogantibus tradidiſſet ſuppreſſâ demonſtratione, freti hoc auxilio demonſtrationem quæſivimus, eamque........* Il avoue, après le premier paſſage, avoir été aidé dans la recherche de cette démonſtration par Louis Ferrari de Bologne ſon écolier.

Au reſte Tartaglia parle lui-même de cette diſpute avec Antoine Mar. Fiore dans ſon 25.me dialogue, en date du 10 Décembre 1536, avec Maeſtro Zuanne dé Tonnini; il nous y apprend qu'ils y étoient convenus, Fiore & lui, de conſigner chacun 30 problèmes entre les mains d'un Notaire, pour être échangés reſpectivement, ſous condition qu'après 40 ou 50 jours celui qui en auroit réſolu le plus ſeroit réputé le plus habile, & outre cela qu'il recevroit de l'autre un petit repas par problème : *oltra non ſo che puocho di ſcotto che liinitaſti per ogni queſito.* Fiore qui ſe vantoit, pour faire peur à Tartaglia, *per farmi paura*, qu'il ſçavoit réſoudre cette équation $x^3 + px = q$, prétendant que le ſecret lui en avoit été enſeigné 30 ans avant par un grand Mathématicien, prit le parti de ne propoſer que des problèmes qui en dépendoient, au lieu que Tartaglia lui en propoſa de toute eſpèce, pour faire voir, dit-il, *che io era univerſale, e ch'el mio fondamento non era ne in una, ne in due, ne in tre mie particolari invenzioni o ſecreti.*

Tout cela fut exécuté, & il arriva, ſi nous en croyons Tartaglia, qu'ayant trouvé la veille la réſolution de l'Equation dont nous parlons, il répondit en deux heures de tems à toutes les queſtions de ſon adverſaire, & qu'il le remplit ainſi de confuſion.

découverte

découverte eut été faite, Antoine-Marie Florido, ou Fiore, Vénitien de nation, disciple de Ferrei, & à qui celui-ci l'avoit communiquée, eut quelques disputes de sciences avec Nicolas Tartaglia de Bresse, l'un des plus grands Arithméticiens & Algébristes de son siècle. Tartaglia, par les efforts qu'il fit pour répondre aux différentes questions de Florido, qui n'étoient embarrassantes qu'autant qu'on n'avoit point connoissance d'une pareille formule, vint lui-même à bout de la découvrir; & soit qu'il s'imaginât que la poësie dont on s'étoit servi autrefois pour envelopper les réponses obscures des oracles, seroit propre aussi à cacher les mystères de l'Algèbre, soit que l'estime qu'il avoit pour ses propres productions, les lui fist juger dignes d'être exprimées d'une manière noble & peu commune, il renferma l'énoncé de sa règle en trois tercets Italiens, que Nunez, auteur Espagnol, appelle du nom de *Soneto*, & que voici :

Quando ch'el cubo con le cose appresso
Si agguaglia a qualche numero discreto,
Trovami dui altri differenti in esso,
Da poi terrai questo per consueto,
Ch'el lor prodotto sempre si eguale
Al terzo cubo dalle cose neto,
El residuo poi tuo generale
Delli lor lati cubi ben sottrato
Varrà la tua cosa principale.

Ce qui se peut rendre en cette sorte : *Étant donnée cette Équation* $x^3 + px = q$, *décomposés la quantité constante de l'Équation en deux autres, dont le produit soit égal au cube du tiers du coëfficient de l'inconnue linéaire* (problème qui dépend de la résolution d'une Équation du sixième degré réductible au second), *& la différence des Racines cubes de ces deux parties de la quantité constante, ou de l'homogène de comparaison, sera la Racine que vous cherchés, pourvû que vous ayés attention, de*

mettre dans cette expression avec le signe + la Racine dont il faut soustraire, & avec le signe — celle qu'il faut soustraire.

Quoiqu'une règle d'Algèbre écrite en vers ne paroisse pas destinée à rester secrette, néanmoins ce ne fut que sur les prières réitérées de Jérôme Cardan, que Tartaglia se détermina à lui communiquer ces trois tercets. Tartaglia ajoûte même qu'il ne le fit qu'après en avoir exigé par serment la promesse *(i)* que sa découverte ne seroit point divulguée. Cela supposé, il a eu raison d'accuser, comme il l'a fait, Cardan de peu de fidélité à tenir sa parole : car celui-ci donna bientôt après dans son *Ars magna* la règle en question ; sous prétexte que lui ayant été communiquée sans démonstration, il étoit parvenu à la démontrer ; & assurant en même tems, comme nous l'avons déja remarqué, que l'invention primitive en appartenoit à Ferrei, de qui Florido son disciple l'avoit apprise.

Tartaglia au contraire ne paroissoit point penser que lorsque Florido lui avoit proposé ses différens problèmes du troisième degré, ce Géomètre fût lui-même en état de les

(i) On a déja vû dans la dernière note l'aveu de Cardan au sujet des prières qu'il lui avoit fallu faire pour avoir communication de la règle dont nous parlons. E'coutons-le maintenant dans un dialogue où Tartaglia l'introduit parlant avec lui sur ce sujet, & qui est le 24.me ; c'est Nicolas, c'est-à-dire Tartaglia, qui commence : *Basta*, dit-il, *che in questo non vi ho voluto credere*. Maître Jérôme ou Cardan répond : *Io vi giuro . . . . e da real gentilhuomo, non solamente da non publicar giammai tale vostra invenzione, se mai me le insegnati, ma ancora vi prometto, ed impegno la fede mia . . . . da notarmele in ziffera, acciocche da poi la mia morte alcuno non le possa intendere : se m'el voleti mò credere, se non lasciateli stare.* Et ce n'est qu'après ce serment que Tartaglia dit ses tercets, qui sont en tout au nombre de huit, & où sont compris les trois que nous avons rapportés.

La Lettre que Tartaglia attribue à Cardan, dans la question 36.me confirme ces sermens d'une manière singulière.

Dans la même question il introduit Cardan lui disant en réponse au reproche qu'il lui faisoit de paroître vouloir manquer à sa parole : *Ancora circa a l'altra parte dico che zavariati a dire che aveti inteso che voglia dar fora l'arte magna, e che voglia dar fora li vostri capitoli . . . Quanto al pentirvi havermi dato quel vostro capitolo, per questo non mi muovo per vostre parole a niuna cosa contra la fede vi promisi.*

résoudre *(k)*. Il fut donc outré d'entendre assurer qu'il ne faisoit que partager une invention qu'il prétendoit lui appartenir en propre. Il regarda cette allégation comme une espèce de reproche de plagiat, & il s'en plaignit si amèrement, que Nuñez parlant de lui, & voulant faire comprendre, d'un côté quel cas il faisoit de la découverte qu'il s'attribuoit, & d'un autre combien il étoit piqué qu'on la lui contestât, n'hésite pas de dire qu'il paroissoit en avoir perdu l'esprit *(l)*.

Je ne sçaurois cacher ici que le reproche de plagiat pouvoit tomber sur Tartaglia avec quelque vraisemblance. Bombelli, auteur presque contemporain, nous le peint comme

(k) A la quest. 28 du Liv. des Inventions, page 112, il dit à M: Zuanne dé Tonnini : *Voi non havevi altra certezza che il mio avversario avesse tal secreto, salvo per avermi cosi proposto 30 casi che mi conducevano a quel difficultoso passo; la qual cosa non vi fa certo che lui avesse, over sapesse tal secreto; perche molti sogliono spesse volte per confutar il suo avversario proponere delle quistioni che loro medesimi non le intendono, ne le sapriano risolvere, siccome festi voi a me*... &c. Et à la quest. 14, il dit à la même personne : *Circa ciò vi dovresti arrossire alquanto a proponere ad altri quello che voi medesimo non intendeti, e fingere de intenderlo per farve reputare un gran che.*

(l) El qual se aquexa tanto, y habla con tanta passion che paresce aver perdido el seso, p. 334. fol. v.° Et plus bas : *Y si esto assi es no viiera da tener tanta gloria con sigo por la invencion desta regla; porque habla tanto en ella, y encareça la tanto che haze fastidio*, p. 339. fol. v.°

Rien au reste n'est plus capable de donner une idée juste du cas que Tartaglia faisoit de ses propres productions, qu'une épître dédicatoire qu'il adresse à Henri VIII Roi d'Angleterre. Il dit à ce monarque qu'ayant appris en 1537 les grands préparatifs que Soliman Empereur des Turs faisoit pour venir fondre sur la Chrétienté, il se dépêcha d'achever un petit ouvrage intitulé *le Bombardier*, comme pour l'opposer aux efforts de Soliman : *Ma più sentendo io l'anno 1537 con quanto gran preparamentò si moveva Soliman Imperador dei Turchi per infestar la nostra christiana relligione, composi con gran celerità sopra a tal materia un* operina, *&* *quella publicai accioche tai mie particulari invenzioni si avessero a sperimentare, vedere, e considerare, se di quelle si poteva cavar qualche bon costrutto in beneficio e difenzion di quella. E quantunque,* ajoûte-t-il, *di tal cosa non ne seguitasse altro per vari accidenti (ne manco io me ne curai, perche tal guerra in sumo si risolse) non di meno tal mia operina a provocato varie qualità di persone, e la maggior parte non volgare, ma di supremo ed alto ingegno a travagliar mi di nuovo con altri varii quesiti.*

Une meilleure preuve encore de sa suffisance, c'est la devise qu'il a mise à la tête de ses ouvrages. On y voit un lion qui tient dans ses pattes de devant un dragon dont il se joue, avec ces mots : *Non puo nuocer malignità a fortezza.*

un homme inquiet, qui par la jalousie qu'il avoit de la réputation des autres, se permettoit de parler d'eux d'une manière peu mesurée, & l'on sçait qu'une pareille disposition a souvent des suites injustes *(m)*; Nunez assure de plus positivement qu'il s'étoit attribué plusieurs inventions des Anciens, & en particulier les Livres *de Ponderibus* de Jordan, dont il se trouvoit un exemplaire dans la Bibliothèque de Saint Victor de Paris *(n)*.

Malgré cela on a rendu justice à Tartaglia, au moins en partie, c'est-à-dire qu'il a été regardé comme auteur de la formule, concurremment avec Ferrei. Les Auteurs postérieurs, si on en excepte Jérôme Cardan, se sont seulement restreints à ne point donner à cette découverte, quelqu'importante qu'ils l'aient jugée, des éloges aussi emphatiques que lui en donnoit Tartaglia lui-même.

Pour Cardan, qui pensoit y avoir eu quelque part, parce que, selon que nous l'avons déja observé, il avoit démontré & rendu publique dans ses propres ouvrages la formule que Tartaglia s'étoit contenté de lui enseigner sans démonstration; il en a parlé aussi avec une espèce d'enthousiasme: *Rem sanè*, dit-il, *pulchram & admirabilem, cùm omnem humanam*

(m) Allhora egli (Tartaglia) *pensava haver dato honorato saggio di se, quando che di alcuno havesse sparlato; il che offese quasi tutti i nobili intelletti, vedendo com'egli e del Cardano, e del Ferrario straparli, ingegni a questi nostri tempi più tosto divini che umani.* Bomb. pref. di Alg.

(n) Y lo peor es que se haze inventor di otras reglas muy antiguas, e communes, que todos tenemos. Dize que en el anno 536, la noche de san Martin, la qual fiesta dize que cayez entonces en sabado, fantasticando en el lecho, quando non potia dormir, hallo cap. generale al cap. de censo de cubo y cubos yguales a numero, y para otros cap. de las mismas dignitades (cette histoire se trouve en effet dans Tartaglia, Livre des Inventions) *siendo esta dottrina muy commune, la qual trahe fray Lucas, y de la qual todos havemos usado antes que el tal cosa fantasticasse.* Nun. pag. 339, fol. v°.

Et plus haut, pag. 334, fol. v.° *Mas pues esto Nic. Tartalea tanto celava los sus inventos, y tanto pesar ricebia porque otros los divulgasse, puesto que confessasse aver los deprendido, no viiera da attribuir a se los libros de Ponderibus de Jordano, los quales puso per obra suya en el dicho libro suyo de las invenciones, los quales libros de Jordano yo tengo escriptos a mano, y fueron translados de la libreria di S. Victor de Paris.*

ſubtilitatem, omnis ingenii mortalis claritatem ars hæc longè ſuperet, donum profectò cæleſte, experimentum autem virtutis animorum atque adeò illuſtre, ut qui hæc attigerit, nihil non intelligere poſſe ſe credat. Card. ars magn. tom. 4. pag. 222.

Ce n'eſt pas néanmoins que cet Auteur ne connût parfaitement que l'uſage de cette formule étoit limité; il avoit même porté ſes recherches juſqu'à vouloir découvrir à quel point il l'étoit. On ſçait que lorſqu'une Propoſée quelconque du 3.me degré doit avoir tout à la fois trois Racines réelles, ces Racines ne ſont données par la formule dont je parle, & qu'on nomme communément la *formule de Cardan,* que ſous des expreſſions imaginaires. Or Cardan avoit établi pour principe, lorſqu'il traitoit de la réſolution des Equations du 2d degré, que tout Problème dont la ſolution ne pouvoit conduire qu'à des effections impraticables, étoit impoſſible dans ſon énoncé : *Semper autem pro regula generali in hoc tractatu toto eſt obſervandum quòd cùm ea quæ præcipiuntur fieri non poſſunt, nec illud quod proponebatur fuit, nec eſſe potuit.* Et ainſi il paroîtroit s'enſuivre de-là qu'il auroit dû regarder comme abſolument impoſſible, la ſolution du cas dont nous parlons, & qui bien-loin d'être en effet impoſſible, ſe conſtruit au contraire en Géométrie de trois façons différentes.

Cependant il avoit apperçu qu'alors même il arrivoit ſouvent que l'addition d'un certain cube, faite à propos à chacun des deux membres de l'Equation, donnoit à ces deux membres un diviſeur linéaire commun, & qu'abaiſſant ainſi le degré de l'Equation, elle fourniſſoit les moyens de la réſoudre.

Il s'attacha donc à diſcerner généralement les cas où une telle addition pourroit ſe faire, ou bien, ce qui eſt la même choſe, ceux où la Propoſée pourroit avoir des diviſeurs rationnels, & où par conſéquent il ſeroit poſſible d'exprimer algébriquement les Racines d'une manière plus ſimple que la formule ne les exprimoit.

Mais quant aux cas dont la ſolution ne peut ſe ſimplifier

par les méthodes qu'il décrit dans ce Livre, il ne prononce pas s'ils ont, ou s'ils n'ont point de Racines, ni en quel nombre ils peuvent en avoir; de sorte qu'on peut réduire à ces cinq chefs ce qui se trouve, ou ce qu'il y a à desirer dans cet Auteur sur le nombre des Racines : matière qui fait actuellement l'objet particulier de nos recherches.

1.° Il ne connoît point, non plus que Paciolo, l'usage des Racines réelles négatives.

2.° Il n'a point commis la faute que nous avons remarquée dans l'ouvrage de ce Religieux, au sujet des Equations du 2.d degré, qui peuvent avoir deux Racines réelles positives: il dit au contraire formellement qu'en ce cas *tam aggregatum quàm residuum est rei æstimatio.*

3.° Il détermine fort bien (dans ses principes) la Racine des Equations du 3.me degré, dont le second terme est évanoui, lorsque ces Equations n'en peuvent avoir qu'une de réelle, c'est-à-dire que, si elle est négative, il n'en assigne aucune, & si elle est positive, il en donne la véritable valeur.

4.° Pour les cas où les trois Racines doivent être toutes ensemble réelles, il ne les examine qu'autant qu'ils peuvent être réduits aux degrés inférieurs, & ce n'est que dans cette supposition qu'il entreprend de déterminer le nombre des Racines réelles & positives; encore ne donne-t-il pas pour cela des règles absolument générales.

5.° Il réduit assés généralement à la formule où le second terme est évanoui les principales des autres formules qu'on peut imaginer dans le 3.me degré.

Raphaël Bombelli, de Bologne, qui n'étoit pas de beaucoup postérieur à Cardan, & dont nous avons eu déja occasion de parler, au sujet des jugemens qu'il a portés de Luc Paciolo & de Tartaglia, paroît être tombé dans l'erreur de Paciolo, que Cardan avoit néanmoins évitée *(o)*; mais cela n'empêche pas que son Algèbre imprimée à Bologne en 1579,

(o) Il dit, page 262, liv. 2 de son Algèbre, édit. de 1579. *Ma avvertiscasi che nei quesiti alcuna volta, benche di rado, il restante non serve, ma bensi la somma sempre.*

ne soit un Livre excellent, & qu'on n'y remarque différentes découvertes qui n'avoient point encore paru jusqu'alors.

En premier lieu c'est dans cet ouvrage qu'on trouve pour la première fois le calcul des Radicaux.

En second lieu, Bombelli est le premier qui ait fait entrer dans les calculs les Racines impossibles : il les appelle *piu di meno,* ou bien *meno di meno,* comme s'il vouloit dire, Racines positives ou négatives d'une quantité négative, & il résout par leur moyen le cas impossible du 2.d degré *(p).*

3.° Après avoir perfectionné *(p. 292. & suiv.)* les règles qu'avoit données Cardan pour reconnoître si les Equations du 3.me degré n'ont point de diviseur numérique, & ayant trouvé néanmoins que ces règles ne sont pas générales, il applique ici ses expressions des Racines impossibles : il tire les Racines cubes irrationnelles des deux binomes irrationnels que contient la formule de Cardan (ce qui est toûjours praticable lorsque la Proposée admet des diviseurs), & ajoûtant ensemble les deux Racines irrationnelles & impossibles trouvées, leur somme qui devient rationnelle & possible, représente la Racine cherchée.

4.° Bombelli donne assés au long *(page 353. & suiv.)* la solution des Equations du 4.me degré, dans lesquelles le 2.d & le 3.me terme manquent tout à la fois. Il observe *(p. 353.)* qu'entre les Problèmes du 4.me degré Diophante paroît n'avoir eu en vûe que la solution de ceux qui se peuvent réduire à ces sortes d'Equations, cet auteur n'ayant jamais employé de Racines cubiques ; & il a de plus attention d'avertir que les règles qu'il donne dans cet endroit ne sont

(p) Ibid. *E questo agguagliamento non si puo fare, se non in questo modo sophistico. Cavisi 20 di 16 resta meno 4 : il suo lato è di meno 2, è questo si cava, è si aggiunge alla metà delli tanti, che sarà 4 più di meno due, ovvero 4 meno di meno due ; e ciascuna di queste quantità da se sarà la valuta del tanto.* Il est vrai qu'il ajoûte incontinent après une règle qui me paroît ou peu intelligible, ou mauvaise, & que voici : *Vi e parimente un altro modo sophistico, che non si potendo cavar il 20 del 16, si sommino fa 36 ; il suo lato è 6, e questo si aggiunge alla meta delli tanti fa 10, e questo 10 e meno, ed è valuta del tanto.*

point de lui, mais qu'elles ont été découvertes par L. Ferrari de Bologne, qui avoit vécu quelque tems auparavant.

5.° Enfin on trouve à la page 369 un morceau plus précieux que tout le reste. C'est la fameuse règle que cet auteur a inventée pour résoudre les Equations du 4.me degré, dont le second terme est évanoui, en ajoûtant des deux côtés de l'Equation, une quantité de cette forme $2qx^2 + qq$, pour faire du 1.er, qui est supposé ne contenir que x^4, un quarré parfait ; & pouvoir ensuite déterminer q par la supposition que cette lettre soit propre à faire aussi un quarré parfait de ce que devient l'autre membre de l'Equation après l'addition de la même quantité $2qx^2 + qq$; règle qui à la vérité n'est expliquée ici que sur des exemples rationnels, & avec un peu de confusion, mais qui n'en est pas moins bonne & moins sûre, & qu'on regardera à jamais comme une des principales découvertes qui se soient faites dans les Mathématiques.

Tel étoit l'état de l'Algèbre & de l'Analyse, lorsque la France vit naître dans son sein François Viete, ce grand Géomètre, qui lui fit seul autant d'honneur que tous les Auteurs dont nous venons de faire mention en avoient fait ensemble à l'Italie.

Ce que je pourrois dire ici à son éloge seroit certainement au dessous de ce qu'en ont dit déja depuis long tems les Auteurs les plus illustres, même parmi les Anglois, dans la bouche desquels ces louanges doivent être moins suspectes de partialité que dans celle d'un compatriote. M. Edmund Halley, de la Société royale, & de cette Académie, en parle en ces termes : *Ac primus quidem ingens ille Algebræ hodiernæ repertor ac restaurator Franciscus Vieta, annis abhinc circiter centum, methodum generalem aperuit pro educendis radicibus ex æquatione qualibet ; eamque sub titulo* de numerosâ potestatum ad Exegesin Resolutione *publico donavit, ubique, ut ait, observando retrogradam compositionis viam ; hujusque vestigiis insistentes Harriottus, Ongtredus, aliique, tam nostrates quàm extranei, quæcumque de hac re scriptis mandarunt, à Vietâ desumpta debent agnoscere.* V. les Transact. phil. n.° 190. art. 2. an. 1687.

Ce

Ce témoignage, quelqu'avantageux qu'il ſoit pour Viete, eſt à peine égal à celui qu'Harriot rend au même auteur dans la préface du Livre qui porte pour titre, *Artis analyticæ Praxis. Vir clariſſimus,* dit Harriot de Viete dans cette préface, *& ob inſignem in ſcientiis mathematicis peritiam Gallicæ gentis decus...... non tam Analyſin reſtitutam quàm propriis inventionibus auctam & exornatam, tanquam novam & ſuam nobis tradidiſſe videtur.... Magnus ille in Analyticis architectus..... (Exegeticè)..... demùm inventâ faſtuoſum illud & univerſale problema ſuum, nullum non problema ſolvere, fidenter aſſeverare potuit.... Novam artem potiùs, ut dictum eſt, magnâ ſaltem ex parte feciſſe, quàm veterem reſtituiſſe non immeritò cenſendus eſt:* éloges d'autant plus remarquables en cette occaſion, qu'on les lit à la tête de ce même ouvrage où Wallis a prétendu appercevoir les découvertes les plus importantes qui ſe ſoient faites dans l'Analyſe, quoiqu'il lui eût été facile de les trouver preſque toutes dans Viete, à qui elles appartiennent en effet pour la plûpart.

On peut entr'autres en compter ſept de ce genre.

La première, c'eſt d'avoir introduit dans les calculs les lettres de l'alphabet, pour déſigner même les quantités connues. Wallis convient de cet article, & il explique au chap. 14 de ſon traité d'Algèbre l'utilité de cette pratique.

La ſeconde, c'eſt d'avoir imaginé preſque toutes les transformations des Equations, auſſi-bien que les différens uſages qu'on en peut faire pour rendre plus ſimples les Equations propoſées. On peut conſulter là-deſſus ſon traité *de Recognitione Æquationum*, à la page 91 & ſuivantes, édit. de 1646, auſſi-bien que le commencement du traité *de Emendatione Æquationum*, page 127 & ſuivantes *(q)*.

La troiſième, c'eſt la méthode qu'il a donnée pour reconnoître par la comparaiſon de deux Equations qui ne

(q) Je me contente de citer ici Viete & les Auteurs poſtérieurs, ſans m'arrêter à en rapporter au long les paſſages, parce que leurs ouvrages ſont entre les mains de tout le monde, & qu'ainſi on peut facilement y avoir recours, ce qui auroit été plus difficile à l'égard de ceux dont j'ai parlé juſqu'à préſent, & dont j'ai donné par cette raiſon quelques extraits.

différeroient que par les signes, quel rapport il y a entre chacun des coëfficiens qui leur sont communs, & les Racines de l'une & de l'autre. Il appelle cette méthode *Syncrisis*, & il l'explique dans le traité *de Recognitione*, page 104 & suiv.

La quatrième, c'est l'usage qu'il fait des découvertes précédentes pour résoudre généralement les Equations du 4.me degré, & même celles du 3.me. *Voyés le traité* de Emendatione, *pag. 140 & 149.*

La cinquième, c'est la formation des Equations composées, par leurs Racines simples, lorsqu'elles sont toutes positives, ou la détermination de toutes les parties de chacun des coëfficiens de ces Equations, ce qui termine le Livre *de Emendatione*, page 158.

La sixième & la plus considérable, c'est la Résolution numérique des Equations, à l'imitation des Extractions de Racines numériques, matière qui fait elle seule l'objet d'un Livre tout entier.

Enfin on peut prendre pour une septième découverte ce que Viete a enseigné de la méthode pour construire géométriquement les Equations, & qu'on trouve expliqué page 229 & suivantes.

Quoiqu'un si grand nombre d'inventions propres à Viete dans la seule Analyse, l'aient fait regarder avec raison comme le père de cette science, nous sommes néanmoins obligés d'avouer qu'il n'avoit pas beaucoup avancé dans la partie dont il est principalement question dans ce mémoire. Il ne s'étoit attaché à reconnoître combien il pouvoit y avoir dans les Equations de Racines de chaque espèce, qu'autant que cette recherche entroit dans le dessein qu'il s'étoit proposé d'assigner en nombres les valeurs ou exactes, ou approchées de ces Racines. Il ne considéra donc point les Racines réelles négatives, non plus que les Racines impossibles, que Bombelli avoit introduites dans le calcul, & ce ne fut que par des voies indirectes qu'il vint à bout de déterminer, lorsqu'il en eut besoin, le nombre des Racines réelles positives. L'illustre M. Halley lui fait même avec fondement quelques reproches

sur les règles qu'il donna pour cela après la prop. 18. du Livre qui a pour titre, *de numerosâ Potestatum Resolutione*, & où il laisse croire que si dans $x^3 - ax^2 + bx - c = 0$, $\frac{1}{3}aa$ est plus grand que b, il y a toûjours trois Racines réelles, ce qui emporteroit que les Equations du 3.me degré, où le second terme est évanoui, devroient avoir trois Racines réelles toutes les fois que leur troisième terme seroit négatif. *Voyés les Transact. philosoph. num. 190. art. 2. ann. 1687.*

Ce que Viete avoit obmis de faire au sujet du nombre des Racines, Harriot qui vint bientôt après, le tenta inutilement dans son *Artis analyticæ Praxis.* L'idée qu'on doit se former de cet ouvrage est précisément celle qu'en donne sa préface, dont nous avons déja parlé; car pour celle qu'on pourroit en prendre par la lecture du traité d'Algèbre de Wallis, elle ne seroit point du tout juste. Non seulement ce Livre ne comprend point, comme Wallis voudroit l'insinuer, tout ce qui avoit été découvert de plus intéressant dans l'Analyse lorsque Wallis a écrit ; on peut même dire qu'il mérite à peine d'être regardé comme un ouvrage d'invention. Les abrégés qu'Harriot a imaginés dans l'Algèbre, se réduisent à marquer les produits de différentes lettres, en écrivant ces lettres immédiatement les unes après les autres (car je ne m'arrêterai point à observer avec Wallis qu'il a employé dans les calculs les lettres minuscules au lieu des majuscules). Il n'a point simplifié les expressions où une même lettre se trouvoit plusieurs fois, c'est-à-dire, les expressions des puissances, en écrivant l'exposant à côté : on verra bientôt que c'est à Descartes qu'on doit cet abrégé, ainsi que les premiers élémens du calcul des puissances; découverte qui en étoit la suite naturelle, & qui a été depuis d'un si grand usage.

Quant à l'Analyse, le seul pas qu'Harriot me paroisse proprement y avoir fait, c'est d'avoir employé dans la formation des Equations du 3.me & du 4.me degré, les Racines négatives, & même des produits de deux Racines impossibles, ce que n'avoit point fait Viete dans son dernier chapitre *de Emendatione ;* encore trouve-t-on ici une faute, c'est que

l'auteur forme les Equations du 4.me degré, dont les quatre Racines doivent être tout à la fois impossibles, par le produit de $be + aa = 0$, & $df + aa = 0$, ce qui n'est pas assés général, les quatre Racines ne devant pas être tout à la fois supposées des imaginaires pures, mais tout au plus deux imaginaires pures & deux mixtes imaginaires.

C'est en comparant les proposées avec les différentes formules, ou canoniques, ou dérivées que donne une pareille formation, qu'Harriot prétend dans sa cinquième section être en état de déterminer le nombre & l'espèce des Racines; mais entre plusieurs Equations canoniques ou dérivées, dans les termes desquelles la succession des signes se trouvera la même que dans la proposée, quelle sera celle à laquelle on devra comparer celle-ci? ou, pour me servir des termes de l'auteur, quelle sera son équipolente? c'est ce qui n'étoit point aisé à décider, excepté dans les Equations du 3.me degré qui n'auroient point de second terme. Les formules de pareilles Equations ne sont point en trop grand nombre; & aussi sçavoit-on long-tems avant Harriot, que le passage *du possible* à l'impossible dépend alors de la condition que le cube du tiers du coëfficient du 3.me terme soit égal au quarré de la moitié du coëfficient du quatrième.

Harriot a voulu déduire de-là par analogie des règles pour déterminer dans les Equations du 4.me degré le nombre de Racines possibles, positives ou négatives, que ces Equations peuvent renfermer; mais outre que la faute qu'il avoit commise dans la formation des Equations à quatre Racines imaginaires devoit influer ici, on pourra indépendamment de cela conclurre facilement de tout ce que nous dirons dans cet ouvrage, que ces prétendues règles, même avec le commentaire que Wallis y a ajoûté *(V. ses œuv. vol. 2. p. 171. & suiv.)* sont absolument insuffisantes. Nous avouons cependant que dans la pratique de l'*Exegetice numerosa,* qui est ici exposée plus clairement que dans Viete, l'auteur détermine mieux que Viete ne l'avoit fait, le nombre des Racines réelles positives.

Il n'est presqu'aucune science qui n'ait dû au grand Des-

cartes quelque degré de perfection ; mais l'Algèbre & l'Analyse lui sont encore plus redevables que toutes les autres. Il profita comme Harriot, qu'il suivit de près, & dont vraisemblablement il n'avoit point lû le Livre, de ce que Viete avoit découvert dans ces deux sciences, & il les poussa beaucoup plus loin. Non seulement il marque, ainsi qu'Harriot, les produits de deux lettres, en les écrivant à la suite l'une de l'autre ; il a ajoûté à cela l'expression du produit de deux polynomes, en se servant du signe de la multiplication, & en tirant une ligne sur chacun de ces polynomes en particulier, ce qui soulage beaucoup l'imagination. C'est lui qui a introduit dans l'Algèbre les Exposans, & qui a donné les principes élémentaires de leurs calculs, selon que nous l'avons déja observé. C'est lui qui a imaginé le premier des Racines aux Equations, dans les cas même où ces Racines sont impossibles, de façon que les imaginaires & les réelles remplissent le nombre des dimensions de la proposée. C'est lui qui a donné le premier des moyens de trouver les limites des Racines des Equations qu'on ne peut résoudre exactement. Enfin il a beaucoup ajoûté aux effections géométriques de l'Algèbre que Viete nous avoit laissées, en déterminant ce que c'est que les Lignes négatives, c'est-à-dire, celles qui répondent aux Racines des Equations qu'il nomme *fausses*, & en enseignant à multiplier & à diviser les lignes les unes par les autres. *(Voy. le commencement de sa Géométrie.)*

Il forme, comme Harriot, les Equations par la multiplication de leurs Racines simples, & ses découvertes dans l'Analyse pure se réduisent principalement à deux. La première, d'avoir enseigné par la règle que j'ai démontrée dans mon mémoire précédent, combien il se trouve de Racines positives ou négatives dans les Equations qui n'ont point de Racines imaginaires. Je ne répéterai point ici ce que j'ai dit déja pour prouver que cette règle lui appartenoit, & qu'on l'avoit accusé mal-à-propos de s'être trompé à ce sujet.

La seconde, c'est l'emploi qu'il fait de deux Equations du 2.[d] degré à coëfficiens indéterminés, pour former par

leur multiplication une Equation qui puisse être comparée terme à terme avec une proposée quelconque du 4.me degré, afin que ces comparaisons différentes fournissent la détermination de toutes les indéterminées qu'il avoit prises d'abord, & que la proposée se trouve ainsi décomposée en deux Equations du 2.^{d} degré faciles à résoudre par les méthodes qu'on avoit déja pour cet effet *(Voy. sa Géom. p. 89. édit. d'Amst. an. 1649.)*. Cet usage des indéterminées est si adroit & si élégant, qu'il a fait regarder Descartes comme l'inventeur de la méthode des Indéterminées : car c'est cette méthode qu'on a depuis appellée & qu'on nomme encore aujourd'hui proprement l'*Analyse de Descartes ;* quoiqu'il faille avouer que Ferrei, Tartaglia, Bombelli, Viete sur-tout, & après lui Harriot, en eussent eu connoissance.

Pour l'Analyse mixte, c'est-à-dire, l'application de l'Analyse à la Géométrie, elle appartient presqu'entièrement à Descartes, puisque c'est à lui qu'on doit incontestablement les deux découvertes qui en sont comme la base. Je parle de la détermination de la nature des Courbes par les Equations à deux variables *(p. 26.)* & de la construction générale des Equations du 3.me & du 4.me degré *(p. 95.)* Si l'on ajoûte à cela les solutions élégantes qu'il a données de tant de Problèmes qui avoient arrêté jusqu'alors tous les Géomètres, l'idée de déterminer la nature des Courbes à double courbure par deux Equations variables *(p. 74.)*, la méthode des Tangentes, qui est comme le premier pas qui se soit fait vers les Infiniment petits *(p. 46.)*, enfin la détermination des Courbes propres à réfléchir ou à réunir par réfraction en un seul point les rayons de lumière; application de l'Analyse & de la Géométrie à la Physique, dont on n'avoit point vû jusqu'alors d'aussi grand exemple : si on réunit toutes ces différentes productions, quelle idée ne se formera-t-on point du grand homme de qui elles nous viennent ! & que sera-ce en comparaison de tout cela que le peu qui restera à Harriot, lorsque des découvertes que Wallis lui avoit attribuées sans fondement dans le chap. 53 de son

l'Algèbre historique & pratique, on aura ôté, comme on le doit, ce qui appartient à Viete ou à Descartes, suivant l'énumération que nous en avons faite?

Pour revenir maintenant à l'objet particulier de ce mémoire, nous observerons qu'outre la détermination du nombre des Racines vraies ou fausses, c'est-à-dire, positives ou négatives, dans les Equations de tous les degrés qui n'ont point de Racines imaginaires, Descartes a mieux déterminé qu'on n'avoit fait jusqu'alors, le nombre & l'espèce des Racines des Equations quelconques du 3.me & du 4.me degré, soit au moyen des remarques qu'il a faites sur ses formules algébriques, soit en employant à cet usage différentes observations sur ses constructions géométriques.

Ce dernier ouvrage, qu'il avoit néanmoins laissé imparfait, a été perfectionné depuis peu-à-peu par différens Auteurs, Debaune, par exemple, jusqu'à ce que l'illustre M. Halley y ait mis, pour ainsi dire, la dernière main dans un beau mémoire inséré dans les Transact. philos. N.° 190. art. 2. an. 1687, & qui porte le titre suivant: *de numero Radicum in Æquationibus Solidis ac Biquadraticis, sive 3.ª ac 4.ª potestatis, earumque Limitibus tractatulus.* Je ne m'arrête point, de peur de paroître trop diffus, ni à faire un extrait détaillé de ce mémoire de M. Halley, ni à remarquer les fautes qui avoient échappé sur cette matière aux Auteurs qui l'avoient précédé à compter depuis Descartes; je ne dis rien non plus ni de quelques approximations qu'on doit à cet auteur, à Raphson, & sur-tout à M. de Lagny, ni d'une règle du P. Prestet, que j'aurai occasion de rapporter plus bas, & je passe aux découvertes qu'ont faites sur le nombre des Racines M.rs Newton, Colin-Mac-Laurin, George Campbell & Stirling, tous Anglois de nation, & qui sont les seuls dont je me propose encore de parler ici; car la science dont je fais une histoire sommaire, & qui avoit d'abord commencé à être traitée en Italie avec tant de succès, semble en quelque sorte avoir passé depuis successivement en France & en Angleterre, pour recevoir en différens siècles, dans ces deux royaumes, différens degrés de perfection très-importans.

Il y a une telle connexion entre la Physique & les Mathématiques, que les Auteurs qui devoient faire le plus de progrès dans la première de ces deux ſciences, ont été auſſi ceux qui ont le plus perfectionné l'autre. L'exemple que Deſcartes nous en a donné, n'eſt pas plus remarquable que celui que Newton va nous en fournir. Quoique ce dernier auteur fût né dans un tems où l'Analyſe paroiſſoit déja preſque parfaite, cependant un ſi grand génie ne pouvoit manquer de trouver à y ajoûter encore. Il a donné en effet ſucceſſivement dans ſon Arithmétique univerſelle 1.° une règle très-élégante & très-belle pour reconnoître les cas où les Equations peuvent avoir des diviſeurs rationnels, & pour déterminer dans ces cas quels polynomes peuvent être ces diviſeurs; 2.° une autre règle pour reconnoître dans un grand nombre d'occaſions combien il doit ſe trouver de Racines imaginaires dans une Equation quelconque; une troiſième pour déterminer d'une manière nouvelle les limites des Equations; enfin une quatrième qui eſt peu connue, mais qui n'en eſt pas moins belle, pour découvrir en quel cas les Equations des degrés pairs peuvent ſe réſoudre en d'autres de degrés inférieurs, dont les coëfficiens ne contiennent que de ſimples Radicaux du premier degré.

A cela il faut joindre l'application des fractions au calcul des expoſans, l'expreſſion en ſuites infinies des puiſſances entières ou fractionnaires, poſitives ou négatives d'un binome quelconque, l'excellente règle connue ſous le nom de *Règle du Parallèlogramme*, & au moyen de laquelle Newton aſſigne en ſuites infinies toutes les Racines d'une Equation quelconque; enfin, la belle méthode que cet auteur a donnée pour interpoler les ſéries, & qu'il appelle *Methodus differentialis.*

Quant à l'application de l'Analyſe à la Géométrie, Newton a fait voir combien il y étoit verſé, non ſeulement par les ſolutions élégantes de différens problèmes qu'on trouve, ou dans ſon Arithmétique univerſelle, ou dans ſes principes de la Philoſophie naturelle, mais principalement par ſon excellent traité des Lignes du 3.me ordre, dont j'ai eu

occaſion

occasion de remarquer les principales beautés dans un Livre que j'ai donné au public il y a deux ans.

Ces différentes découvertes suffisoient pour immortaliser le grand Géomètre qui en est l'auteur; cependant elles contribuent à peine à faire juger de son mérite dans les Mathématiques, & il n'est, pour ainsi dire, connu que par d'autres découvertes plus importantes & d'un genre encore plus élevé, par son calcul des Fluxions, par son traité de la Quadrature des Courbes, & par l'usage qu'il a fait dans ses principes de l'un & l'autre de ces deux ouvrages pour découvrir la gravitation universelle, & déterminer par-là les loix du système du Monde.

Entre tant d'inventions mathématiques qui lui appartiennent, il n'en est qu'une qui ait rapport à l'objet de ce mémoire, c'est celle où il enseigne à déterminer en plusieurs rencontres combien une Equation proposée a de Racines imaginaires.

Cette règle, que Newton avoit donnée sans démonstration, M.rs Colin-Mac-Laurin & Campbell l'ont démontrée l'un & l'autre dans les Transactions philosophiques, & ils l'ont outre cela beaucoup perfectionnée, sans que néanmoins ils soient venus à bout d'enseigner rien de tout-à-fait général sur cette matière. L'ouvrage de M. Mac-Laurin est sur-tout remarquable par le travail dont il est rempli, par les difficultés immenses que l'auteur a eues à surmonter, & par la multiplicité des moyens qu'il a tentés & employés pour parvenir à découvrir les règles qu'il cherchoit.

Mais quoique les règles de ces deux auteurs, ainsi que celle de Newton, paroissent imitées de celle que Descartes avoit donnée avant eux, pour déterminer le nombre des Racines positives & négatives dans les Equations qui n'ont point de Racines imaginaires, cependant aucun d'eux n'a entrepris de démontrer la règle même de Descartes.

Quant à la règle de M. Stirling, qui consiste à supposer la somme des termes de la Proposée égale à y, & à donner à la Proposée autant de Racines imaginaires, outre le nombre

qu'en a l'Equation des *maximums* de la Courbe que cela forme, qu'il arrive de fois que les ordonnées qui correspondent dans cette Courbe à deux *maximums* immédiatement voisins, soient de même signe; cette règle a assés de rapport avec celles que je vais donner; je n'en parlerai donc plus au long qu'à la fin de ma seconde partie, d'abord après que j'aurai expliqué ma propre méthode; parce qu'on sera alors mieux en état de sentir ce que M. Stirling & moi pouvons avoir de commun & de différent sur ce sujet, & je me contenterai, en finissant cette première partie, d'observer ici que tous les Auteurs modernes n'ont eu en vûe de déterminer que le nombre des Racines imaginaires, qu'ils ne l'ont même fait que par des règles approchées, non exactes, ou peu simples, au lieu que je vais d'abord déterminer exactement dans la seconde partie de ce mémoire, si une Equation quelconque proposée a des Racines imaginaires, & cela sans résoudre aucune Equation, ce que je ne vois pas qu'on pût faire, même en suivant la méthode de M. Stirling; & ensuite cette Equation ayant en effet des Racines imaginaires, je ferai voir en quel nombre peuvent s'y trouver de telles Racines, aussi-bien que les Racines réelles positives & réelles négatives, ne supposant autre chose pour cela, sinon qu'on sçache résoudre les Equations du degré immédiatement inférieur à celui de la Proposée. Or je me crois fondé à regarder cette pratique comme ce qui se pouvoit découvrir de plus simple dans cette matière.

SECONDE PARTIE.

Soit faite y égale à la somme des termes d'une équation déterminée quelconque proposée, dont x soit l'inconnue, & on formera par-là une équation indéterminée entre x & y, dont le lieu sera une de ces courbes que Newton a nommées *de genre parabolique*, & qui ont deux branches paraboliques infinies, situées l'une à la droite & l'autre à la gauche de l'origine, tenant l'une à l'autre, & dont la dernière direction est parallèle aux y. Or il est évident par la

figure de cette courbe (*Voyés les Figures 1 & 2.*)

1.° Qu'elle coupera son axe précisément en autant de points que la proposée aura de racines réelles.

2.° Que le nombre de ses intersections avec l'axe ne pourra surpasser tout au plus que d'une unité le nombre des *maximums* réels, que nous distinguerons ici des *minimums*; car il est impossible qu'entre deux intersections il n'y ait au moins un *maximum* réel, même en ne faisant point attention aux *minimums*.

3.° Comme l'équation propre à déterminer les distances de l'origine à chaque *maximum* ou *minimum*, est celle qu'on peut former en égalant à zéro la première différentielle de la proposée, & que cette équation est nécessairement d'un degré inférieur au moins d'une unité au degré de la proposée, il s'ensuit de-là que la proposée ne peut avoir toutes ses racines réelles qu'autant que l'équation faite en égalant à zéro la première différentielle de la proposée aura aussi toutes ses racines réelles, & qu'autant que les racines de cette dernière équation ne pourront aboutir dans la Figure ci-jointe qu'à des *maximums*, & non à des *minimums*.

4.° Réciproquement si la première différentielle de la proposée a toutes ses racines réelles, & que ces racines aboutissent toutes dans la figure à des *maximums*, & aucune à des *minimums*, toutes les racines de la proposée seront nécessairement réelles, ou il ne pourra y en avoir aucunes d'imaginaires. En effet, puisque dans la figure *y* ne peut avoir qu'une valeur, & que cette lettre en a perpétuellement une, il s'ensuit de-là qu'entre deux *maximums* consécutifs, & qui ne seroient séparés l'un de l'autre par aucun *minimum*; il doit nécessairement se trouver une intersection; de plus il doit s'en trouver encore une avant le premier *maximum*, & une après le dernier *maximum*, pour que les deux branches de la courbe puissent, comme elles le doivent, s'élever ou s'abaisser à l'infini, sans avoir passé par aucun *minimum*.

5.° Il est facile de s'appercevoir que chaque paire de

racines imaginaires de la première différentielle de la proposée doit faire naître une paire de racines imaginaires dans la proposée, puisque sans cela le nombre des intersections de la courbe avec l'axe surpasseroit de plus qu'une unité le nombre des *maximums* réels ; & de même que chaque *minimum* désigné par une des racines réelles de la première différentielle doit faire évanouir deux intersections de la courbe avec l'axe, rendant l'un des deux *maximums* voisins inutile à l'augmentation du nombre de ces intersections, & qu'ainsi chaque racine réelle de la première différentielle qui aboutira dans la courbe à un *minimum*, doit faire naître aussi dans la proposée une paire de racines imaginaires.

6.° Enfin chaque paire de racines imaginaires de la proposée devra faire naître dans la première différentielle ou une paire de racines imaginaires, ou une racine réelle qui aboutisse à un *minimum ;* car la courbe étant continue, il ne peut disparoître deux de ses intersections avec l'axe que le *maximum* compris entr'elles deux & un des deux *maximums* voisins ne disparoisse en même tems *(Fig. 3.), ou bien que* le *maximum* compris entr'elles deux ne se change en *minimum (Fig. 4.).* Or on peut conclurre de-là généralement la règle suivante.

PREMIERE REGLE.

Il y a précisément dans la proposée autant de paires de racines imaginaires qu'il y a dans la première différentielle (inférieure d'un degré à la proposée) 1.° de paires de racines imaginaires, 2.° de racines réelles qui aboutissent à des *minimums.*

Cette première règle, qui est assés ressemblante à celle de M. Stirling, emporte, comme nous l'avons déja observé, que la proposée aura toutes ses racines réelles, lorsque toutes les racines de la première différentielle étant réelles, aucune d'elles n'aboutira dans la courbe à des *minimums*, & qu'elles aboutiront toutes au contraire à des *maximums* réels.

REMARQUE I.

Il faut obſerver que les points d'inflexion parallèles à l'axe, doivent être regardés ici comme le ſyſtème d'un *maximum* & d'un *minimum* infiniment rapprochés *(Fig. 5.)*, que les ſerpentemens infiniment petits parallèles à l'axe, doivent être conſidérés comme le ſyſtème de deux *maximums* & d'un *minimum*, ou bien de deux *minimums* & d'un *maximum* infiniment rapprochés *(Fig. 6 & 7.)*, ſelon que dans ces points la courbe tourne à l'axe ſa concavité ou bien ſa convexité, & ainſi des points ſinguliers de toutes les eſpèces. *(Voyés là-deſſus ce que j'ai dit dans le Livre qui a pour titre,* Uſages de l'Analyſe de Deſcartes, *page 85.)*

REMARQUE II.

Pour pouvoir faire uſage de la règle précédente, énoncée dans les termes que nous venons d'employer, il faut avoir des moyens de diſtinguer, au moins dans les courbes paraboliques dont il eſt ici queſtion, les *maximums* des *minimums*. Or la propriété commune du *maximum* & du *minimum* étant que dans ces points $dy = 0$, il eſt aiſé de ſe convaincre de plus que ce qui diſtingue le *maximum* du *minimum*, c'eſt que dans le *maximum* y & ddy doivent être de ſigne différent, ou, ce qui eſt la même choſe, que le produit $yddy$ doit y être négatif; au lieu que ce produit doit être poſitif, & que ſes produiſans doivent être de même ſigne dans les *minimums*. En effet dans les *maximums* la courbe tourne à l'axe ſa concavité ; d'où il s'enſuit que ſelon que y & dy y ſont ſuppoſés de même ſigne, ou de ſigne différent, il faut que dy & ddy ſoient au contraire reſpectivement, ou de ſigne différent, ou de même ſigne, ce qui rend y & ddy de ſigne différent dans les deux cas, & par conſéquent auſſi dans le cas où dy ſeroit égal à zéro, lequel eſt moyen entre les deux premiers, ou, ſi l'on aime mieux, tient tout à la fois des deux, & en fait pour ainſi dire la nuance.

Et réciproquement dans les *minimums*, la courbe eſt

convexe vers ſon axe, & ainſi ſelon que *y* & *dy* y ſeront ſuppoſées de même ſigne, ou de ſigne différent, *dy* & *ddy* seront auſſi reſpectivement de même ſigne, ou de ſigne différent; *y* & *ddy* ſeront donc eſſentiellement de même ſigne dans l'un & l'autre cas, & par conſéquent auſſi dans le cas moyen, où *dy* deviendra $=$ o.

Cette obſervation peut ſervir à changer l'énoncé de la règle précédente en celui-ci : Il y aura dans la propoſée autant de paires de racines imaginaires; 1.° qu'il y en aura de telles dans la première différentielle, 2.° qu'il arrivera de fois que les racines réelles de la première différentielle étant ſubſtituées dans le produit de la propoſée par ſa ſeconde différentielle, elles rendront ce produit poſitif.

Or comme par la même raiſon la première différentielle devra avoir autant de paires de racines imaginaires, 1.° qu'il y en aura de telles dans la ſeconde différentielle, 2.° qu'il arrivera de fois que les racines réelles de la ſeconde différentielle étant ſubſtituées dans le produit de la première différentielle par la troiſième, elles rendront ce produit poſitif, & ainſi de ſuite de toutes les autres différentielles, il s'enſuit qu'on peut généralement conclurre de-là la règle ſuivante, qui ſera la ſeconde.

SECONDE REGLE.

Il ne peut y avoir de racines imaginaires dans la propoſée qu'autant qu'une de ſes différences étant ſuppoſée égale à zéro, le produit de la différence immédiatement ſuivante par la précédente, pourra être poſitif, & il y aura dans la propoſée autant de paires de racines imaginaires qu'une telle choſe pourra arriver de fois.

REMARQUE III.

Il faut obſerver que ſi le produit des différences qui ſuivent & qui précèdent celle qui eſt égale à zéro, ſi ce produit eſt auſſi égal à zéro, ce qui arrivera lorſque deux différences conſécutives de la propoſée ſeront tout à la fois égales

à zéro, alors ce même produit pourra être censé positif, & il y aura nécessairement dans la proposée deux racines imaginaires; en effet il se trouvera en ce cas un point d'inflexion parallèle à l'axe, c'est-à-dire un *minimum (Voy. Remarq. 1.re)*, ou dans la courbe désignée en égalant la proposée à y, ou dans celle qu'on pourroit désigner en égalant la première différence de la proposée à y, ou dans celle qu'on pourroit désigner en égalant la seconde différence de la proposée à y, ou... &c. ce qui donnera nécessairement deux racines imaginaires à l'une des équations faite en égalant à zéro l'une des racines de la proposée, & par conséquent aussi à la proposée elle-même.

Que s'il arrivoit deux fois de suite que les produits des différences qui suivroient & qui précéderoient celle qui est supposée égale à zéro, fussent eux-mêmes égaux à zéro, c'est-à-dire, si trois différences consécutives de la proposée étoient tout à la fois égales à zéro, alors il y auroit dans la proposée, ou deux racines imaginaires, ou quatre racines imaginaires, selon que le produit des deux différences qui suivroient ou qui précéderoient immédiatement ces trois-là, seroit, ou négatif, ou positif; car c'est-là la condition qui fait tourner vers l'axe, ou la concavité, ou la convexité, dans le serpentement infiniment petit de la première espèce, qui appartient alors à l'une des courbes dont nous avons parlé tout-à-l'heure, c'est-à-dire, que c'est celle qui donne à cette courbe, ou bien un *minimum*, ou bien deux *minimums*. *(Voy. Remarq. 1.re)*

En général si un nombre pair quelconque $2n$ de différences consécutives de la proposée peuvent être supposées tout à la fois égales à zéro, cela désignera dans la proposée $2n$ racines imaginaires; mais si le nombre des différences consécutives de la proposée qui peuvent être supposées tout à la fois égales à zéro, est impair, & représenté par $2n+1$, cela désignera dans la proposée, ou $2n$, ou $2n+2$ racines imaginaires, selon que le produit des deux différences qui précéderont & qui suivront toutes celles qui peuvent être tout à la fois supposées égales à zéro, deviendra par la même

ſuppoſition négatif, ou poſitif, ou bien, ſelon que ces deux dernières différences deviendront par la même ſuppoſition de ſigne différent, ou de même ſigne : c'eſt une ſuite de la nature des inflexions & des ſerpentemens infiniment petits d'ordres ſupérieurs, qui ſont cenſés contenir plus ou moins de ſinuoſités évanouiſſantes, ſelon qu'ils ſont d'un ordre plus ou moins élevé.

REMARQUE IV.

J'ai démontré dans mes *Uſagès de l'Analyſe de Deſcartes*, que ſi l'on ſubſtituoit dans une équation déterminée quelconque $z+p$ à la place de x, les différens termes de la transformée, à commencer du dernier, ou en allant de droite à gauche, contiendroient en p & en z les mêmes fonctions ou les mêmes polynomes que contiendroient en x & en dx les différences de la propoſée, y compris la propoſée elle-même, ſuppoſé qu'on eût diviſé la ſeconde de ces différences par 2, la troiſième par 2 & par 3, la quatrième par 2, par 3 & par 4, &c. Or de ce principe & des *propoſitions* que nous venons de démontrer il s'enſuit que ſi on transforme une propoſée quelconque par l'addition d'une indéterminée à ſa racine, & qu'on détermine enſuite cette indéterminée, en la ſuppoſant propre à faire manquer quelqu'un des termes de la transformée, il devra y avoir dans cette transformée des racines imaginaires (& par conſéquent il y en aura eu auſſi de telles dans la propoſée) toutes les fois que la même détermination de l'indéterminée qui ſera propre à faire manquer un terme, ſera propre auſſi à rendre de même ſigne les deux termes qui ſeront immédiatement voiſins du terme manquant, vers la droite & vers la gauche.

Et il y aura dans la propoſée autant de paires de racines imaginaires qu'une pareille choſe pourra arriver de fois.

Il y aura auſſi néceſſairement dans la propoſée deux racines imaginaires, ſi la détermination de l'indéterminée fait manquer tout à la fois dans la transformée deux termes conſécutifs, il y en aura quatre, ſi cette détermination fait manquer

manquer tout à la fois quatre termes consécutifs, six si elle en fait manquer six.... &c.

Et de même si cette détermination fait manquer tout à la fois trois termes, cinq termes, sept termes consécutifs... ...&c. il y aura infailliblement, soit dans la transformée, soit dans la proposée, 2 ou 4, 4 ou 6, 6 ou 8....&c. racines imaginaires, selon que les deux termes immédiatement voisins des termes manquans vers la droite & vers la gauche, auront par cette même détermination de l'indéterminée, ou des signes différens, ou un même signe.

Et à plus forte raison toutes les propositions précédentes auront lieu, s'il manque dans la proposée un, deux, trois termes consécutifs.... &c. En effet il y aura alors dans l'une des courbes qu'on peut désigner en égalant à *y* l'une des différences de la proposée, ou une inflexion, ou un serpentement infiniment petit, situés vis-à-vis de l'origine.

Enfin il ne peut y avoir, soit dans la transformée, soit dans la proposée, que le nombre précis de racines imaginaires que ces règles indiquent.

On peut se rappeller que j'avois déja fait voir par d'autres moyens, dans mon mémoire précédent, soit au corol. 4, soit au scholie, qui sont à la fin, qu'il y avoit nécessairement des racines imaginaires dans les équations toutes les fois que les caractères que je viens de décrire avoient lieu; mais les moyens dont je me servois alors ne suffisoient, ni pour déterminer combien il devoit y avoir dans les équations de racines imaginaires, ni pour prouver qu'il ne pouvoit y avoir des racines de ce genre que lorsque de pareils caractères auroient lieu ; ce que je viens de démontrer maintenant.

REMARQUE V.

On doit observer que si une équation quelconque doit avoir toutes ses racines réelles, on pourra se convaincre qu'elle doit en effet les avoir toutes de cette sorte, sans qu'il soit nécessaire pour cela de résoudre aucune équation;

il faudra d'abord pour cela multiplier ſucceſſivement chacune des différences de la propoſée, à commencer de la dernière, par la différence ſupérieure de deux degrés, & faiſant enſuite ce produit moins une indéterminée r égal à zéro, on combinera l'équation qui réſultera de cette ſuppoſition avec celle qu'on peut former de la différence mitoyenne, en égalant ſimplement cette différence à zéro, c'eſt-à-dire, que de ces deux équations nouvellement formées, on en déduira une troiſième où la lettre x ne ſe trouvera plus, dont la lettre r ſera l'inconnue, & que j'appellerai, pour abréger, l'*équation en* r. J'ai donné dans mes Uſages de l'Analyſe de Deſcartes des moyens fort ſimples de déduire ainſi généralement une équation de deux autres qui contiendroient une lettre de plus qu'elle ne doit en contenir.

Or il eſt facile d'appercevoir que chaque équation en r doit être du même degré que l'équation faite de la différence mitoyenne correſpondante, & qu'elle doit avoir toutes ſes racines réelles, ſi celle-ci n'en a que de réelles : car la lettre r exprime ce que devient le produit des *deux différences* voiſines de la mitoyenne, lorſqu'on ſubſtitue dans ce produit, à la place de x, les racines de l'équation formée de la différence mitoyenne.

Cela poſé, il faudroit examiner 1.° ſi la dernière équation en r, qui doit être du 1.er degré, donneroit une valeur de r négative, première condition néceſſaire pour que la propoſée ait toutes ſes racines réelles ; 2.° il s'enſuivroit de-là que l'équation faite de l'antépénultième différence, & qui eſt du 2.d degré, auroit ſes deux racines réelles, ce qui donneroit auſſi deux racines réelles à la pénultième équation en r, qui eſt auſſi du 2.d degré ; 3.° on examineroit ſi cette équation en r du 2.d degré auroit ſes deux racines négatives, ou ſi tous ſes termes y auroient le ſigne $+$, ſeconde condition néceſſaire pour que la propoſée n'ait que des racines réelles ; 4.° il s'enſuivroit de-là que l'équation faite de la différentielle du 3.me degré n'auroit auſſi que des racines réelles, ou que l'antépénultième équation en r, qui eſt auſſi du 3.me

degré, n'auroit ſemblablement que des racines réelles; 5.° on examineroit ſi cette antépénultième équation en r n'auroit que des racines négatives, ou ſi elle auroit par-tout le ſigne $+$... &c.

Or, en ſuivant ce procédé, on s'appercevra ſans peine qu'il peut ſe réduire à la règle ſuivante.

TROISIEME REGLE.

Si tous les termes de toutes les équations en r, déduites de la propoſée, ont le ſigne $+$, la propoſée aura toutes ſes racines réelles; mais ſi quelqu'un des termes de quelqu'une des équations en r a le ſigne $-$, il y aura néceſſairement en ce cas des racines imaginaires dans la propoſée.

EXEMPLE.

Soit propoſée $x^2+px+q=0$. Pour avoir l'équation en r, il faut ſubſtituer la valeur de x priſe de la première différence, ſçavoir $-\frac{1}{2}p$, à la place de x dans $2x^2+2px+2q-r=0$, ce qui donnera $\frac{1}{2}pp-pp+2q-r=0$, ou $r-2q+\frac{1}{2}pp=0$, dont le ſecond terme ſera, ou ne ſera pas de même ſigne que le premier; ſelon que $\frac{1}{4}pp$ ſera, ou $>$, ou $<$ que q; de ſorte qu'on peut en conclurre que les racines de la propoſée commenceront à être imaginaires, lorſque q commencera à être $>\frac{1}{4}pp$; d'où il s'enſuit que ſi q eſt négatif, il ne pourra y avoir dans la propoſée que des racines réelles. Je m'en tiens à cet exemple, pour ne point anticiper ici ſur les applications que je dois faire dans peu de mes Méthodes aux Equations du 3.me & du 4.me degré.

REMARQUE VI.

Si après avoir examiné une propoſée quelconque de la manière que je viens de décrire, on trouve que cette propoſée n'a que des racines réelles, la règle de Deſcartes fera connoître alors combien cette propoſée a de racines poſitives & négatives; & comme ce n'eſt que dans ce cas que

la règle de Descartes peut être d'usage, on peut dire que tant qu'on n'y a pas joint celle que nous venons d'enseigner, elle ne pouvoit être que beaucoup moins utile qu'elle ne le sera dans la suite.

Que si par cet examen on trouvoit que la proposée n'a point toutes ses racines réelles, nos deux premières règles serviroient en ce cas à reconnoître combien la proposée doit avoir de racines imaginaires.

Il est vrai qu'il paroîtroit du premier coup d'œil qu'on pourroit le découvrir sans résoudre d'équation, parce qu'il suffit pour s'en assurer, de reconnoître si les racines réelles positives de la plus haute équation en r, répondent à des racines réelles dans l'équation faite de la première différence; mais pour reconnoître cela même, au moins généralement, je ne vois pas qu'on puisse se passer de la résolution de l'équation faite de la première différence, & je ne le conjecture qu'après avoir donné à cette matière l'attention la plus sérieuse, & y avoir beaucoup travaillé.

Voici cependant une règle particulière pour *déterminer* dans les équations d'un degré pair, & dont la première différentielle a toutes ses racines réelles, les conditions qui rendent toutes les racines imaginaires; en effet soit le degré de l'équation $2n$, il est facile d'appercevoir qu'il devra en ce cas y avoir dans la courbe $n - 1$ *maximums* & n *minimums*, & de plus que toutes les y correspondantes aux *maximums* ou *minimums* seront nécessairement positives. Supposons la valeur de y en x, diminuée de $y, = 0$, & combinons cette équation avec la première différentielle, il nous viendra de-là une équation en y du degré $2n - 1$, dont les racines marqueront toutes les valeurs de y convenables aux *maximums* ou *minimums*, & dans laquelle nous serons par conséquent en droit de supposer les coëfficiens alternativement positifs & négatifs. Faisons en effet cette nouvelle supposition, & il en résultera les conditions cherchées.

Enfin si on a trouvé qu'il y a dans la proposée quelques racines imaginaires, & qu'ayant déterminé le nombre de

ces racines imaginaires, il ne reste plus qu'à déterminer combien parmi les racines réelles il y en a de positives & de négatives, on commencera, pour venir à bout de le découvrir, par se rappeller

1.° Que dans les courbes ci-dessus il ne peut manquer d'y avoir une intersection de l'axe avec la courbe entre deux *maximums* consécutifs quelconques, de sorte que deux *maximums* consécutifs, placés du côté des x positives, par exemple, désignent toûjours une racine réelle positive dans la proposée.

2.° Chaque *minimum* ne rend qu'un *maximum* inutile à l'augmentation du nombre des intersections; d'où il s'ensuit que le systême de sept *maximums* & de deux *minimums*, par exemple, placés du côté des x positives, ne désigne dans la proposée qu'autant de racines réelles positives qu'en désigneroit le systême de cinq *maximums* consécutifs, placés du même côté, c'est-à-dire, que cela ne suppose nécessairement dans la proposée que quatre racines réelles positives.

3.° Il faut observer que dans toute équation qui n'a que des racines imaginaires, le premier & le dernier terme sont nécessairement de même signe. Je ne m'arrête pas à la démonstration qu'on en donne communément: outre que cette preuve n'est, à proprement parler, qu'une induction, on y emploie avec cela des expressions d'imaginaires, qui, quoique générales, comme nous le prouverons plus bas, pourroient néanmoins maintenant être soupçonnées de manquer de cette qualité. C'est au moyen des courbes dont j'ai déja fait mention ci-dessus, que je vais démontrer en deux mots cette vérité.

Je suppose pour cet effet la somme de tous les termes de la proposée égale à y, & la courbe qui répondra à cette égalité ne pouvant par hypothèse couper son axe, sera située en entier d'un même côté de l'axe *(Fig. 3.)*; ce qui fera que ses deux branches iront nécessairement en même sens, & que toutes ses ordonnées seront de même signe. Mais le dernier terme de la proposée doit être représenté par l'ordonnée

qui répond à $x = 0$, & son premier terme doit l'être par les ordonnées qui répondent à $x = \pm \infty$. Donc... &c.

De-là il s'ensuit que si on divise une proposée quelconque par le produit de toutes ses racines réelles, il viendra enfin un quotient où le premier & le dernier terme auront le même signe, & que par conséquent le dernier terme du produit de toutes les racines réelles aura le même signe que le dernier terme de la proposée. Or de tout cela on peut déduire la règle suivante, qui sera la dernière.

QUATRIEME REGLE.

Pour connoître combien il y a de racines réelles positives & réelles négatives dans les équations qui ont des racines imaginaires en nombre déja déterminé, 1.° on résoudra ou on construira l'équation qu'on peut former de la première différence de la proposée, & on examinera de plus si chacune des racines réelles de celle-ci désigne des *maximums* ou des *minimums* dans les courbes ci-dessus.

2.° Il devra y avoir dans la proposée autant au moins de racines réelles positives que marquera le nombre des *maximums* réels aboutissans à des x positives, moins celui des *minimums* réels qui y aboutiront aussi, & il ne pourra y en avoir qu'une de plus, & de même des racines réelles négatives; mais s'il y a dans la proposée une racine réelle positive de plus qu'on n'en trouvera par-là, il ne peut y avoir de racine réelle négative de plus, ou réciproquement; de sorte que par le moyen que nous indiquons ici, il sera facile de connoître à une près les signes de toutes les racines réelles de la proposée, & par conséquent aussi le signe qu'auroit le dernier terme du produit de toutes les racines réelles de la proposée, à l'exception de celle dont le signe n'est pas encore déterminé.

3.° Comme on connoît d'ailleurs le signe du produit de toutes les racines réelles de la proposée, signe qui, suivant ce qu'on a vû, doit être le même que celui du dernier terme de la proposée, on divisera, l'un par l'autre, les signes

des deux derniers termes dont je viens de parler, & le signe contraire à celui qui proviendra de cette division, sera celui de la racine qui restoit à déterminer.

EXEMPLE I.

Soit proposée l'équation du 4.me degré $x^4 - \frac{8}{3}x^3 - 10x^2 + 24x + 10 = 0$, l'équation qu'on peut former de sa première différence, se réduit à $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$, qui a les trois racines réelles $+1, +3, -2$, entre lesquelles il n'y a que la racine $+3$ qui porte à un *minimum*. On peut donc conclurre de-là, 1.° qu'il y a dans la proposée deux racines imaginaires & deux racines réelles. 2.° Y ayant une racine négative qui porte à un *maximum*, & n'y en ayant point qui portent à des *minimums*, il s'ensuit que la proposée a au moins une racine réelle négative, mais on ne sçauroit conclurre semblablement qu'elle ait de racine réelle positive, parce que du côté des x positives il se trouve tout à la fois un *maximum* & un *minimum*. 3.° Le signe $+$ du dernier terme de la proposée étant divisé par le signe $+$ du dernier terme de la racine négative déja trouvée, il vient $+$; ce qui prouve que la seconde racine réelle de la proposée doit encore être négative. *(Fig. 4.)*

EXEMPLE II.

Soit imaginée une équation du 48.me degré, & supposons qu'ayant résolu celle qu'on peut former de sa première différence, qui doit être du 47.me degré, on lui ait trouvé 24 racines imaginaires, 6 racines réelles positives & 17 racines réelles négatives; de plus, que parmi les positives il y en ait une, & parmi les négatives trois qui portent à des *minimums*, on conclura de-là, 1.° qu'il doit y avoir dans la proposée $24 + 8$, ou 32 racines imaginaires. 2.° Qu'il doit y avoir au moins $5 - 1$, ou 4 racines réelles positives, & de même $14 - 3$, ou 11 racines réelles négatives, ce qui fait en tout 47 racines de déterminées déja. 3.° Pour déterminer le signe de la 48.me, on remarquera que dans le produit

des 15 racines réelles déja déterminées le dernier terme devroit avoir le ſigne +, parce qu'il y a un nombre pair de racines poſitives, & on conclura de-là que ſi le dernier terme de la propoſée eſt poſitif, la 48.me racine à déterminer doit être négative, au lieu que s'il eſt négatif, cette dernière racine doit être poſitive.

SCHOLIE GÉNÉRAL.

Les règles que je viens de donner ſont fondées ſur une eſpèce d'application de la Géométrie à l'Algèbre, dont on pourroit trouver la première ébauche dans les ouvrages qui traitent des Limites Dioriſtiques, c'eſt-à-dire, des racines égales des équations, comme ceux de Debaune; mais on en apperçoit plus particulièrement l'idée dans une Lettre de Collins au Docteur Wallis, inſérée dans les Tranſactions philoſophiques, qui contient des penſées générales ſur quelques imperfections de l'Algèbre, & qui eſt en date du mois de Mai 1684, N.° 159. Cet auteur s'exprime en ces termes (page 20.) *Et pourquoi ceci ne ſeroit-il pas probable, puiſque la courbe, ou le lieu, quelle que puiſſe être l'équation, forme des arcades dentelées * !* Quoique ce paſſage iſolé, comme il l'eſt, même dans la Lettre dont il eſt tiré, ſoit peu intelligible, cependant il paroît que Collins y a eu en vûe la courbe parabolique qu'on peut former en égalant à y tous les termes d'une propoſée quelconque.

L'illuſtre M. Stirling a approfondi davantage la même idée, & il a employé le premier dans ſon *Énumération des Lignes du troiſiéme ordre, chap. 6,* les courbes paraboliques à la détermination du nombre des racines imaginaires dans les équations déterminées, ſans qu'il ait cependant étendu ſes règles juſqu'à la détermination du nombre des racines réelles poſitives & réelles négatives. Il n'a point obſervé comme nous la différence qu'il y a entre les *maximums* & les *minimums*, & il ſe contente de remarquer que toutes les fois que les ordonnées correſpondantes à deux *maximums*

* *Makes indented porches.*

immédiatement

immédiatement voisins sont de même signe, cela fait naître dans la proposée une racine imaginaire, prenant le terme de *maximum* pour signifier en général des *maximums* & des *minimums*. On voit donc qu'il y a d'abord cette différence entre la seule règle que M. Stirling a découverte, & la première de celles que je viens de donner, que M. Stirling substitue dans la proposée deux racines consécutives de l'équation faite de la première différence, pour voir si après ces deux substitutions la somme des termes de la proposée aura, ou un même signe, ou des signes différens; au lieu que je substitue une seule & même racine de l'équation faite de la première différence & dans la proposée & dans sa seconde différence, pour voir si après la substitution la somme des termes de la proposée & la somme des termes de sa seconde différence auront un même signe ou des signes différens, & je tire de-là dans cette première règle précisément les mêmes conclusions que M. Stirling a tirées dans la sienne. Or j'espère qu'on conviendra sans peine que la difficulté qu'on peut trouver à reconnoître dans une équation résolue algébriquement quelles sont les racines qui sont *consécutives* à d'autres, suffiroit déja pour faire donner à ma première règle quelque préférence sur celle de M. Stirling.

Je ne m'arrêterai point à observer que M. Stirling n'a pas fait attention aux cas où il se trouveroit dans la courbe des inflexions ou des serpentemens infiniment petits de différens ordres, & où, sans les remarques que j'ai faites, il seroit facile de tomber dans l'erreur, soit dans la pratique de la règle de M. Stirling, soit dans la pratique des miennes.

Je ne ferai pas remarquer non plus que M. Stirling n'a pas déduit de ses principes une règle analogue à ma seconde.

Mais ce qui mérite plus d'attention, c'est 1.° que la règle que j'ai donnée pour discerner les *maximums* des *minimums* est nouvelle, & peut être regardée comme utile.

2.° Que de la manière dont M. Stirling a considéré les choses, on ne pourroit décider si une équation quelconque a toutes ses racines réelles qu'après avoir résolu une équation

du degré inférieur d'une unité à celui de la proposée, au lieu que j'ai tiré de mes principes une troisième règle, que je ne vois pas qu'on pût pareillement tirer des siens, pour s'assurer de ce fait, sans qu'il soit nécessaire de résoudre aucune équation ; règle d'autant plus utile, qu'elle a été supposée depuis un siècle dans l'usage qu'on a pu faire de la fameuse règle de Descartes.

3.° Qu'en suivant la théorie de M. Stirling, il ne paroît pas qu'il fût possible de profiter, comme je l'ai fait, de l'analogie qui se trouve entre les différences de la proposée & les coëfficiens des termes de la transformée qui auroit pour racines celles de la proposée augmentées d'une indéterminée quelconque. Or c'est par cette analogie que je suis venu à bout de démontrer généralement la règle dont j'avois parlé à la fin de mon dernier mémoire, & qui est purement algébrique, puisqu'il n'est plus question dans son énoncé, ni de courbes, ni de *maximums* ou de *minimums*, ni de différences.

4.° Enfin, que par les principes de M. Stirling, & même par ceux que j'avois établis au commencement de cette seconde partie, je n'aurois pu déterminer qu'à une près les signes des racines réelles dans les équations qui ont des racines imaginaires, si je n'avois ajoûté, pour déterminer tous ces signes, les dernières des observations d'où j'ai déduit ma quatrième règle.

APPLICATION DES RÈGLES PRÉCÉDENTES *aux Equations du troisième degré.*

Soit proposée l'équation générale du 3.me degré, dont le second terme est évanoui, $x^3 * + px + q = 0$.

Pour avoir la dernière des deux équations en r qui conviennent à cette proposée, il faut substituer zéro (valeur de x tirée de la seconde différence) à la place de x dans $18x^2 + 6p - r = 0$, ce qui donne $r - 6p = 0$, équation dont le second terme aura toûjours le signe — tant

que p sera positive, & qui désigne par conséquent qu'il y aura en ce cas dans la proposée deux racines imaginaires. En effet cela ne peut manquer d'arriver, puisque la proposée n'ayant point de second terme, son premier & son troisième terme ont le même signe. *(Voyés mon mémoire précédent page 72 de ce volume, & celui-ci page 465.)*

Pour avoir l'autre équation en r, il faut substituer à la place de x sa valeur tirée de $3x^2 + p = 0$, que donne la première différence de la proposée, il faut, dis-je, substituer cette valeur dans $6x^4 + 6px^2 + 6qx - r = 0$, & on viendra par-là à l'équation du second degré en r,

$$9rr + 3 \times 8ppr + 4 \times 4p^4 = 0.$$
$$+ 4 \times 27pqq$$

Or 1.° si p est positive, cette équation ne pourra avoir de terme négatif, & elle ne désignera par conséquent aucune racine imaginaire. En effet, la première équation en r a déja fait voir que dans ce cas il y avoit nécessairement deux racines imaginaires dans la proposée, & il ne peut y en avoir plus de deux dans le troisième degré.

Mais si p est négative, la partie $4 \times 27pqq$ du dernier terme de la dernière équation en r deviendra négative, & le dernier terme sera lui-même négatif si $4 \times 27pqq$ est plus grand que $4 \times 4p^4$, ou, ce qui est la même chose, si $\frac{1}{4}qq$ est plus grand que $\frac{1}{27}p^3$. Enfin il ne pourra y avoir qu'en ce seul cas de terme négatif dans la seconde équation en r, ou cette seconde équation ne désignera qu'en ce seul cas des racines imaginaires dans la proposée.

Or comme on ne peut tirer que deux équations en r d'une proposée quelconque du 3.me degré, il s'ensuit de-là généralement que les équations du 3.me degré, dont le second terme est évanoui, ont des racines imaginaires en deux cas seulement : le premier, quand le coëfficient de leur troisième terme est positif ; le second, quand ce coëfficient étant négatif, le cube de sa troisième partie est plus petit que le quarré de la moitié du quatrième terme.

Quant aux racines réelles, leur signe est toûjours très-aisé à déterminer dans le 3.me degré; car 1.o si l'on a trouvé par les règles précédentes que la proposée n'a point de racines imaginaires, ces signes se connoîtront par le moyen de la règle de Descartes, en mettant au lieu du terme manquant un zéro précédé indifféremment du signe + ou du signe —. 2.o Si la proposée doit avoir deux racines imaginaires, le signe de la seule racine réelle qu'elle peut avoir en ce cas sera contraire à celui de son dernier terme. *(Voy. les observations qui précèdent ma quatrième règle).*

APPLICATION DE MES RÈGLES *aux Equations du quatrième degré.*

Soit maintenant proposée l'équation générale du 4.me degré $x^4 * + px^2 + qx + s = 0$, dont le second terme est pareillement évanoui, cette équation doit fournir trois équations en r, l'une du premier, l'autre du second, & la dernière du troisième degré; sçavoir,

La première ...... $r - p = 0$.

La seconde ... $81rr + 9 \times 16p^2r + 8 \times 8p^4 + 8 \times 27pq^2 = 0$.

La troisième enfin (si l'on réduit ses coëfficiens en puissances des nombres premiers qu'ils contiennent)

$$2^9r^3 + 2^6 \times \left\{\begin{matrix} 2^3 3^2 ps \\ -2^4p^3 \\ +3^3q^2 \end{matrix}\right\} \times r^2 + 2^3 \times \left\{\begin{matrix} -2^6 sp^4 \\ +2^4p^6 \\ -2^3 3^3 spq^2 \\ +3^5q^4 \\ +2^2 3^2 7^2 p^3q^2 \end{matrix}\right\} \times r + \left\{\begin{matrix} -2^{11}p^3s^3 \\ -2^8 3^3 q^2 s^3 \\ +2^{10}p^5s^2 \\ +2^7 3^3 p^2q^2s^2 \\ -2^7p^7s \\ -2^4 3^2 11^2 p^4q^2s \\ -2^4 3^5 pq^4 s \\ +2^5p^6q^2 \\ +2^2 3^4 p^3q^4 \\ +3^6q^6 \end{matrix}\right\} = 0$$

Or, selon que nous l'avons démontré, la condition qui rend réelles toutes les racines de la proposée, & sans laquelle

ces racines ne ſçauroient être tout à la fois réelles, c'eſt que tous les termes des trois équations en r que nous venons de rapporter ſoient poſitifs. On aura donc les conditions ſuivantes pour que toutes les racines de la propoſée ſoient réelles.

1.° Que p ſoit négative, ce qui ſe tire de la première équation en r.

2.° Que $8p^3$ ſoit en même tems plus grand que $27q^2$. Cette condition ſe tire du dernier terme de la ſeconde équation en r, lequel, ſi l'on y ſuppoſe p négative, ſe change en $8 \times (8p^3 - 27q^2)$; & il faut remarquer que le ſecond terme de la ſeconde équation en r ne fournit point de condition, parce qu'il a le ſigne $+$, & qu'il ne contient d'ailleurs que le quarré p^2; expreſſion qui ne ſçauroit devenir négative dans aucune ſuppoſition.

3.° Le ſecond terme de la troiſième équation en r, après y avoir ſuppoſé p négative, donnera pour condition que l'expreſſion $\frac{8p^3 + 27q^2}{24p}$ ſoit plus grande que s, ce qui ne pourroit manquer d'arriver ſi s étoit une quantité négative.

4.° Suppoſant de même p négative dans le quatrième terme, il faudra que l'expreſſion $\frac{(8p^3 - 27q^2) \times (2p^3 - 9q^2)}{8 \times (8p^4 - 27pq^2)}$ ſoit plus grande que s, ou bien que $\frac{1}{4}p^2 - \frac{9q^2}{8p} > s$. Or ſi l'on ſuppoſe outre cela s poſitive, on pourra conclurre à plus forte raiſon que $\frac{1}{4}p^2$ ſera $> s$: mais ſi s eſt négative, ce qui changera la condition en celle-ci, $\frac{9q^2}{8p} - \frac{1}{4}p^2 < s$, & ſi on ſuppoſoit de plus $s < \frac{1}{12}p^2$, on pourroit tirer de-là de nouveau notre ſeconde condition $8p^3 > 27q^2$.

Il s'enſuit encore de cette condition que ſi $9q^2$ étoit plus grand que $2p^3$, ce qui pourroit ſe faire, pourvû que la quantité $27q^2$ fût entre les limites $6p^3$ & $8p^3$, s devroit

alors avoir néceſſairement le ſigne —, & que ſa quantité abſolue devroit être au deſſus de $\frac{9q^2}{p} - 2p^2$.

Enfin on remarquera que les deux dernières conditions peuvent ſe réduire à celles-ci $8p \times (3s - pp) > 27q^2$ & $3p \times (2pp - 8s) > 27q^2$.

5.° Si l'on ſuppoſe encore p négative dans le quatrième & dernier terme de la derniere équation en r, ce dernier terme ſe diviſera alors par $8p^3 - 27q^2$, & le quotient ſera

$$s^3 - \tfrac{1}{2}p^2 s^2 + \tfrac{1}{16}p^4 s - \tfrac{1}{64}p^3 q^2 + \tfrac{9}{16}pq^2 - \tfrac{27}{256}q^4$$

Ou bien, ſous une autre forme,

$$-\tfrac{27}{256} \times \overline{[qq + \tfrac{2}{27}p(pp - 36s)]^2 - \tfrac{2}{27}(pp + 12s)^3}$$

quantité qui, ſi on la ſuppoſe = o, marquera la condition propre à rendre égales deux des racines de la propoſée, puiſque la quantité dont elle eſt un des facteurs étant égalée à zéro, marqueroit les conditions où $yddy$ & dy deviendroient tout à la fois = o, & que l'autre facteur $8p^3 - 27q^2$ égalé à zéro, marque de ſon côté celles où ddy & dy deviennent tout à la fois = o.

Selon les principes qu'ont établis les PP. Preſtet & Reyneau, le premier à la fin de ſes nouveaux élémens de Mathématiques, livre 9, & le ſecond dans ſon *Analyſe démontrée*, livre 5, il faudroit, pour s'aſſurer de la même choſe, ſuppoſer tout à la fois réelles & poſitives les trois racines de l'équation

$$f^6 + 2pf^4 + p^2 f^2 - q^2 = 0$$
$$\qquad\qquad - 4sf^2$$

qu'ils nomment, après Deſcartes, la réduite de la propoſée, dont la racine ff marque le quarré de la ſomme de deux quelconques des racines de la propoſée, & dont enfin la

transformée ſans ſecond terme, ou, pour me ſervir de l'expreſſion du P. Preſtet, la *préparée* eſt

$$y^3 * - \frac{1}{3}p^2 y - \frac{2}{27}p^3 = 0.$$
$$- 4sy \quad + \frac{8}{3}ps$$
$$- q^2$$

Or la réalité des racines de cette réduite ſuppoſeroit d'abord négatif le troiſième terme $-\frac{1}{3}p^2 - 4s$ de la préparée; d'où il s'enſuivroit que ſi s étoit négative, cette quantité devroit être plus petite que $\frac{1}{12}p^2$.

2.° La ſeconde condition de la réalité des racines de cette même transformée rendroit poſitive la même quantité que nous avons trouvée dans notre cinquième condition.

D'ailleurs le ſigne + que devroient avoir tout à la fois les trois racines de la réduite, donneroit alternativement les ſignes + & — aux coëfficiens de la réduite; d'où s'enſuivroit pour troiſième condition que p ſeroit négative, & pour quatrième que $\frac{1}{4}pp$ ſeroit plus grand que s. La troiſième condition eſt ici la même que notre première, & étant employée dans la ſeconde, elle rend celle-ci parfaitement ſemblable à notre cinquième. Pour la quatrième des conditions qu'on peut déduire des principes des PP. Preſtet & Reyneau, & qui eſt renfermée dans ma quatrième, elle eſt inutile ſi s eſt négative, de même que la ſeconde le devient lorſque s eſt au contraire poſitive : mais de ces deux conditions jointes enſemble, on peut conclurre que la quantité de s poſitive ou négative doit être entre ces deux limites $\frac{1}{4}p^2$ & $-\frac{1}{12}p^2$.

Il y a, comme on voit, cette différence entre les conditions des PP. Preſtet & Reyneau & celles que mes méthodes m'ont fournies, que je trouve par mes obſervations la condition $8p^3 > 27q^2$, qui ne renferme que p & q, que ces deux auteurs ne trouvent point, & qui augmente le nombre des miennes. Or bien-loin que ce ſoit-là un défaut, comme on le pourroit croire d'abord, c'eſt au contraire un avantage, parce que dans pluſieurs exemples

où le P. Preſtet ne ſçauroit découvrir les racines imaginaires ſans avoir recours à la dernière condition $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. la plus difficile à calculer, je les découvre néanmoins ſans en venir à cette condition.

Pour ſe convaincre de cette vérité, il ſuffira d'obſerver que dans l'un des deux cas où le P. Preſtet trouve toutes les racines réelles, ſçavoir lorſque p étant négative, s eſt poſitive, ſa condition $s < \frac{1}{4}p^2$ eſt contenue dans ma quatrième, & qu'ainſi il faut que mes premières conditions aient plus d'étendue, au moins dans ce cas, que les premières du P. Preſtet.

En effet, ſoit propoſée $x^4 * - 4x^2 + 5x + 2 = 0$. Comme $8p^3$ eſt ici moins grand que $27q^2$, la première de ces quantités étant $= 512$, & la ſeconde $= 675$, je conclus de mes méthodes, & ſans avoir recours à la condition $s^3 - \frac{1}{2}ps^2$, &c. que la propoſée a des racines imaginaires. Or s étant poſitive, puiſqu'elle eſt égale à $+2$, & cette quantité étant d'ailleurs plus petite que $\frac{1}{4}pp$ ou 4, les méthodes du P. Preſtet ne feroient découvrir les imaginaires qu'en ayant recours à la condition $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. très-difficile à calculer.

Cette différence de mes règles à celles des PP. Preſtet & Reyneau m'avoit fait ſoupçonner d'abord qu'il pourroit être échappé quelque faute à ces auteurs ; car indépendamment même de toutes les démonſtrations que j'ai données ci-deſſus, on ne ſçauroit penſer que $8p^3 > 27q^2$ ne ſoit véritablement une condition de réalité pour toutes les racines de la propoſée, puiſque c'eſt une des deux conditions qui rendent réelles toutes les racines de ſa première différentielle.

Pour éclaircir ce doute, j'ai examiné ſcrupuleuſement toute la théorie des deux auteurs dont je parle, & je n'y ai remarqué que deux choſes ſuppoſées ſans démonſtration, que la règle de Deſcartes dont le P. Preſtet en particulier fait uſage, & un autre principe qu'ils emploient tous deux, ſçavoir que toute racine imaginaire, de quelqu'eſpèce qu'elle ſoit, peut s'exprimer de cette ſorte $x + i + l\sqrt{-1} = 0$, i & l

marquant

marquant des quantités réelles; mais en approfondiſſant ce principe, je l'ai trouvé vrai, & on ſe convaincra en effet facilement qu'il l'eſt par ces trois réflexions.

La première, que $\sqrt[4]{-a} = \pm \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{2}} \pm \frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt{2}} \times \sqrt{-1}$; ce qu'on trouve aiſément, en ſuppoſant $\sqrt[4]{-a} = m + n\sqrt{-1}$, & déterminant enſuite les indéterminées m & n par la contradiction qu'il y auroit que des quantités réelles fuſſent égales à des imaginaires.

La ſeconde, que toute racine impaire de $\sqrt{-1}$, ou, ce qui eſt la même choſe, toute racine impairement paire de -1, par exemple $\sqrt[2n+1]{\sqrt{-1}}$, ou bien $\sqrt[4n+2]{-1}$, peut s'exprimer auſſi de cette manière $\sqrt{\sqrt[2n+1]{-1}}$; & comme $\sqrt[2n+1]{-1}$ eſt égale à -1, il s'enſuit de-là que $\sqrt[2n+1]{\sqrt{-1}}$ eſt égale à l'imaginaire ſimple $\sqrt{-1}$.

La troiſième, que toute racine d'un mixte imaginaire peut, au moyen des ſuites infinies, ſe décompoſer en une quantité de cette forme $f + g\sqrt[n]{\sqrt{-1}}$, f & g marquant des quantités réelles.

La démonſtration qu'il ſeroit facile de tirer de-là, du principe ſuppoſé par les PP. Preſtet & Reyneau, prouveroit en même tems la vérité des règles du P. Preſtet; car pour le P. Reyneau il s'eſt un peu écarté dans les ſiennes de ſes propres principes. On peut donc aſſurer en général que lorſque toutes les racines d'une équation quelconque ſont réelles, & les conditions du P. Preſtet, & les miennes doivent toutes avoir lieu; mais que ſi quelques-unes des ſiennes ou des miennes manquent, l'équation a dès-lors des racines imaginaires; & il ſera toûjours à propos de s'aſſurer de mes

premières conditions, aussi-bien que de celles du P. Prestet qui sont faciles à calculer, avant d'en venir à ma cinquième, qui m'est commune avec lui, & dont le calcul est plus difficile, observant néanmoins que si on a déja fait usage de mes premières conditions, la condition $\frac{1}{4}pp > s$ du P. Prestet devient alors inutile.

Si l'on trouve par-là que toutes les racines sont réelles, la règle de Descartes suffira, comme on l'a déja dit à la 4.me remarque, pour découvrir combien il y en aura de positives & de négatives : mais si les quatre racines ne doivent point être tout à la fois réelles, ou bien on le connoîtra par les conditions tirées de la troisième équation en *r*, ou bien ce sera par les deux premières conditions tirées des deux premières équations en *r;* ce qui revient évidemment à cette autre alternative, ou bien la première différentielle de la proposée, qui est du 3.me degré, aura toutes ses racines réelles, ou elle en aura deux imaginaires.

Dans le premier cas il faudra examiner, au moyen de la règle de Descartes, si la dernière équation en *r*, qui doit avoir alors toutes ses racines réelles, aura deux racines négatives & une positive, ou bien deux racines positives & une négative; car le second terme devenant négatif sans le troisième, il seroit aisé de démontrer que le quatrième ne sçauroit le devenir; & puisque l'un des termes a d'ailleurs par hypothèse le signe —, il s'ensuit de-là qu'il ne peut manquer d'y avoir au moins dans l'équation, & une permanence de signes, & une variation de signes.

Si la dernière équation en *r* avoit deux racines négatives & une positive, on concluroit de-là qu'il devroit se trouver dans la courbe dont nous avons déja parlé plusieurs fois, deux *maximums* & un *minimum*, & par conséquent deux intersections avec la ligne des *x;* d'où il s'ensuivroit que la proposée devroit avoir deux racines réelles & deux racines imaginaires : & si la troisième équation en *r* avoit au contraire deux racines positives & une négative, cela prouveroit qu'il y auroit dans la courbe deux *minimums* & un *maximum*, &

que par conséquent la proposée auroit quatre racines imaginaires.

Dans le second des cas distingués ci-dessus, lequel ne suppose à la courbe qu'un *maximum*, ou un *minimum* seulement, la proposée aura ou deux racines imaginaires seulement, ou quatre racines imaginaires, selon que la courbe aura ou un *maximum*, ou un *minimum*. De plus r devra toûjours être négative dans le *maximum*, & positive dans le *minimum* ; & par conséquent si l'on parvenoit à démontrer qu'à des valeurs imaginaires de x, tirées de la première différentielle, il ne peut pas répondre des valeurs réelles de r, il seroit dès-lors prouvé que la considération du signe du dernier terme de la troisième équation en r suffiroit seule pour s'assurer du nombre des racines imaginaires de la proposée. Mais comment sçavoir qu'il ne puisse pas correspondre des valeurs de r réelles à des valeurs de x imaginaires, provenantes de la première différentielle de la proposée égalée à zéro ? & par conséquent quel fonds y auroit-il à faire sur une pareille méthode ?

Pour suppléer à cela, 1.° j'observerai que la valeur de x, convenable à un *maximum*, devenant imaginaire, l'y correspondante doit le devenir aussi. En effet supposons le contraire, & soit k la quantité réelle que deviendra l'y correspondante. Il s'ensuit donc de-là réciproquement que y étant supposée égale à k, x devroit avoir pour valeur une des deux racines imaginaires que nous supposons à la première différentielle $x^3 * + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$; mais les valeurs de x, dans la supposition que y soit égale à k, sont données évidemment par l'équation $x^4 * + px^2 + qx + \begin{matrix} s \\ -k \end{matrix} = 0$.

Donc les deux équations $x^4 * + px^2 + qx + \begin{matrix} s \\ -k \end{matrix} = 0$

& $x^3 * + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$, doivent dans nos suppositions avoir une racine imaginaire commune, les lettres p, q, s, k, marquant dans ces équations des quantités réelles & données. Or la seconde de ces deux équations est évidemment la

différentielle de la première ; d'ailleurs lorsqu'une équation proposée quelconque & sa différentielle ont une racine commune, cette racine est alors racine double de la proposée, & elle est donnée par les coëfficiens de la proposée, sans aucune extraction de racine ; de sorte qu'elle ne peut être imaginaire si ces coëfficiens sont tous réels. Donc il n'est pas possible qu'à une valeur de x égale à une des racines imaginaires de la première différentielle de la proposée il réponde dans la courbe parabolique convenable à la proposée une y réelle.

2.° Il s'ensuit donc de-là que si on réduisoit l'équation à la courbe parabolique $x^4 * + px^2 + qx + s = 0$, & la
$-y$

première différentielle de la proposée, ou bien l'équation des *maximums* ou *minimums* de la courbe, sçavoir $x^3 * + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$, en une seule équation, où x ne se trouvât plus, & dont y fût l'inconnue, cette résultante en y ne pourroit avoir toutes ses racines réelles qu'autant que l'équation des *maximums* ou *minimums* $x^3 * + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$ auroit aussi les siennes toutes réelles, & par conséquent si l'on suppose à celle-ci deux racines imaginaires, il faudra que celle-là, c'est-à-dire la résultante en y, en ait de son côté deux imaginaires, ou n'en ait qu'une seule réelle, laquelle sera d'ailleurs, selon qu'on l'a démontré plus haut, d'un signe contraire à celui du dernier terme.

3.° On conclura enfin de-là qu'en supposant toûjours deux racines imaginaires à la première différentielle de la proposée, si le dernier terme de la résultante en y est outre cela positif, la proposée aura en ce cas deux racines réelles & deux racines imaginaires, au lieu que si ce dernier terme de la résultante en y étoit négatif, la proposée auroit alors quatre racines imaginaires.

Il ne nous reste donc plus, pour déterminer dans le cas que nous examinons maintenant les conditions des deux racines imaginaires & des quatre racines imaginaires, qu'à chercher le dernier terme de cette résultante en y, ou au moins le signe

de ce terme. Or pour le faire d'une manière abrégée, rappellons-nous ce que nous avons dit plus haut, que le polynome $s^3 + \frac{1}{2}p^2 s^2 \ldots$ &c. de notre cinquième condition des racines réelles, si on le supposoit égal à zéro, seroit la condition qui donneroit des racines égales à la proposée, c'est-à-dire, qu'il exprimeroit alors la résultante de la proposée $x^4 * + px^2 + qx + s = 0$, & de sa première différentielle $x^3 * + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$. Mais cette dernière résultante ne doit différer de la résultante de $x^4 * + px^2 + qx + s = 0$

$$ - y$$

& $x^3 * + \frac{1}{2}px + \frac{1}{4}q = 0$, qu'en ce que $s - y$ dans celle-ci est représenté par l's de l'autre. Donc si l'on substitue $s - y$ à la place de s dans le polynome ci-dessus, il doit naître de cette substitution la résultante en y. Enfin il s'ensuit encore de-là que le dernier terme que nous cherchons de cette résultante en y, n'est autre chose que le polynome ci-dessus, pris négativement.

Donc si ce polynome, après y avoir substitué les valeurs positives ou négatives de p, q, s, proposées, se trouve négatif (nous supposons toûjours deux racines imaginaires à la première différentielle de la proposée), en ce cas la proposée aura deux racines réelles & deux racines imaginaires; mais si dans les mêmes suppositions ce polynome se trouve positif, la proposée aura alors quatre racines imaginaires; de sorte qu'on peut toûjours dans le 4.me degré déterminer le nombre des racines réelles de la proposée, lorsqu'elles ne le doivent pas être toutes, sans résoudre même une équation du 3.me degré, & n'employant à cela, ou bien que la règle de Descartes, si p est négative & $8p^3 > 27q^2$, ou bien que la considération du seul polynome $s^3 - \frac{1}{2}p^2 s^2 \ldots$ &c. de la cinquième condition ci-dessus, s'il arrive, ou que p soit positive, ou que $8p^3$ soit $< 27q^2$.

La réduite de Descartes ne pouvant, dans les cas dont il est ici question, avoir trois racines réelles & positives, puisque par hypothèse les quatre de la proposée ne sont pas tout à la fois réelles, le P. Prestet prescrit d'examiner si cette

réduite auroit, ou deux racines imaginaires & une réelle positive, ou bien deux racines réelles négatives & une positive; car puisque son premier terme f^6 & son dernier $-q^2$ ont des signes différens, elle ne sçauroit avoir une ou trois racines réelles négatives. Dans le premier cas la proposée devroit avoir deux racines réelles & deux imaginaires, & dans le second les quatre racines de la proposée devroient être tout à la fois imaginaires.

Qu'on se représente donc la transformée sans second terme de la réduite, ou la *préparée*; sçavoir,

$$\begin{aligned} y^3 * - \tfrac{1}{3}p^2 y &- \tfrac{2}{27}p^3 = 0, \\ -4sy &+ \tfrac{8}{3}ps \\ &- q^2 \end{aligned}$$

& il sera aisé d'en conclurre pour condition du premier cas, ou bien que $-\frac{1}{3}p^2 - 4s$ soit une quantité positive (ce qui seroit d'abord impossible si s étoit positive), ou bien que le polynome dont nous avons parlé ci-dessus, & qui est un multiple de la différence du cube *du tiers du* premier coëfficient de cette transformée au quarré de la moitié de son second coëfficient, soit une quantité négative; & pour conditions du second cas, 1.° que $-\frac{1}{3}p^2 - 4s$ soit une quantité négative, 2.° que le polynome ci-dessus soit positif, 3.° ou bien que p soit positive, ou bien que p étant négative, $p^2 - 4s$ le soit aussi.

Je ne crois pas devoir m'arrêter autant que *j'ai fait dans le* cas des quatre racines réelles, sur les différences qui se trouvent entre les méthodes que le P. Prestet a données depuis long tems pour distinguer les cas de deux racines imaginaires & de quatre racines imaginaires, & celles que je viens de donner pour les mêmes effections; j'observerai seulement que si les résultats du P. Prestet & les miens sont un peu différens les uns des autres, cette différence ne doit point prévenir ni contre les règles du P. Prestet, ni contre les miennes. En effet, un préjugé pareil ne sçauroit être légitime qu'au cas que nos conditions fussent de véritables équations, au lieu

qu'elles ne ſont (pour me ſervir de ces termes) que des *excès* ou des *défauts* dont la quantité n'eſt pas déterminée. On peut même dire qu'il étoit néceſſaire que nous euſſions le P. Preſtet & moi au moins deux conditions différentes, puiſqu'il ne fait uſage d'aucune qui ne contienne que p & q, au lieu qu'en ſuivant ma théorie, j'emploie $8p^3 > 27q^2$, dont la vérité ne ſçauroit être conteſtée, & qu'il faut qu'il ſupplée à cela en ajoûtant aux conditions, p négative, &, $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. poſitif, qui nous ſont communes, une autre condition différente de celle que j'y ajoûte auſſi de mon côté. Auſſi eſt-il très-vrai, je le répète, que les équations du 4.me degré ne ſçauroient avoir ou quatre racines réelles ou deux racines réelles & deux imaginaires, ou enfin quatre racines imaginaires, qu'autant que toutes les conditions que donne le P. Preſtet & que je donne moi-même pour ces trois cas, ont lieu (l'une de ces deux choſes emportant néceſſairement l'autre), & de plus, que lorſque l'une des conditions du P. Preſtet ou l'une des miennes pour l'un de ces trois cas manque, ce cas en particulier ne ſçauroit avoir lieu.

Pour déterminer maintenant le ſigne des deux racines réelles, lorſque la propoſée n'en peut avoir que deux de cette eſpèce, j'obſerverai d'abord que dans ce cas les deux réelles ſeront évidemment, ou de ſigne différent, ou de même ſigne, ſelon que le dernier terme de la propoſée ſera, ou négatif, ou poſitif; mais dans ce dernier cas comment connoître ſi les deux racines réelles doivent être toutes deux poſitives, ou toutes deux négatives? il faut pour cela avoir recours à ma dernière règle *(Voy. ci-deſſus, p. 470.)* qui nous apprendra que le ſigne de ces deux racines réelles doit être contraire à celui de la lettre q.

En effet il ne pourroit ſe préſenter ici que deux cas tout au plus, ſçavoir, que la première différentielle eût, ou bien trois racines réelles, ou bien deux racines imaginaires & une réelle. Le premier de ces deux cas doit être exclus; car, p étant alors néceſſairement négative, il devroit donc y

avoir dans la première différentielle & des permanences d'un même ſigne & des variations de ſignes, c'eſt-à-dire, que cette première différentielle devroit avoir des racines de l'un & de l'autre ſigne; mais ſi la courbe parabolique qui ne peut avoir que trois *maximums* ou *minimums*, a deux *maximums* & un *minimum*, le *minimum* doit s'y trouver placé entre les deux *maximums*. Donc dans le cas dont nous parlons, les diſtances de l'origine aux deux *maximums* proprement dits ſeroient de ſigne différent. Donc à plus forte raiſon les diſtances de l'origine aux interſections de la courbe & de la ligne des x ou les deux racines réelles de la propoſée devroient être de ſigne différent. Donc il n'eſt pas poſſible dans ce cas que les deux racines réelles ſoient de même ſigne, & ainſi il ne faut pas y faire attention maintenant.

Dans le ſecond cas, qui eſt, comme on voit, le ſeul qu'il faille conſidérer, & où la première différentielle eſt ſuppoſée avoir deux racines imaginaires, il eſt évident que la ſeule racine réelle qu'elle a, & qui déſigne néceſſairement un *maximum* proprement dit, doit être du ſigne contraire à celui de q. Donc à plus forte raiſon l'une des racines réelles de la propoſée doit être du ſigne contraire à celui de q. Donc puiſque les deux racines ſont ſuppoſées de même ſigne, ou que s eſt ſuppoſée poſitive, ces deux racines doivent être l'une & l'autre du ſigne contraire à celui de q . . . . . *C. Q. F. D.*

Cette propoſition ſe démontreroit auſſi fort facilement par les principes des PP. Preſtet & Reyneau. En effet la propoſée ſe formeroit alors de $x \pm i + k\sqrt{-1} = 0$, $x \pm i - k\sqrt{-1} = 0$, $x \mp i + l = 0$, $x \mp i - l = 0$, & l devroit être ſuppoſée plus petite que i. Or le coëfficient $\mp 2i \times (ll + kk)$, qui, ſelon cette formation, repréſenteroit q, ſeroit, ou négatif, ou poſitif, ſelon qu'il y auroit eu, ou $-i$, ou $+i$, dans les deux équations ſimples réelles, c'eſt-à-dire, ſelon que les racines de ces équations

équations ſimples réelles ſeroient ou poſitives ou négatives. Donc... &c.

Je dois ajoûter ici que les démonſtrations du P. Preſtet, même en y joignant celle de l'un des deux principes qu'il avoit ſuppoſés, ne paroiſſent quelquefois un peu plus ſimples que les miennes, qu'à cauſe qu'elles ſont déduites des propriétés des équations du 4.me degré, au lieu que les miennes ne ſont autre choſe qu'un cas particulier d'une théorie générale, lequel ſe trouve par des circonſtances qui lui ſont propres, ſuſceptible de quelque ſimplification.

Pour mieux faire ſentir cette vérité, je donnerai en finiſſant ce mémoire, une méthode pour déterminer le nombre des racines, tirée, comme la précédente, de la conſidération des courbes paraboliques, mais particulière au 4.me degré, qui par cette raiſon ſera plus ſimple que celle que je viens d'expliquer, & qui me conduira à des réſultats conformes aux règles du P. Preſtet.

Soit décrite *(Fig. 9 & 10.)* la courbe qui eſt le lieu de cette équation $y = x^4 + px^2 + qx + s$. Il eſt facile d'appercevoir en premier lieu que la diſtance de l'origine au ſommet de la directrice des y doit être égale à s. En ſecond lieu, que ſi l'on changeoit la direction des x, & qu'on les prît parallèles à la tangente de ce ſommet, chaque x ſeroit alors diviſée en des portions égales à droite & à gauche par la directrice des y; d'où il s'enſuit que la directrice des y diviſe la courbe en deux portions ſituées, l'une à ſa droite, l'autre à ſa gauche, parfaitement ſemblables l'une à l'autre. En troiſième lieu, qu'il ne peut y avoir que deux inflexions dans la courbe, & qu'il y en aura deux, ou qu'il n'y en aura point du tout, ſelon que p ſera poſitive ou négative. En effet, ſi l'on ſuppoſe $ddy = 0$, il viendra $xx = -\frac{1}{6}p$.

Donc puiſque la courbe n'a d'ailleurs que deux branches infinies, dont la dernière direction eſt la même, & qui vont en même ſens, elle ne pourra être que de l'une des deux formes qui ſont repréſentées dans les Figures 9 & 10.

PREMIER CAS, *où l'on suppose* p *négative, & où la courbe est semblable à celle de la Fig. 9.*

1.° La distance de l'origine à la rencontre *Y* des tangentes des points d'inflexion avec l'axe, sera évidemment égale à $s + \frac{1}{12}pp$, & par conséquent la distance du sommet à ce même point *Y* sera égale à $\frac{1}{12}pp$: de même la distance de l'origine à la rencontre *T* de l'axe & de la double tangente *GTF* des deux extrémités *G* & *F* de la courbe, sera égale à $s - \frac{1}{4}pp$ (cette double tangente *GTF* étant nécessairement parallèle à celle du point *S*).

2.° Toute droite qui croisera l'axe au dessous de *Y* en *V*, ne pourra rencontrer la courbe qu'en deux points, situés l'un à droite & l'autre à gauche du point *V*, & ainsi on ne pourra imaginer aucune tangente de la courbe qui passe par le point *V*.

Mais les droites qui croiseront l'axe entre *S* & *Y* en *O* pourront rencontrer la courbe en deux ou en quatre points, selon qu'elles seront, ou extérieures aux deux tangentes qu'on peut mener du point *O* & d'un même côté à la courbe, ou comprises entre ces deux tangentes, & dans ce dernier cas il y aura trois intersections d'un côté de l'axe & une de l'autre côté.

Pour les droites qui croiseroient l'axe entre *S* & *T* en *o*, elles rencontreroient la courbe en deux ou en quatre points situés moitié d'un côté de la courbe, moitié de l'autre, selon qu'elles seroient ou tout à la fois inférieures aux deux tangentes menées du point *o* à la courbe, ou supérieures à l'une de ces tangentes.

Enfin les droites qui couperont l'axe au dessus de *T* en *ω*, ou bien rencontreront la courbe en deux points situés d'un même côté de l'axe, ou bien ne la rencontreront point du tout, selon qu'elles seront inférieures à l'une des tangentes menées du point *ω*, ou qu'elles seront tout à la fois supérieures à ces deux tangentes.

Supposant ces propriétés, dont on pourroit donner facilement la démonstration, en employant les principes que j'ai

établis dans les *usages de l'Analyse de Descartes*, imaginons deux triangles, dont les trois côtés soient supposés pour le premier dans la direction des y, dans la direction des x & dans celle de la tangente au sommet, que j'appellerai la *direction des abscisses principales*, & pour le second dans la direction de la ligne des y, dans la direction d'une quelconque des tangentes qui passe par l'origine & dans la direction des mêmes abscisses principales. Soient de plus les trois côtés de ces deux triangles nommés respectivement n, m, 1, & ν, μ, 1, & en appliquant encore ici les principes du Livre dont je viens de parler, 1.° on verra facilement que $\frac{nn}{mm}$ doit être égal à qq. 2.° Par la résolution d'une équation du 2.d degré seulement, qui, si on y changeoit $\frac{\nu}{\mu}$ en q, ne seroit autre chose que le polynome $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots\ldots$ &c. égalé à zéro & ordonné par rapport à q^2, on trouveroit que $\frac{\nu\nu}{\mu\mu}$ doit être égal à $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s) \pm (pp+12s).\sqrt{(pp+12s)}]$.

Or il s'ensuit de tout cela 1.° que si s est négative, & plus grande que $\frac{1}{12}pp$, c'est-à-dire, si l'origine de la courbe est située en V au dessous de la rencontre Y de l'axe & des deux tangentes des points d'inflexion, la proposée aura alors nécessairement deux racines réelles & deux imaginaires.

2.° Si s est négative, mais plus petite que $\frac{1}{12}pp$, c'est-à-dire, si l'origine de la courbe est située en O entre la rencontre Y de l'axe & des deux tangentes aux points d'inflexion, & le sommet T, & s'il arrive de plus que qq soit ou plus grande que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)+(pp+12s).\sqrt{(pp+12s)}]$, ou plus petite que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)-(pp+12s).\sqrt{(pp+12s)}]$, expressions qui seront nécessairement toutes deux réelles & positives, alors la proposée aura deux racines réelles & deux imaginaires; mais si la valeur de qq se trouve être plus petite que $\frac{2}{27} \times [-p.(pp-36s)+(pp+12s).\sqrt{(pp+12s)}]$, &

plus grande que $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) - (pp + 12s) \cdot \surd (pp + 12s)]$, la propoſée ne pourra manquer alors d'avoir quatre racines réelles.

3.° Si s eſt poſitive & plus petite que $\frac{1}{4}pp$, c'eſt-à-dire, ſi l'origine de la courbe eſt ſituée en o entre le ſommet S & la rencontre T de l'axe & de la double tangente GTF aux deux extrémités G & F de la courbe, en ce cas, ſelon que qq ſera ou plus petite ou plus grande que $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) + (pp + 12s) \cdot \surd (pp + 12s)]$, qui eſt la ſeule valeur de $\frac{rr}{\mu\mu}$ qui ſe trouve alors poſitive, la propoſée aura dans ces deux hypothèſes, ou quatre racines réelles, ou bien deux racines réelles & deux imaginaires.

4.° Enfin ſi s eſt poſitive & plus grande que $\frac{1}{4}pp$, c'eſt-à-dire, ſi l'origine eſt ſituée en ω au deſſus de T, la propoſée aura, ou bien deux racines réelles & deux imaginaires, ou bien quatre racines imaginaires, ſelon que qq ſera ou plus grande ou plus petite que la même quantité que nous venons de rapporter, ſçavoir $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) + (pp + 12s) \cdot \surd (pp + 12s)]$, qui eſt encore en ce cas la ſeule valeur de $\frac{rr}{\mu\mu}$ qui ſe trouve être poſitive.

SECOND CAS, *où l'on ſuppoſe* p *poſitive, & où par conſéquent la courbe eſt ſans inflexions, & ſemblable à celle de la Figure 10.*

En ce cas où il y a néceſſairement dans la propoſée au moins deux racines imaginaires, 1.° ſi s eſt négative, la propoſée aura deux racines réelles & deux imaginaires.

2.° Mais ſi s eſt poſitive, la propoſée aura ou bien deux racines réelles & deux imaginaires, ou bien quatre racines imaginaires, ſelon que qq ſera, ou plus grande, ou plus petite que $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) + (pp + 12s) \cdot \surd (pp + 12s)]$, qui eſt encore en ce cas la ſeule valeur de $\frac{rr}{\mu\mu}$ qui ſe trouve poſitive.

Il eſt évident par le détail où nous venons d'entrer, que

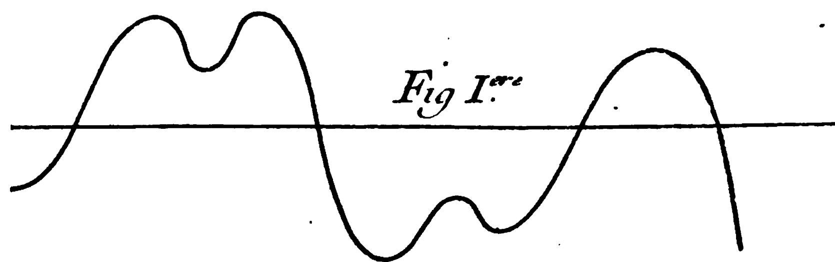
les conditions que nous donne cette méthode, ne diffèrent de celles du Père Prestet qu'en ce qu'au lieu de supposer le polynome $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. positif ou négatif, nous avons supposé ici le quarré qq tantôt plus petit, tantôt plus grand que l'expression $\frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) \ldots \text{\&c.}]$. Or puisque qq moins cette expression est la racine de $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. égalé à zéro, & ordonné par rapport à q^2, il s'ensuit de-là que ces deux suppositions doivent être équivalentes. Il n'est que le seul cas de p & s négatives & $s < \frac{1}{12}pp$ qui pût faire quelque difficulté, parce qu'on a vû qu'alors qq devoit avoir une valeur moyenne entre les deux expressions irrationnelles: mais aussi en ce cas $s^3 - \frac{1}{2}ps^2 \ldots$ &c. donne également $[\pm qq \pm \frac{2}{27}p \cdot (pp - 36s)]^2 < \frac{4}{729}(pp + 12s)^3$. Or le premier cas emporte $qq < \frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) + (pp + 12s)^{\frac{3}{2}}]$, & le second $qq > \frac{2}{27} \times [-p \cdot (pp - 36s) - (pp + 12s)^{\frac{3}{2}}]$.

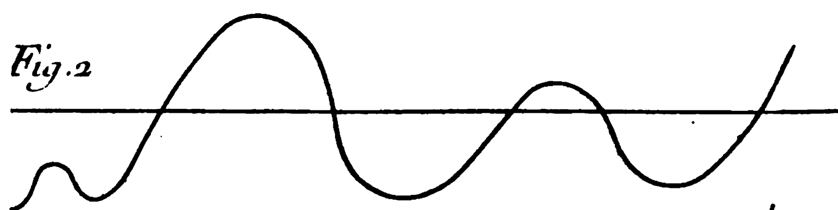
Il est facile au reste d'appercevoir que la considération des courbes des Figures 9 & 10, pourroit encore nous fournir des moyens de distinguer parmi les racines réelles combien il y en a de positives & de négatives; mais nous ne trouverions rien de plus simple là-dessus que ce que nous avons déja établi, sçavoir, que si les racines étoient toutes réelles, la règle de Descartes feroit connoître le nombre des positives ou des négatives, que s'il n'y en avoit que deux de réelles, elles seroient ou de signes différens ou de même signe, selon que s seroit négative ou positive, & qu'enfin dans ce dernier cas le signe commun aux deux racines réelles seroit contraire à celui de q.

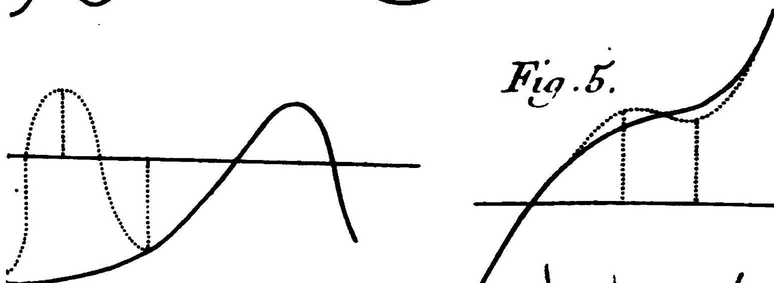
Je ne vois donc point qu'il puisse me rester maintenant autre chose, sinon à faire voir, comme je l'ai annoncé plus haut, que ce seroit s'abuser que de prétendre trouver dans Harriot des principes suffisans pour déterminer le nombre des racines dans les équations de degrés supérieurs au troisième; or après toutes les observations que ce Mémoire

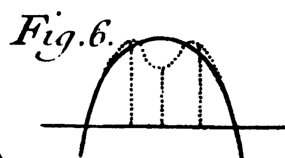
contient, je penſe, malgré l'autorité de Wallis *(Voyez le 2.^d vol. de ſes œuvres, page 171)*, qu'il ſuffira pour cela de mettre ici ſous les yeux des lecteurs les paroles mêmes d'Harriot : *Duæ æquationes*, dit-il au commencement de ſa cinquième ſection, *ſimiliter graduatæ & ſimiliter affectæ, quarum coëfficiens vel coëfficientia, ſi plura ſint, & homogeneum datum unius, coëfficienti, vel coëfficientibus, & homogeneo dato alterius, in ſimplici inæqualitatis, majoritatis ſcilicet & minoritatis, habitudine conformia ſunt, æquipollentes in ſequentibus appellandæ ſunt, quod ſic rurſùs interpretandum eſt, quaſi æquali radicum numero pollentes* .... & il ajoûte enſuite ..... *in conformitate igitur inter æquationum communium & canonicarum coëfficientia & homogenea data inſtituendâ, æquationum communium coëfficientia & homogenea formali canonicarum partitioni ſimiliter partienda ſunt, & ſimiles utrinque partes ſumendæ, ſervatâ, in partium habitudine æſtimandâ, homogeniæ lege.*

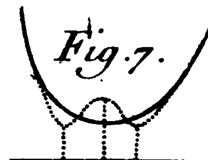


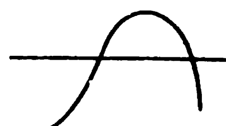

Fig I.ere

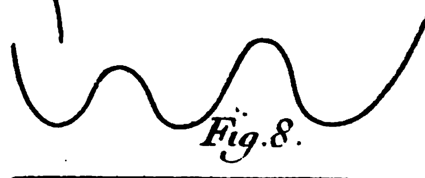

Fig. 2

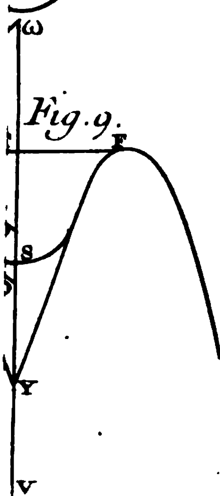

Fig. 5.

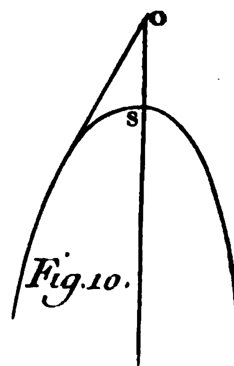

Fig. 6.


Fig. 7.




Fig. 8.


ω
Fig. 9.
F
S
Y
V


O
S
Fig. 10.

OBSERVATIONS METEOROLOGIQUES
FAITES A L'OBSERVATOIRE ROYAL PENDANT L'ANNEE M. DCCXLI.

Par M. MARALDI.

Observations sur la quantité de la Pluie.

	pouc.	lign.		pouc.	lign.
EN Janvier..	1	1 2/6	En Juillet.....	2	9
Février....	0	8 2/6	Août......	0	9 1/6
Mars......	0	3 5/6	Septembre..	2	5 5/6
Avril.....	0	2	Octobre....	0	7
Mai......	1	3 1/6	Novembre..	0	8 2/6
Juin......	1	4	Décembre..	0	8
	4	10 4/6		7	11 2/6

La quantité de la pluie tombée à l'Observatoire en 1741 a donc été de 12 pouc. 10 lign. ce qui marque une année sèche. La pluie tombée dans les six premiers mois n'a été que de 4 pouc. 10 lign. 2/3, & celle des six derniers mois a été de 7 pouces 11 lignes 1/3.

La pluie du mois d'Avril qui contribue beaucoup à l'abondance des foins, n'a été que de 2 lignes. En effet la récolte en a été très-médiocre, mais elle a été un peu réparée par les regains qu'on a faits en automne, & qui sont venus après la pluie du mois de Septembre.

Sur le Thermomètre.

Le froid de l'hiver de 1741 n'a pas été grand. La liqueur de l'ancien Thermomètre est descendue le 26 de Janvier par un tems serein & calme à 18 parties; celle du Thermomètre de M. de Reaumur, qui est à côté de celui-ci, à 7^d, & celle de l'autre, qui est exposé au nord au dehors de la Tour, à 8^d.

Le premier avoit été à $23^{d}\frac{1}{2}$ le 25 de Janvier par un tems demi-couvert & un grand vent de nord-nord-eſt, & celui de M. de Reaumur, expoſé en dehors, à 5^{d}. Ces Thermomètres ont à peine marqué la congélation pendant les mois de Février, de Mars & d'Avril, de ſorte que les Arbres fruitiers & la Vigne étoient fort avancés à la fin d'Avril, & une petite gelée qui eſt venue la nuit du 30 d'Avril au 1.er de Mai & la nuit ſuivante, les a beaucoup endommagés.

Les mêmes Thermomètres ont marqué la plus grande chaleur de l'été le 7 & le 8 d'Août, car le premier de ces Thermomètres qui le matin du 7 d'Août vers le lever du Soleil, étoit à $61^{d}\frac{1}{2}$, eſt monté après midi à $73\frac{1}{3}$; celui de M. de Reaumur, expoſé en dehors, à $24\frac{1}{3}$, & le 8 d'Août après-midi ils étoient, l'un à $75^{d}\frac{1}{2}$, & l'autre à 27^{d}.

Sur le Baromètre.

Le mercure du Baromètre s'eſt ſoûtenu à une grande hauteur pendant toute l'année 1741; il a été à 28 pouc. 7 *lign.* le 18 Février, & à 28 pouc. 6 lign. $\frac{1}{2}$ le 23 Novembre, par un grand brouillard. Il a été pluſieurs fois à 28 pouc. 6 lign. par différens tems; ſçavoir, le 13 & le 14 de Février par un tems couvert & un petit vent de ſud-eſt, le 19 du même mois par un grand brouillard, les 11, 12, 13 & 18 de Mars par un tems ſerein & un vent de nord-nord-eſt, les 23, 24 & 25 d'Avril par un tems ſerein & un vent de nord-oueſt, les 22, 23 & 26 novembre par un grand brouillard, enfin le 11 de Décembre par un grand brouillard. Sa moindre hauteur a été à 27 pouc. 5 lign. $\frac{3}{4}$ le 19 Septembre, & à 27 pouc. 6 lign. $\frac{1}{2}$ le 20 du même mois par un tems pluvieux.

Déclinaiſon de l'Aiguille aimantée.

J'ai obſervé pluſieurs fois pendant l'année 1741 la déclinaiſon de l'Aiman avec une aiguille de 12 pouces, & je l'ai trouvée de 15^{d} 35 ou 40' vers le nord-oueſt.



MESSIEURS



MESSIEURS DE LA SOCIETE' Royale des Sciences établie à Montpellier, ont envoyé à l'Académie l'Ouvrage qui suit, pour entretenir l'union intime qui doit être entre elles, comme ne faisant qu'un seul Corps, aux termes des Statuts accordés par le Roi au mois de Février 1706.

MEMOIRE SUR UN FŒTUS MONSTRUEUX.

Par M. GOURRAIGNE.

LE sieur Birousste Maître Chirurgien de Saint-Jean-de-Fos, fut appellé le 28 Février 1739 à Montpeyroux, diocèse de Lodève, pour y accoucher la femme d'Etienne Jourdan; il ne l'eut pas plûtôt délivrée d'un Fœtus avec son arrière-faix, que le pied d'un autre se présenta: cet Accoucheur essaya de le tirer; n'ayant pu y réussir, il l'arracha mort avec un crochet.

Le premier Fœtus avoit la grandeur & la grosseur naturelles, la couleur du placenta étoit aussi naturelle, & il pesoit 39 onces. Il manquoit au second Fœtus presque la moitié du corps, son placenta étoit blanc, & ne pesoit que 7 onces. La mère fut bien tôt rétablie de ses couches, & elle jouit d'une bonne santé.

Le sieur Birouste porta ce second fœtus à M. de Bernage alors Intendant de cette province, & Président la même année de la Société, qui l'envoya à la Compagnie, & fut présent à l'ouverture qui en fut faite à l'Assemblée du jeudi 9 Avril, afin qu'on examinât avec plus d'exactitude, tant les parties internes, que les externes de ce Monstre. La Société me chargea d'en faire la dissection.

Je rapporte dans ce Mémoire ce que je trouvai de particulier dans ce Monstre, & que je fis voir à la Compagnie.

Ce Monstre n'étoit guère différent que par le sexe, de celui qui naquit à Bologne au mois d'Avril de l'année 1720, dont on trouve la description & la figure parmi les œuvres de Valisneri *(vol. 2. part. 3. chap. 2.)* Le notre étoit un fœtus mâle, dont il ne restoit qu'un peu plus de la moitié du corps, sçavoir, les deux extrémités inférieures & une partie du tronc, qui finissoit en cone fort émoussé, à 2 pouces ou environ au dessus de l'ombilic. Entre cette extrémité & l'ombilic il y avoit une petite masse de chair de 27 lignes de contour à sa base, sur 3 lignes de hauteur, couverte de cheveux aussi épais & aussi longs, qu'ils le sont à la tête d'un enfant qui vient de naître.

Ce qui restoit de ce fœtus avoit 8 pouces 7 lignes de longueur; depuis l'extrémité du cone jusqu'à l'ombilic, 23 lignes; de l'ombilic à la partie inférieure du pubis, 2 pouces $\frac{1}{2}$, & chaque extrémité inférieure avoit 4 pouces.

Le contour du corps au dessus de l'ombilic étoit de 11 pouces, & au dessous de 14; celui de la cuisse étoit de 6, & celui de la jambe de 4.

Les pieds étoient de la grandeur ordinaire aux enfans qui viennent de naître; le gauche étoit tourné en dedans, & le droit en dehors.

Le gros orteil & les deux suivans étoient séparés, les deux autres ne paroissoient point au pied droit, au pied gauche ils n'étoient marqués que par une espèce de rainure d'environ le tiers d'une ligne de profondeur.

Le cordon ombilical avoit la grosseur & la longueur

naturelles; je trouvai à sa surface extérieure près de l'ombilic, un corps glanduleux de couleur grisâtre, & de la grosseur d'un gros pois.

La verge & le scrotum étoient en place, ayant leur grandeur ordinaire; je n'y trouvai point de testicules.

L'anus étoit ouvert.

Après avoir considéré ce monstre dans ses parties extérieures & en avoir pris toutes les dimensions, j'examinai avec la même attention les intérieures.

Après avoir ouvert suivant toute sa longueur ce qui restoit du bas ventre, je n'y vis ni foie, ni rate, ni épiploon, ni estomac, ni mézentère, ni pancréas, ni aorte, ni veine-cave. Pour m'assurer s'il ne restoit pas quelque portion des intestins, j'introduisis une sonde dans l'anus, que je portai sans résistance tout le long de la partie antérieure du corps des vertèbres; la sonde s'étant arrêtée, je fis une incision sur son extrémité, que je continuai de haut en bas, & par là je découvris tout le rectum & une petite partie du colon, qui tous ensemble avoient environ 8 pouces de longueur & 4 lignes de diamètre: les parois de ces intestins étoient fort minces & fort unies intérieurement. Ce conduit étoit fermé à sa partie supérieure, par l'adossement & l'union des membranes dont il étoit composé, & par l'autre extrémité il se terminoit à l'anus. Ces intestins étoient attachés suivant toute leur longueur & par leur partie postérieure, au corps des vertèbres, par le moyen d'un tissu cellulaire; le reste étoit engagé dans une espèce de membrane fort spongieuse.

Aux deux côtés & vers la partie supérieure de ces intestins je trouvai un petit corps rouge de figure d'un haricot, de 5 lignes de longueur & d'une ligne $\frac{1}{2}$ de largeur, sur $\frac{2}{3}$ de ligne d'épaisseur. Celui du côté gauche étoit placé environ 2 lignes $\frac{1}{2}$ plus bas que celui du côté droit.

Ne doutant point que ces deux corps ne fussent les reins, je disséquai un corps spongieux qui étoit entr'eux & la vessie, pour découvrir les uretères, que je trouvai un de chaque côté engagés dans ce corps spongieux, qui partant de la partie

concave de ces reins, alloient chacun s'ouvrir à la même hauteur, dans la partie la plus large de la veſſie. L'uretère droit avoit environ 15 lignes de longueur, & le gauche un peu moins de 13.

Les petits reins, outre leur membrane propre, étoient encore couverts de la membrane adipeuſe, mais beaucoup moins graiſſeuſe que dans l'état naturel; car je n'y trouvai que quelques petits pelotons de graiſſe, le reſte étant ſimplement membraneux. Je ne trouvai point de reins ſuccenturiaux, ni de teſticules, quelques recherches que j'aie faites dans les aines & par-tout ailleurs.

La veſſie étoit dans ſa ſituation naturelle, mais d'une figure extraordinaire; ſes parois étoient fort épaiſſes, ſa ſurface intérieure fort ridée, & ſa cavité fort petite : vers ſon milieu & en montant elle ſe rétréciſſoit & finiſſoit dans l'ouraque, que nous fimes voir creux dans preſque toute ſa longueur, mais dont la cavité diminuoit peu à peu juſqu'à un pouce de l'ombilic, où il ne paroiſſoit être que ligamenteux.

Je découvris ſans diſſection quelques vaiſſeaux dans le bas ventre. Pour m'aſſurer de leur origine & des endroits où ils alloient ſe diſtribuer, j'ouvris le cordon ombilical ſuivant toute ſa longueur, & j'y trouvai ſans autre préparation ſa veine & les deux artères ombilicales, dont la ſituation & la groſſeur étoient preſque naturelles.

La veine ombilicale ayant fait environ demi-pouce de chemin en jettant quelques rameaux dans le bas ventre, ſe diviſoit en deux branches, dont l'une alloit du côté droit & l'autre du côté gauche, jettant auſſi de petits rameaux. Ces deux branches maîtreſſes parvenues vers la partie inférieure & latérale du corps des dernières vertèbres des lombes, ſe diviſoient en pluſieurs autres branches plus petites, dont les unes alloient en haut, les autres vers le milieu du corps, & les autres du côté de la veſſie : ces dernières après avoir jetté pluſieurs rameaux dans le baſſin, qui alloient ſe perdre dans la partie inférieure de la veſſie & du rectum, ſe diviſoient encore en pluſieurs autres branches. Trois des plus petites

sortoient du bas ventre à l'endroit par où passent le nerf, l'artère & la veine crurales : ces mêmes veines ne passoient pas le genou, & jettoient en descendant quelques rameaux qui alloient se perdre dans les chairs voisines. Les autres branches au nombre de deux, plus grosses que les précédentes, après avoir donné quelques petits rameaux, sortoient de chaque côté du bassin avec le nerf sciatique. Chacune de ces branches se partageoit en plusieurs autres, qui accompagnant les divisions des nerfs sciatiques, alloient dans toutes les chairs de la cuisse, & sur-tout à sa partie postérieure, dans toute la jambe, & se perdoient dans le pied.

Les artères ombilicales se divisoient à peu-près de même que les deux maîtresses branches de la veine ombilicale par des ramifications qui suivoient aussi les mêmes routes, & dont les extrémités, ainsi que celles des veines, se perdoient dans les chairs & dans la peau.

Il ne restoit de l'épine que les quatre vertèbres inférieures des lombes, avec la moitié de la première & tout l'os sacrum. Ce reste de la première étoit solide ; pour sçavoir s'il en étoit de même des autres, je la brisai, & par là je découvris le canal spinal, qui étoit entièrement fermé par la moitié de la première vertèbre.

La moëlle qui étoit enfermée dans ce canal, avoit sa grosseur ordinaire enveloppée dans ses membranes. Il partoit de cette moëlle le même nombre de nerfs, & aussi gros que dans l'état naturel, qui alloient se distribuer aux parties qui étoient restées dans le bas ventre, aux chairs & aux tégumens.

A la faveur d'un petit trou que je découvris dans la petite masse de chair couverte de cheveux, & située entre l'extrémité supérieure de ce monstre & son ombilic, j'introduisis un stylet sur lequel j'incisai, & je fis voir que ce conduit qui avoit environ 2 lignes de longueur, se terminoit dans un espace vuide presque rond, de 2 lignes de diamètre, formé par deux petits os fort spongieux & un peu convexes, tapissé intérieurement d'une forte membrane. Ce conduit s'ouvroit en dehors, ainsi l'espace vuide où il se terminoit, n'avoit

aucune communication avec les autres parties du corps.

La peau de tout ce Monſtre étoit fort épaiſſe & toute œdémateuſe, les chairs des extrémités étoient blancheâtres & abreuvées d'une lymphe épaiſſe, & preſque toutes confondues; je ſéparai ſeulement & avec peine la partie membraneuſe du *faſcia lata*, & les muſcles jumeaux & le plantaire, dont je continuai le tendon juſqu'à ſon inſertion à la partie poſtérieure du *calcaneum*.

Je fis voir quelques pelotons de graiſſe fort jaune ſur les muſcles feſſiers.

Il n'y avoit point de muſcles à l'abdomen, tout le bas ventre n'étoit couvert que d'une peau fort épaiſſe & ſpongieuſe.

Les vertèbres & tous les os des cuiſſes, des jambes & des pieds, étoient beaucoup moins durs qu'ils ne le ſont dans un enfant qui vient de naître.

Je finis la deſcription de ce Monſtre, en faiſant obſerver que quoique la peau en parût fort ridée, ſur-tout aux extrémités, elle avoit été unie, de même qu'elle l'eſt dans l'état naturel, & que les rides qu'on y voyoit, venoient de l'eſprit de Vin dans lequel on tenoit ce Monſtre depuis un mois ou environ.

J'ai fait deſſiner ce Monſtre entier, & tel qu'il étoit quand on nous l'apporta. *Voyez la Planche première.*

La ſeconde Planche repréſente ce Monſtre avec les principales parties qu'on y a trouvées; pour éviter la confuſion on n'a deſſiné que celles qui étoient contre nature.

J'ai cru qu'il étoit inutile de faire deſſiner les diviſions & les rameaux de la veine & des artères ombilicales qui ſe diſtribuoient dans les extrémités, les ayant fait voir à la Compagnie.

EXPLICATION DES FIGURES.

PLANCHE PREMIERE.

CETTE Planche repréſente le Monſtre entier, & tel qu'il étoit quand on nous le remit.

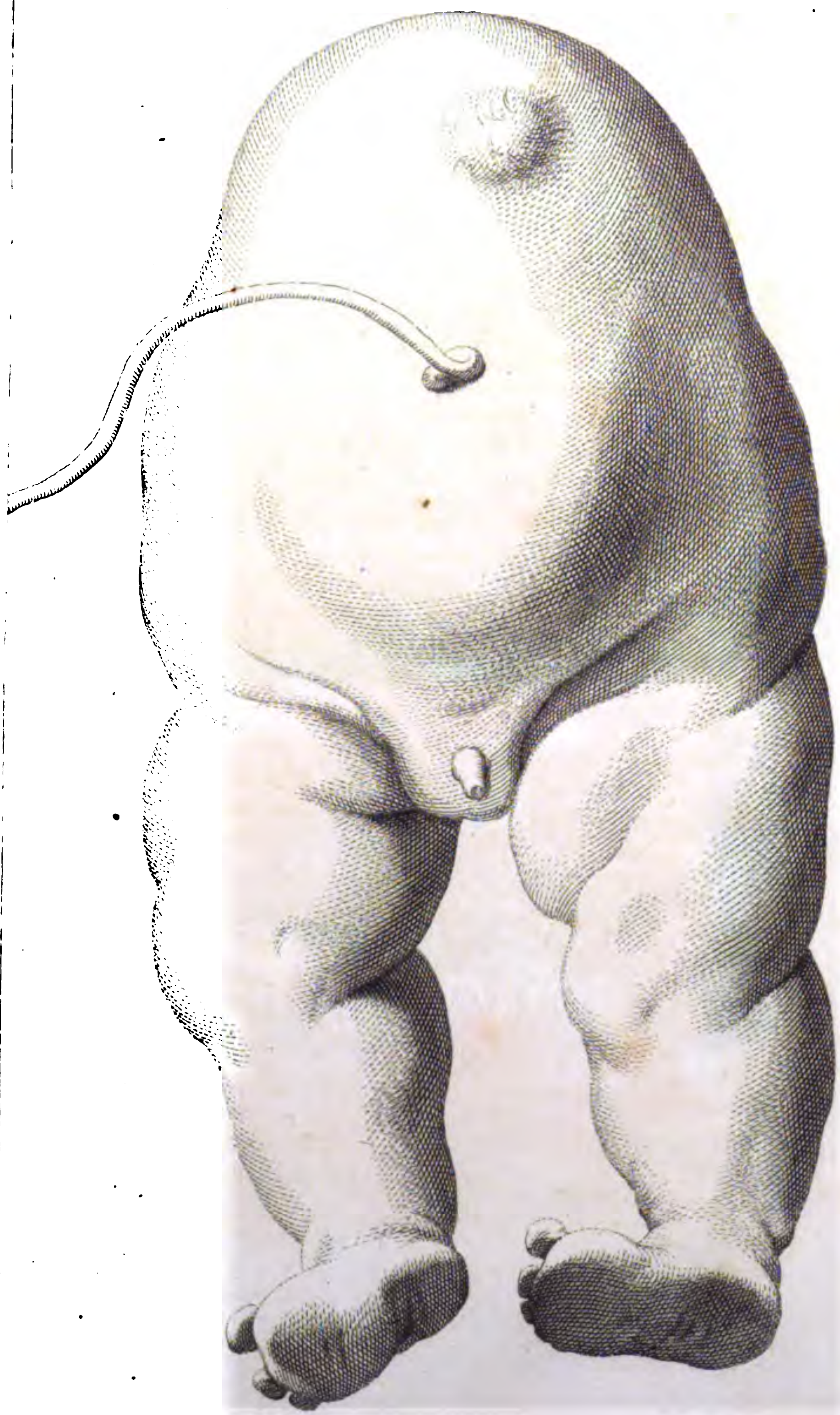
PLANCHE II.

A, l'ombilic.
B, le cordon ombilical.
C, la veine ombilicale.
DD, les artères ombilicales.
1, 1, rameaux de la veine ombilicale avant sa division.
EE, branches maîtresses de la veine ombilicale.
x, branche droite coupée.
2, 2, premières branches de la branche maîtresse gauche de la veine ombilicale, qui vont en partie en haut, & qui avec les rameaux *1, 1*, se distribuent aux parties supérieures du monstre; les autres, avec les rameaux supérieurs de la branche *3*, aux parties moyennes.
4, 4, rameaux qui vont aux parties inférieures & latérales du bas ventre.
5, autre branche de la veine ombilicale, dont les rameaux *6, 6, 6*, sortent du bas ventre avec le nerf, l'artère & la veine crurales, & vont se distribuer aux parties antérieure & intérieure de la cuisse.
7, 7, 7, rameaux de la même branche *5*, qui vont au rectum & à la vessie.
8, 8, rameaux qui sortent du bassin avec le nerf sciatique, & vont se distribuer à la cuisse, à la jambe & au pied.
9, les artères ombilicales *DD*, dont les divisions sont à peu-près semblables à celles des deux branches maîtresses de la veine ombilicale.
xx, l'artère ombilicale gauche coupée.
F, la vessie.
G, l'ouraque.
HH, les reins.
II, les uretères.
KK, le rectum avec une partie du colon.
LL, les vertèbres des lombes.

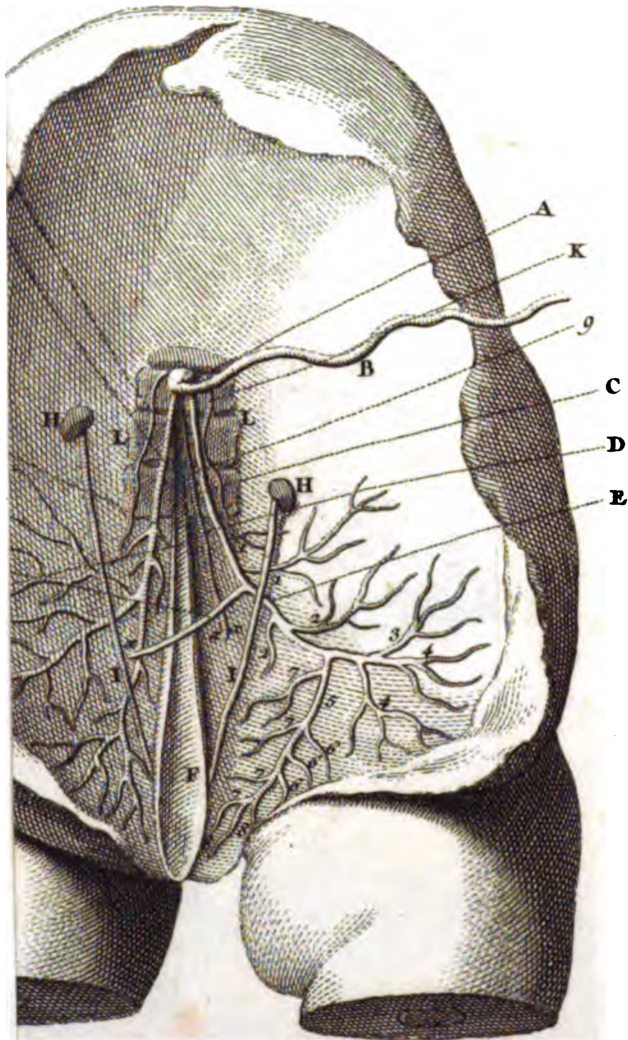
FIN.

Fautes à corriger dans les Mémoires.

Page 469, ligne 33, lisés, Fig. 8, *au lieu de* Fig. 3.
Page 471, ligne 21, lisés, Reg. 4, *au lieu de* Fig. 4.



...ius Sculp.


A
K
9
B
C
D
E
H
H
L
L
I
I
F





